Algirdas Medeišis

MECHANIKA

MOLEKULINĖ FIZIKA

ELEKTRA IR MAGNETIZMAS

Fizikos praktikumas

Turinys

Pratarmė 9

I skyrius. PRAKTIKUMO ĮVADAS

1. Praktikumo įvado uždaviniai ir struktūra 10
2. Bendrieji praktikumo metodikos klausimai 10
   2.1. Pagrindinės matodikos nuostatos 10
   2.2. Laboratorinio darbo aprašymas 11
3. Fizikiniai matavimai ir vienetai 13
   3.1. Fizikinių dydžių vienetai 13
   3.2. Ilgių ir kampų matavimas 16
   3.3. Laiko matavimas 19
   3.4. Svėrimas 20
   3.5. Temperatūros matavimas 24
4. Tiesioginių matavimų paklaidos 26
5. Netiesioginių matavimų paklaidos 34
6. Netiesioginių matavimų paklaidų skaičiavimo formulių išvedimo pavyzdžiai 36
7. Matavimų rezultato ir paklaidos apvalinimas 37
8. Matavimo rezultatų vaizdavimas ir matematinis apdorojimas 38
9. Atsitiktinių matavimo paklaidų tyrimas nuožulniosios plokštumos tribometru 42
10. Trinties jėgos 46
11. Trinties jėgų tyrimas 49

II skyrius. MECHANIKA

1. Slenkamasis judėjimas 53
   1.1. Kelio ir greičio lygtys 53
   1.2. Niutono dėsniai 56
   1.3. Neinercinės atskaitos sistemos 58
   1.4. Slenkamojo judėjimo dėsnių tikrinimas Atvudo metodu 60

2. Impulso ir energijos tvermės dėsniai 65
2.1. Impulso tvermės dėsnis 65
2.2. Darbas ir energija 66
2.3. Energijos tvermės dėsnis 68
2.4. Smūgis 69
2.5. Tamprusis smūgis 69
2.6. Plastiškasis smūgis 71
2.7. Impulso ir energijos tvermės dėsnių tikrinimas tiriant tiesioginį centrinį smūgį 72
2.8. Impulso tvermės dėsnio tikrinimas balistine svyruokle 76
2.9. Reaktyvioji jėga 78
2.10. Reaktyviosios jėgos tyrimas 80
3. Sukamasis judėjimas 83
3.1. Kampinis greitis ir pagreitis 83
3.2. Įcentrinė jėga 84
3.3. Pagrindinis sukamojo judėjimo dinamikos dėsnis 86
3.4. Impulso momentas 88
3.5. Impulso momento tvermės dėsnis 90
3.6. Heigenso ir Šteinerio teorema 91
3.7. Inercijos momento priklausomybė nuo sukimosi ašies krypties 92
3.8. Sukimo jėgų darbas 94
3.9. Sukimosi kinetinė energija 95
3.10. Pagrindinio sukamojo judėjimo dinamikos dėsnio tikrinimas ir inercijos momento matavimas dinaminiu būdu 96
3.11. Inercijos elipsoido tyrimas bei Heigenso ir Šteinerio teoremos tikrinimas bifiliariąja svyruokle 99
3.12. Giroskopo tyrimas 103
3.13. Sukamoji balistinė svyruoklė 106
4. Visuotinė trauka 109
4.1. Niutono gravitacijos dėsnis 109
4.2. Kavendišo eksperimentas 111
4.3. Gravitacinis laukas 112

4.4. Sunkio jėgos priklausomybė nuo geografinės padėties 113
4.5. Gravitacija ir inertiškumas 115
4.6. Medžiagos tankis 115
4.7. Sunkio jėgos sukeltas slėgis skysčiuose ir dujose 116
4.8. Kietųjų kūnų, skysčių ir dujų masės bei tankio radimas svirtinėmis svarstyklėmis 117
4.9. Laisvojo kritimo pagreičio matavimas 121
5. Tamprumas 124
5.1. Tampriosios deformacijos 124
5.2. Tempimo deformacija ir Huko dėsnis 125
5.3. Puasono koeficientas 126
5.4. Šlyties deformacija 127
5.5. Pagrindinių tamprumo konstantų tarpusavio ryšys 129
5.6. Tamprumo ir atsparumo ribos 130
5.7. Huko dėsnio tikrinimas ir pagrindinių tamprumo konstantų matavimas 131
6. Svyravimai 135
6.1. Pagrindinės sąvokos 135
6.2. Harmoniniai svyravimai 136
6.3. Harmoninių svyravimų aprašymas kompleksiniais skaičiais 138
6.4. Fizinė svyruoklė 141
6.5. Fizinės svyruoklės tyrimas 143
6.6. Surištųjų svyruoklių išilginių svyravimų tyrimas 145
6.7. Surištųjų svyruoklių sukamųjų svyravimų tyrimas 149
6.8. Slopinamieji svyravimai 152
6.9. Svyravimų slopinimo parametrai 155
6.10. Priverstiniai svyravimai 156
6.11. Slopinamųjų ir priverstinių svyravimų tyrimas sukamąja Polio svyruokle 160
7. Tampriosios bangos 163
7.1. Skersinės ir išilginės bangos 163
7.2. Bangų sklidimas tampriojoje aplinkoje 164
7.3. Plokščiosiosios ir sferinės bangos 167

7.4. Bangos sklidimo greitis dujose 168
7.5. Bangų interferencija ir stovinčiosios bangos 169
7.6. Akustinių bangų atspindys ir sugertis (absorbcija) 172
7.7. Garso bangos 172
7.8. Strypo išilginių virpesių priklausomybės nuo žadinimo dažnio tyrimas 174
7.9. Stovinčiųjų bangų Knudto sistemoje tyrimas 176

III skyrius. MOLEKULINĖ FIZIKA

1. Idealiųjų dujų dėsniai 180
1.1. Oro šiluminės plėtros koeficiento radimas kalorimetriniu būdu 180
1.2. Garų molio masės matavimas Mejerio būdu 183
1.3. Dujų izobarinės ir izochorinės savitųjų šilumų santykio matavimas 185
2. Pernašos reiškiniai dujose 189
2.1. Oro klampos koeficiento ir molekulių laisvojo kelio matavimas 189
2.2. Vakuumo gavimas ir matavimas 194
3. Garai ir skysčiai 204
3.1. Santykinės oro drėgmės matavimas ir jos priklausomybės nuo temperatūros tyrimas 204
3.2. Skysčio paviršiaus įtempties koeficiento priklausomybė nuo temperatūros 209
3.3. Skysčio klampos koeficiento priklausomybės nuo temperatūros tyrimas Stokso būdu 217
3.4. Skysčio klampos koeficiento priklausomybės nuo temperatūros tyrimas kapiliariniu viskozimetru 219
4. Kietųjų kūnų šiluminės savybės 221
4.1. Kietųjų kūnų savitosios šilumos matavimas kalorimetru ... 221
4.2. Metalų šilumos laidumo koeficiento matavimas 224
4.3. Termoizoliacinių medžiagų šilumos laidumo koeficiento matavimas 228
4.4. Metalų savitosios šilumos radimas vėsimo būdu 230
4.5. Kietųjų kūnų šiluminė plėtra 233

5. Faziniai virsmai 237
5.1. Kristalizacijos šilumos matavimas vėsimo būdu 237

IV skyrius. ELEKTRA IR MAGNETIZMAS

1. Elektrostatinis laukas, nuolatinė elektros srovė 243
1.1. Fizikiniai parametrai, charakterizuojantys krūvio pernašą 243
1.2. Omo dėsnis 245
1.3. Srovės šaltinio elektrovara 246
1.4. Elektrinio lauko ir potencialo pasiskirstymas laidininke tekant srovei 247
1.5. Omo ir Džaulio dėsnių tikrinimas 250
1.6. Kirchhofo taisyklių nuolatinės srovės grandinėms tikrinimas 252
2. Dielektrikai 254
2.1. Kietųjų dielektrikų dielektrinės skvarbos matavimas ir kondensatoriaus talpos formulės tikrinimas 254
2.2. Skystų polinių dielektrikų dielektrinės skvarbos priklausomybė nuo temperatūros 258
2.3. Feroelektrikų (segnetoelektrikų) dielektrinės skvarbos priklausomybė nuo temperatūros 259
3. Medžiagų elektrinis laidumas 262
3.1. Praretintų dujų plazmos elektrinės savybės 262
3.2. Dujų savaiminio elektrinio laidumo naudojimas relaksaciniams virpesiams gauti 264
3.3. Elektrolito elektrinio laidumo priklausomybė nuo temperatūros 267
3.4. Elektrolizės Faradėjaus dėsnio tikrinimas 269
3.5. Metalų elektrinio laidumo priklausomybė nuo temperatūros 270
3.6. Puslaidininkių elektrinio laidumo priklausomybė nuo temperatūros 272
3.7. Holo efekto tyrimas 273
4. Krūvio pernaša vakuume ir kontaktiniai reiškiniai 276
4.1. Vakuuminio diodo voltamperinių charakteristikų tyrimas ... 276

4.2. Vakuuminio triodo tyrimas 278
4.3. Puslaidininkinio diodo voltamperinės charakteristikos tyrimas 280
4.4. Bipolinio tranzistoriaus tyrimas 284
4.5. Termoelektrinio ir Peltjė efekų tyrimas 286
4.6. Elektrono krūvio ir masės santykio radimas magnetrono metodu 290
5. Magnetinis laukas 292
5.1. Solenoido ir Žemės magnetinių laukų matavimas 292
5.2. Feromagnetikų magnetinės savybės 295
6. Kvazinuostovioji srovė 298
6.1. Elektrinės talpos ir induktyvumo radimas tiriant srovės relaksaciją RC ir RL grandinėse 298
6.2. Laisvieji elektromagnetiniai virpesiai rezonansiniame kontūre 301
6.3. Įtampų ir srovių rezonanso reiškinių tyrimas 304
6.4. Kirchhofo taisyklių srovės ir įtampos kompleksinėms amplitudėms tikrinimas 307
6.5. Kintamosios srovės galios priklausomybė nuo dažnio ir grandinės elektrinių parametrų 309
6.6. Transformatoriaus tyrimas 313
6.7. Trifazės srovės tyrimas 317
7. Elektromagnetinis laukas 321
7.1. Slinkties ir laidumo srovių medžiagoje santykio priklausomybės nuo elektrinio lauko dažnio tyrimas 321
8. Matavimų metodai 325
8.1. Ampermetro ir voltmetro tyrimas 325
8.2. Elektrinių dydžių matavimas oscilografu 330
8.3. Varžos, induktyvumo ir talpos matavimas Vitstono tilteliu 335
8.4. Srovės šaltinio elektrovaros matavimas kompensacijos būdu 338
9. Fizikinių konstantų lentelės 341
10. Literatūra 353

Pratarmė

Fizika vadinama tiksliuoju eksperimentiniu mokslu, nes fizikinių tyrimų pagrindą sudaro eksperimentai, kurių rezultatų tikslumas ir patikimumas įvertinami objektyviai. Teoriniai modeliai ar hipotezės vertingi tiek, kiek jie patikrinti praktikoje. Svarbią mokymo proceso dalį sudaro fizikos praktikumas. Jo metu atliekami laboratoriniai eksperimentai ir teorinių modelių skaičiavimai. Pagrindinis fizikos praktikumo tikslas – eksperimentinių ir tiriamojo darbo įgūdžių ugdymas. Be to, praktikumas yra efektyvus teorinių žinių įtvirtinimo būdas.

Šioje knygoje aprašomi mechanikos, molekulinės fizikos ir elektros bei magnetizmo laboratoriniai eksperimentai, apimant pagrindinius šių fizikos sričių dėsnius ir reiškinius bei matavimo metodus. Medžiaga dėstoma atsižvelgiant į studentų adaptaciją aukštojoje mokykloje. Tuo tikslu mechanikos ir molekulinės fizikos skyriuose šalia eksperimentų aprašymų plačiau pateikiama nagrinėjamų temų teorija ir aptariami matavimų tikslumo įvertinimo būdai.

Aprašyti laboratoriniai darbai atliekami Vilniaus universiteto Fizikos fakulteto mechanikos, molekulinės fizikos ir elektros laboratorijose. Iš jų devyniolika yra originalūs, sukurti šiose laboratorijose. Daugumos kitų eksperimentų metodika gerokai pakeista atsižvelgiant į šiuolaikinės matavimo technikos galimybes ir sudarant tiriamojo pobūdžio darbų užduotis.

I skyrius
PRAKTIKUMO ĮVADAS

1. PRAKTIKUMO ĮVADO UŽDAVINIAI IR STRUKTŪRA

Pradedantiesiems fizikos praktikumą būtinos bendrosios žinios fizikos eksperimentams atlikti. Tam skiriamas fizikos praktikumo įvadas. Jį sudaro keturios paskaitos po tris valandas mechanikos laboratorijoje. Jų metu atliekami du srautiniai laboratoriniai darbai.

Pirmą savaitę dėstomos šios temos: 1. Laboratorijos struktūra, jos mokymo programa ir saugaus darbo joje taisyklės. 2. Laboratorinių darbų atlikimo, aprašymo ir atsiskaitymo už juos tvarka. 3. Ilgio, kampo ir laiko matavimo prietaisai. 4. Tiesioginių matavimų paklaidos. 5. Matavimo rezultatų vaizdavimo būdai. 6. Nuožulniosios plokštumos tribometras.

Antrą savaitę atliekamas srautinis laboratorinis darbas: „Atsitiktinių matavimo paklaidų tyrimas nuožulniosios plokštumos tribometru". Pagrindinis šio darbo tikslas – tiesioginių matavimų paklaidų įvertinimo metodikos įvaldymas. Baigiamojoje dalyje studentai supažindinami su netiesioginių matavimų paklaidų skaičiavimo būdais.

Trečią savaitę atliekamas srautinis laboratorinis darbas „Slydimo ir riedėjimo trinties jėgų tyrimas". Jo metu eksperimentiškai nagrinėjama trinties jėgų fizikinė prigimtis.

Ketvirta savaitė skiriama atliktų laboratorinių darbų aptarimui bei įskaitai ir konsultacijai kitos savaitės darbų temomis.

2. BENDRIEJI PRAKTIKUMO METODIKOS KLAUSIMAI

2.1. PAGRINDINĖS METODINĖS NUOSTATOS

Atliekantieji laboratorinius darbus privalo gerai suprasti darbo užduotį, žinoti sąvokas ir dėsnius, sudarančius fizikinį eksperimento metodo pagrindą, turėti parengtą pagal laboratorijos nuostatus pradinę darbo aprašo dalį.

Iš pradžių trumpai patikrinama, kaip pasirengta laboratoriniams darbams; studentai jungia matavimų schemas, neprijungdami elektros sro-

vės šaltinių. Matuoti galima tik tada, kai dėstytojas patikrino matavimų schemą. Būtina griežtai laikytis laboratorijos darbo saugos reikalavimų.

Baigęs eksperimentą, studentas pateikia matavimų duomenis dėstytojui, kad šis patikrintų, ar atlikta darbo užduotis. Laboratorinis darbas aprašomas pagal laboratorijos nuostatų reikalavimus. Jį ginant būtina mokėti paaiškinti gautus rezultatus ir jų tikslumą nulėmusias priežastis.

2.2. LABORATORINIO DARBO APRAŠYMAS

Laboratoriniai darbai aprašomi storame sąsiuvinyje – laboratorinių darbų žurnale. Aprašymo struktūra formuojama taip, kad jame būtų maksimaliai išreikšti struktūriniai kursinio darbo elementai, atsižvelgiant į laboratorijos specifiką.Toliau pateikiama aprašo struktūra, būdinga bendrosios fizikos laboratorijoms.

Po darbo pavadinimo pageidaujama užrašyti laboratorinį darbo numerį. Pavyzdžiui, „Giroskopo tyrimas (Nr. 5)“. Aprašo turinį sudaro tokių pavadinimų skirsniai: 1. Užduotis. 2. Pagrindiniai teoriniai klausimai. 3. Teorinis įvadas. 4. Matavimų schemos. 5. Teorinis eksperimento pagrindimas. 6. Paklaidų skaičiavimo formulės. 7. Eksperimento planas. 8. Prietaisai ir medžiagos. 9. Matavimų rezultatai. 10. Matavimų tikslumo įvertinimas. 11. Pagrindiniai rezultatai ir jų aptarimas. 12. Literatūra.

Darbo užduotį sudaro eksperimentiniai bei teorinių skaičiavimų uždaviniai.

Pagrindiniai teoriniai klausimai atskleidžia žinotinas temas ir skiriami savarankiškam mokymuisi palengvinti. Jie ir darbo užduotis esti laboratorijos metodinėje literatūroje.

Teoriniame įvade glaustai apibūdinami pagrindiniai dėsniai ir sąvokos, susijusios su eksperimentu.

Matavimo schemų paveikslai numeruojami, užrašomi jų pavadinimai. Pavyzdžiui, „2 pav. Reaktyviosios jėgos tyrimo schema“.

Penktajame skirsnyje pateikiami netiesiogiai matuojamų dydžių paklaidų skaičiavimo formulių išvedimai.

Eksperimento planas turi apibūdinti jo atlikimo tvarką.

Aprašant prietaisą, būtina užrašyti jo pavadinimą, tipą (markę), matavimo ribas. Jei tikslumo klasė žinoma, nurodoma absoliučioji arba santykinė prietaiso paklaida.

Matavimų duomenys užrašomi tiesiogiai pagal prietaisų rodmenis, neatliekant jokių matematinių operacijų. Paskui užrašomi jų matematinio apdorojimo bei netiesiogiai randamų dydžių skaičiavimo rezultatai. Dydžių tarpusavio priklausomybių tyrimo ir pakartotinių matavimų rezultatai rašomi į lenteles.

Matavimų tikslumo įvertinimo skirsnyje pateikiamos tiesiogiai matuojamų dydžių paklaidos, netiesioginių matavimų paklaidų formulės ir skaičiavimų rezultatai.

Pagrindinių rezultatų ir išvadų skirsnyje glaustai atsakoma į darbo užduotyje iškeltus klausimus ir pateikiamos išmatuotų dydžių vertės su jų paklaidomis. Apibūdinamos matavimų tikslumą nulėmusios priežastys.

Literatūros sąrašas sudaromas pagal leidinių bibliografinį aprašą reglamentuojančius valstybinius standartus. Literatūros šaltinio bibliografinių duomenų pateikimo forma priklauso nuo jo leidybos ypatumų. Jei knygos autorių ne daugiau kaip trys, jų pavardės rašomos pradžioje, jei daugiau – po knygos pavadinimo. Po to rašomi leidimo vietos bei leidyklos pavadinimai, leidimo metai, puslapių skaičius.

Cituojant straipsnį, duomenys rašomi tokia tvarka: autorių pavardės, straipsnio pavadinimas, leidimo metai, tomas, numeris, puslapis. Kai autorių daug, gali būti rašomos tik pirmųjų trijų autorių pavardės. Pateikiame būdingų knygų ir straipsnių bibliografinio aprašo pavyzdžių.

1. Fizikos praktikos darbai. 1 d. / Red. P. Brazdžiūnas. – Vilnius : Mintis, 1964. – 365 p.

2. Matvejevas A. Mechanika ir reliatyvumo teorija. – Vilnius : Mokslas, 1982. – 334 p.

3. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т. 5. Электричество и магнетизм. – Москва : Мир, 1997. – 299 с.

4. Petritz R. L. Theory of Photoconductivity in Semiconductor Films // Phys. Rev. – 1956, vol. 104, no. 6, p. 1508.

5. Medeišis A. S., Viščakas J. K. Holo ir Zeebeko efektų taikymas nustatant polikristalinių sluoksnių fizikinius parametrus // Liet. fiz. rinkinys. – 1975, t. 15, Nr. 2, p. 259.

Schemos ir diagramos braižomos pagal valstybinius standartus. Lentelės ir paveikslai numeruojami atskirai. Aprašo dalį, atitinkančią 1–7 skirsnius, būtina parengti ruošiantis laboratoriniam darbui.

3. FIZIKINIAI MATAVIMAI IR VIENETAI

3.1. FIZIKINIŲ DYDŽIŲ VIENETAI

Fizikinio dydžio matavimas – tai jo ir atitinkamo etalono, vadinamo matavimo vienetu, santykio radimas. Išmatavę fizikinį dydį sužinome, kiek kartų jis didesnis arba mažesnis už matavimo vienetą. Pagal sudarymo būdą fizikinių dydžių matavimo vienetai skirstomi į **bazinius** (etaloninius) ir **išvestinius**. Jų visuma sudaro matavimo vienetų sistemą. Baziniai vienetai sudaro jos pagrindą. Dabar naudojama tarptautinė matavimo vienetų sistema, priimta 1960 metais 11-ojoje tarptautinėje matų ir svorių konferencijoje. Sutrumpintai ji žymima SI.

Baziniai SI vienetai: ilgio vienetas – metras (m), masės vienetas – kilogramas (kg), laiko vienetas – sekundė (s), temperatūros vienetas – kelvinas (K), elektros srovės stiprio vienetas – amperas (A), šviesos stiprio vienetas – kandela (cd) ir medžiagos kiekio vienetas – molis (mol). Plokščiojo kampo vienetas radianas (rad) ir erdvinio kampo vienetas steradianas (sr) vadinami papildomaisiais baziniais SI vienetais.

Bazinio vieneto apibrėžtis visada siejama su jo realizacijos būdu, užtikrinančiu tiksliausią jo etalono atkūrimą. Atsiradus tikslesniam realizacijos būdui, keičiasi ir matavimo vieneto apibrėžtis. Ryškus to pavyzdžys yra ilgio vieneto metro apibrėžties pakeitimai.

Metras lygus kelio ilgiui, kurį šviesa nusklinda vakuume per 1/299792458 sekundės dalį.

Ši apibrėžtis priimta 1983 metais 17-ojoje generalinėje matų ir svorių konferencijoje. Nuo 1899 iki 1960 metų metras buvo apibrėžiamas kaip atstumas tarp dviejų skersinių brūkšnių platinos ir iridžio lydinio strype – metro prototipe, kuris saugomas Tarptautiniame matų ir svorių biure Sevre (Sevres) prie Paryžiaus. Metro ilgis buvo parinktas toks, kad jis sudarytų 1/40 000 000 Žemės meridianinio apskritimo dalį. Nuo 1960 metų metras buvo apibrėžiamas per bangos ilgį šviesos, kurią spinduliuoja kriptono izotopas ^{86}Kr oranžinėje spektro dalyje.

Kilogramas – tarptautinio etalono, saugomo Tarptautiniame matų ir svorių biure Sevre (Sevres) prie Paryžiaus, masė.

Kilogramo etelonas – 39 mm skersmens ir tokio paties aukščio ritinys, pagamintas iš 90% platinos ir 10% iridžio lydinio. Jį gaminant, bu-

vo stengiamasi parinkti masę, lygią vieno kubinio decimetro distiliuoto vandens masei esant 4°C temperatūrai. Vėliau tikslesni matavimai parodė, kad kilogramo etalono masė yra truputį didesnė. Vieno kubinio decimetro vandens masė esant 4°C temperatūrai lygi 0,999973 kg.

Sekundė lygi trukmei 9 192 631 770 periodų cezio ^{133}Cs atomo spinduliuotės, vykstant elektrono šuoliui tarp dviejų pagrindinės būsenos energijos spektro supersmulkiosios struktūros lygmenų.

Iki 1967 metų sekundės apibrėžtys buvo grindžiamos astronominiais stebėjimais.

Kelvinas – temperatūra arba jos pokytis, lygus 1/273,16 daliai absoliučiosios (termodinaminės) vandens trigubo taško temperatūros.

Vandens trys fazės drauge (trigubas taškas) egzistuoja esant 611 Pa slėgiui ir 237,16 K temperatūrai. Vandens užšalimo temperatūra esant normaliajam slėgiui (101 325 Pa) žemesnė už ją 0,00993 K. Praktinėms reikmėms naudojama suapvalinta vertė 0,01 K. Tokiu atveju 0°C atitinka 273,15 K.

Amperas – stipris tokios pastovios elektros srovės, kuriai tekant dviem lygiagrečiais plonais ir ilgais laidais, esančiais vakuume vieno metro atstumu vienas nuo kito, jų vieno metro ilgio atkarpai tenka $2 \cdot 10^{-7}$ N sąveikos jėga.

Standartiniais metrologiniais įrenginiais, skirtais ampero realizacijai, matuojama dviejų ričių magnetinės sąveikos jėga.

Kandela – šviesos stipris šaltinio, kurio monochromatinės $540 \cdot 10^{12}$ hercų spinduliuotės, tenkančios vienam steradianui, galia lygi 1/683 vato.

Šis vienetas skiriamas šviesos poveikiui žmogaus akiai įvertinti. Pažymėtina, kad $540 \cdot 10^{12}$ Hz dažnio šviesai žmogaus akis yra jautriausia (bangos ilgis 555 nm). Iki 1979 metų kandela buvo apibrėžiama kaip stipris šviesos, kurią spinduliuoja 1/600 000 m^2 paviršiaus ploto juodasis spinduolis statmena kryptimi platinos lydymosi temperatūroje, esant 101325 Pa slėgiui.

Molis – medžiagos kiekis, kuriame yra tiek atomų (molekulių, jonų arba kitų medžiagos struktūrinių elementų), kiek yra atomų 0, 012 kilogramo anglies izotopo ^{12}C.

Radianas – centrinis kampas, kurį atitinkančio lanko ilgis lygus spinduliui.

Kadangi apskritimo ilgio ir spindulio santykis lygus 2π, tai visą apskritimą atitinka 2π radianų centrinis kampas.

Praktinėms reikmėms dažniausiai naudojami nesisteminiai plokščiojo kampo vienetai – laipsniai (*deg*). Laipsnis – pilnutinio plokščiojo kampo $^1/_{360}$ dalis. Tokiu atveju $2\pi\ rad = 360\ deg$, o $1\ rad = 57{,}2958\ deg$. Naudojama ir senoji žymėjimo sistema: $1deg = 1^\circ$. Pilnutinio plokščiojo kampo $^1/_{400}$ dalis vadinama gradu (*grad*).

Steradianas – erdvinis kampas, kurio ribojamos sferos dalies plotas lygus jos spindulio kvadratui.

Erdvinį kampą riboja paviršius kūgio, kurio viršūnė yra sferos centre. Visą sferą atitinka 4π steradianų erdvinis kampas.

Išvestiniai vienetai sudaromi remiantis fizikos dėsniais bei sąvokomis. Jie išreiškiami baziniais vienetais. Pavyzdžiui, jėgos SI vienetas niutonas (N) sudaromas naudojant antrąjį Niutono dėsnį ($N = kgm{\cdot}s^{-2}$).

Pagal absoliučiąsias vertes matavimo vienetai skirstomi į **pagrindinius**, **kartotinius** ir **dalinius**. Kartotiniai vienetai sudaromi pagal formulę $k = 10^n p$, o daliniai – $d = 10^{-n} p$; čia p – pagrindinis vienetas, o n – sveikasis skaičius. Pavyzdžiui, jėgos pagrindinis vienetas – niutonas, kartotinis vienetas – kiloniutonas $kN = 10^3 N$, o dalinis – miiiniutonas $mN = 10^{-3} N$. Svarbiausi pagrindiniai vienetai yra baziniai. Kartotiniai ir daliniai vienetai leidžia išreikšti bet kokią fizikinio dydžio vertę sveikuoju skaičiumi, neviršijant trijų ženklų. Jų pavadinimai sudaromi pridedant atitinkamus priešdėlius prie pagrindinių vienetų pavadinimų. Šie priešdėliai ir atitinkami daugikliai pateikiami 1 lentelėje.

1 lentelė. **Kartotinių ir dalinių vienetų sudarymo daugikliai ir priešdėliai**

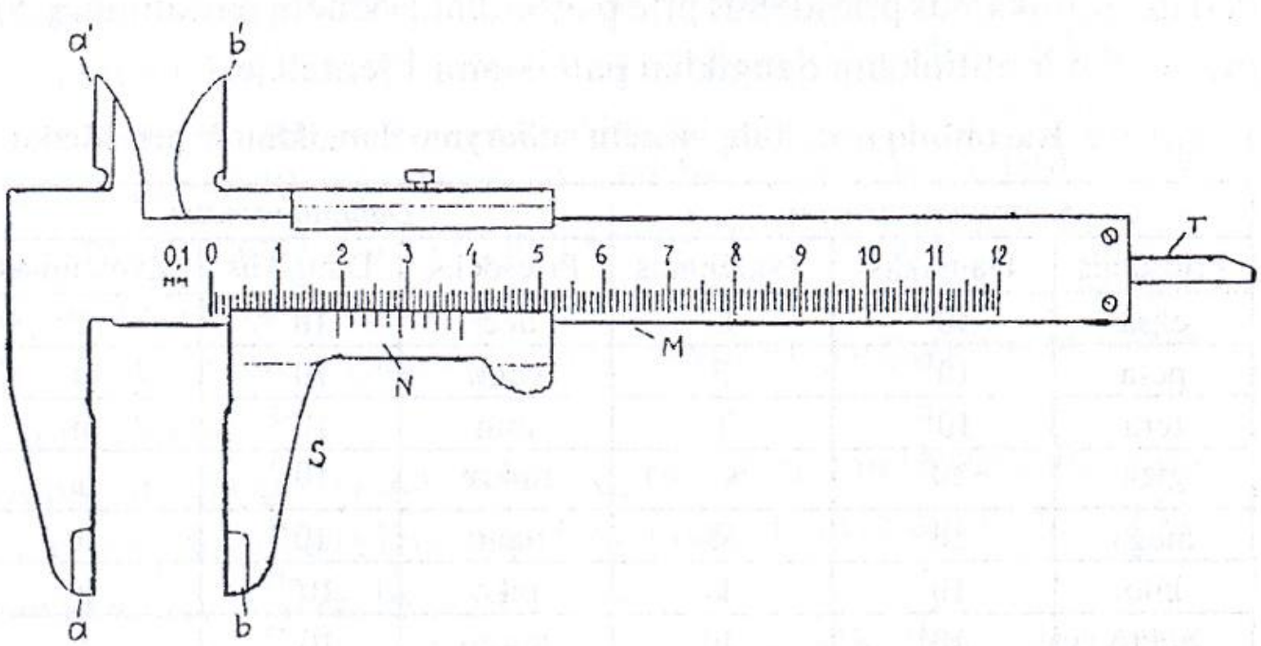
Kartotiniai vienetai			*Daliniai vienetai*		
Priešdėlis	Daugiklis	Žymėjimas	Priešdėlis	Daugiklis	Žymėjimas
eksa	10^{18}	E	deci	10^{-1}	d
peta	10^{15}	P	centi	10^{-2}	c
tera	10^{12}	T	mili	10^{-3}	m
giga	10^{9}	G	mikro	10^{-6}	μ
mega	10^{6}	M	nano	10^{-9}	n
kilo	10^{3}	k	piko	10^{-12}	p
hekto	10^{2}	h	femto	10^{-15}	f
deka	10^{1}	da	atto	10^{-18}	a

Matavimo būdai skirstomi į **tiesioginius** ir **netiesioginius**. Atliekant tiesioginį matavimą, dydžio vertę parodo tam tikros paskirties prietaisas. Antruoju atveju dydžio vertė apskaičiuojama pagal atitinkamas formules, tiesiogiai išmatavus jose įrašytus dydžius. Pavyzdžiui, automobilio greitį tiesiogiai galima išmatuoti spidometru, o netiesiogiai – išmatavus jo nuvažiuotą kelią ir tam sugaištą laiką.

3.2. ILGIŲ IR KAMPŲ MATAVIMAS

Paprasčiausias ilgio matavimo prietaisas yra milimetrinė liniuotė. Ji paprastai naudojama tada, kai tenkina 0,5÷0,1 milimetro tikslumas. Tiksliausios liniuotės turi 0,1 mm padalas, matomas pro specialią lupą.

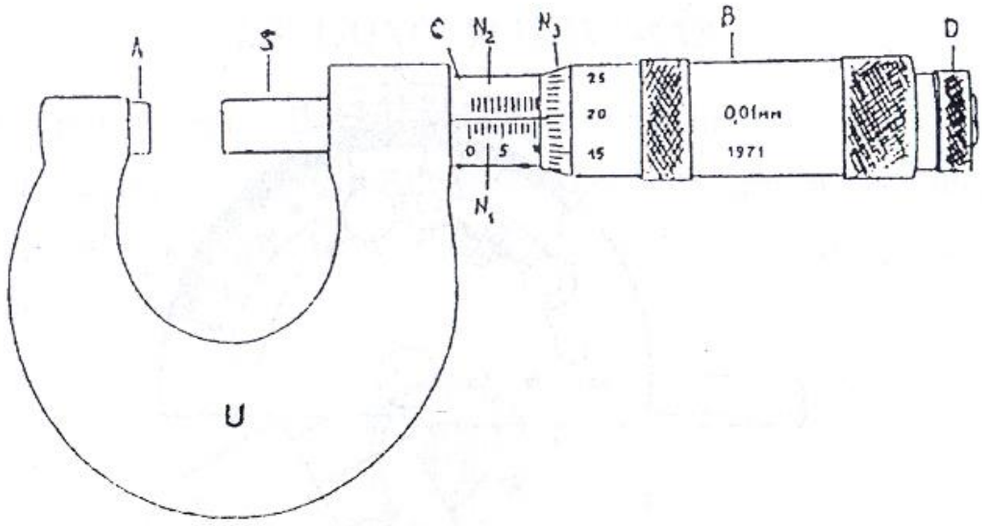
Dar tiksliau ilgis matuojamas slankmačiais ir mikrometrais. Slankmatį sudaro speciali milimetrinė liniuotė su slankikliu *S* (1 pav.). Slankiklis turi dešimties arba dvidešimties padalų nonijaus skalę *N*. Nulinėje padėtyje pirmoji šios skalės padala sutampa su pirmąja pagrindinės skalės *M* padala, o paskutinioji – atitinkamai su devynioliktąja arba trisdešimt devintąja. Jeigu nonijaus skalė turi dešimt padalų, tai milimetro dešimtųjų dalių skaičius lygus nonijaus skalės padalos, sutapusios su pagrindinės skalės padala, eilės numeriui. Antruoju atveju milimetro dalių skaičius lygus minėtos padalos eilės numeriui, padaugintam iš 0,05.



1 pav. **Slankmatis**

Sveiką milimetrų skaičių parodo nonijaus skalės pirmosios padalos padėtis milimetrinėje skalėje *M*. Matuojamas kūnas dedamas tarp atramų *a* ir *b* galų. Atramos *a'* ir *b'* naudojamos matuojant kiaurymės arba įpjovos dydį. Matuodami kiaurymės gylį, slankiklį *S* pastumiame tiek, kad strypelis *T* atsiremtų į jos dugną. Slankmačio, pavaizduoto 1 pav., skalių padėtys atitinka 19,4 mm ilgį.

Mikrometras skirtas nedideliems ilgiams tiksliai matuoti. Jį sudaro mažo žingsnio sraigtas *S*, įsukamas į cilindro formos įvorę *C*, sujungtą su tvirta plienine apkaba *U* (2 pav.). Išilgai įvorės korpuso įbrėžtos dvi milimetrinės skalės N_1 ir N_2, pasislinkusios viena kitos atžvilgiu 0,5 mm. Sraigtas nejudamai sujungtas su vamzdine mova *B*, kurios pradžioje yra uždara penkiasdešimties padalų skalė N_3. Vieną sraigto apsuką atitinka 0,5 mm poslinkis išilgai jo ašies. Taigi viena skalės N_3 padala atitinka 0,01 mm poslinkį.

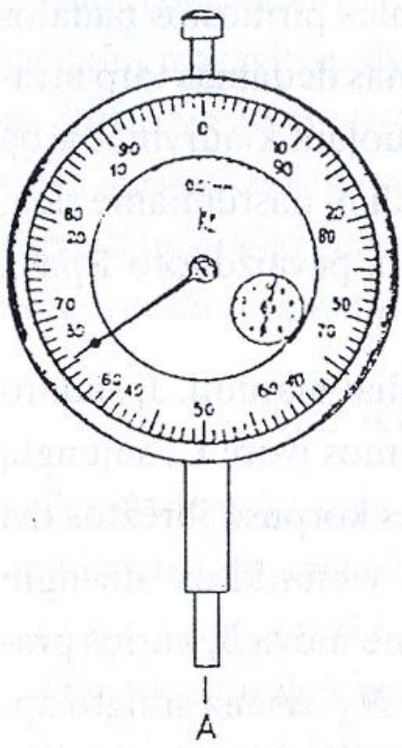


2 pav. **Mikrometras**

Matuojamas kūnas dedamas tarp atramos *A* ir sraigto *S*. Šis sukamas galvute *D*, sujungta su juo specialia sankaba. Sraigtui pradėjus šiek tiek spausti matuojamą kūną, galvutė pradeda slysti. Dėl to sriegiai nepersukami ir nedeformuojamas matuojamas kūnas.

Prieš matavimą būtina patikrinti nulinę mikrometro padėtį. Jeigu, liečiantis sraigtui su atrama *A*, skalė N_3 jau rodo keletą padalų, tai jas atimame iš mikrometro rodmenų, gautų matuojant ilgį.

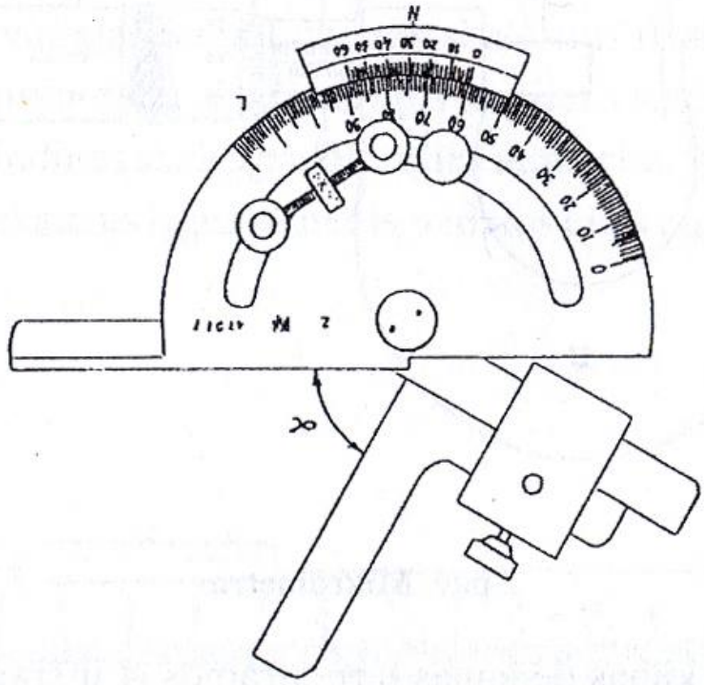
Lietuvos nacionalinė M.Mažvydo biblioteka



3 pav. **Rodyklinis mikrometras**

Deformacijas patogu matuoti rodykliniu mikrometru (3 pav.). Jo rodmenys atskaitomi apskritimo formos skalėje, kurios padala atitinka 0,01 mm. Matuojamas kūnas remiasi į judamą atramą A, kurios poslinkis perduodamas į dantračių sistemą, sujungtą su rodykle.

Kampo dydis vertinamas pagal jį atitinkančio lanko, kurio kreivumo spindulys žinomas, ilgį. Paprasčiausias kampų matavimo prietaisas matlankis turi pusės apskritimo ilgio lanką, padalytą į 180 padalų – laipsnių. Tiksliems matavimams naudojami kampamačiai, turintys nonijaus skales kaip ir slankmačiai. Kampamačio, pavaizduoto 4 pav., nonijaus skalė N turi 60 padalų. Tokiu kampamačiu kampą α išmatuosime vienos minutės tikslumu.



4 pav. **Kampamatis**

Ypač tiksliai (kelių sekundžių tikslumu)kampai matuojami optiniais goniometrais. Kampai tarp įvairių krypčių erdvėje matuojami optiniu prietaisu teodolitu, turinčiu dvi tarpusavyje statmenas kampines skales. Dažniausiai šis prietaisas naudojamas geodezijoje.

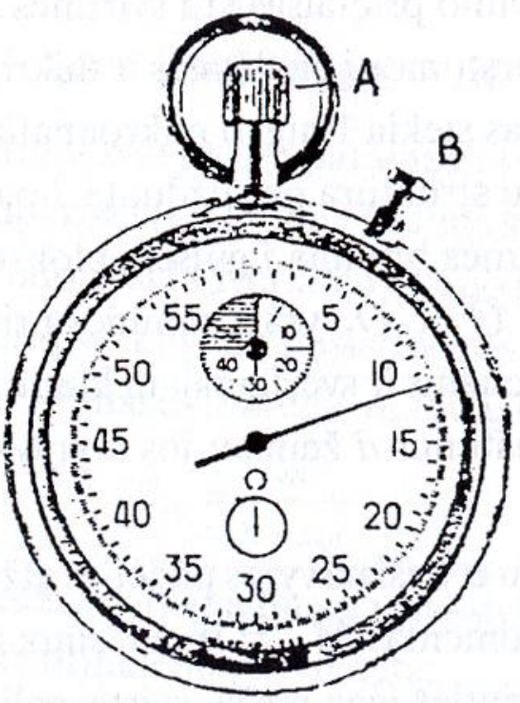
Plokštumos horizontalumui įvertinti naudojamas gulsčiukas. Jo indikatorius yra uždaras lygiagrečių sienelių vamzdelis, pripildytas neklampaus skysčio, paliekant nedidelį oro burbuliuką. Jis tvirtinamas lygiagrečiai su gulsčiuko darbine plokštuma, glaudžiama prie tiriamo objekto. Horizontalią kryptį atitinka burbuliuko padėtis ties vamzdelio viduriu. Norint nustatyti plokštumos horizontalumą, matavimą reikia atlikti dviem statmenomis kryptimis. Nuožulnumo kampams tiksliai matuoti naudojamas prietaisas, vadinamas optiniu kvadrantu.

Horizontalumo indikatorių, montuojamą į įvairius prietaisus, sudaro cilindro formos indelis, uždengtas stikliniu dangteliu, kurio centras pažymėtas mažu apskritimu. Jame atsiduria oro burbuliukas, kai padėtis horizontali.

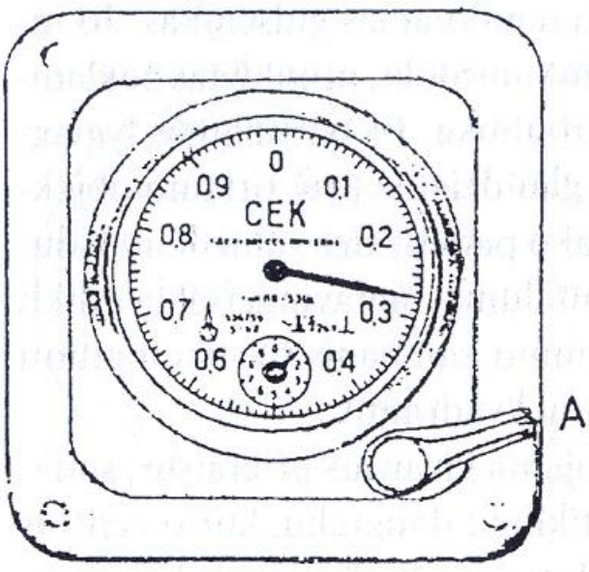
Vertikalioji kryptis randama gulsčiuku, turinčiu indikatorinį vamzdelį, statmeną jo darbinei plokštumai. Paprasčiausias vertikaliosios krypties nustatymo prietaisas yra svambalas. Jį sudaro siūlu laisvai pakabintas pasvaras. Kai jis nejuda, siūlo padėtis vertikali.

3.3. LAIKO MATAVIMAS

Vienas iš paprastesnių dažnai naudojamų tikslių laiko matavimo prietaisų yra mechaninis sekundometras (5 pav.). Jis paleidžiamas ir stabdomas paspaudžiant galvutę *A*. Paspaudus galvutę *B*, rodyklės grįžta į pradinę padėtį.



5 pav. **Mechaninis sekundometras**



6 pav. **Elektromechaninis chronometras**

Trumpesnius laiko intervalus galima matuoti elektromechaniniu chronometru (6 pav.). Jo mechanizmo pagrindas yra elektromagnetinis vibratorius, virpantis tinklo įtampos dažniu. Šis judėjimas perduodamas į dantračių sistemą, sujungtą su rodykle. Tokio chronometro skalės padala atitinka 0,01 s. Chronometras stabdomas nutraukiant srovę vibratoriaus grandinėje. Rodyklės grąžinamos į nulinę padėtį, pasukus mentelę A nurodyta kryptimi.

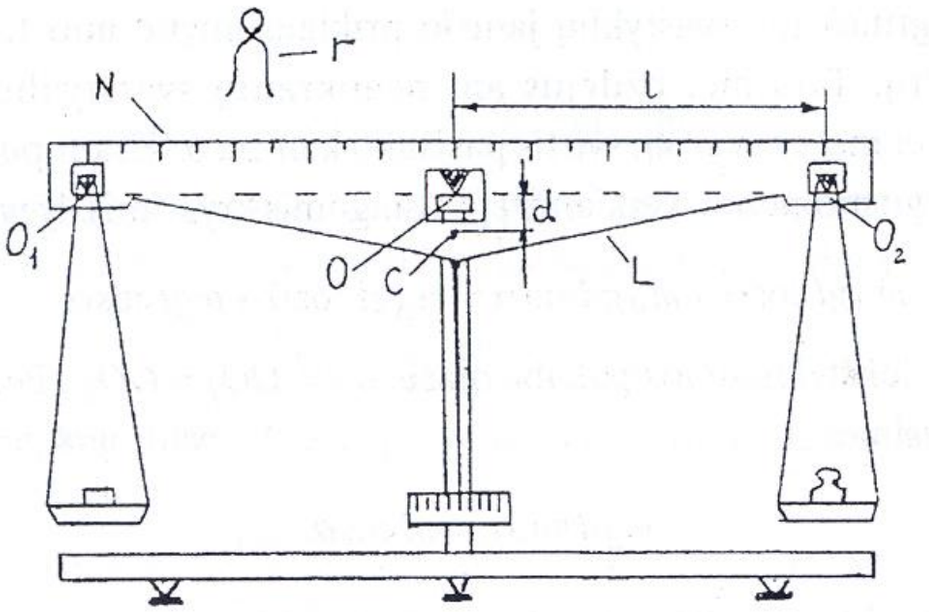
Labai trumpiems laiko intervalams matuoti naudojami elektroniniai chronometrai. Jais galima matuoti laiką nuo dešimčių iki dešimtųjų dalių mikrosekundžių. Tokiais prietaisais paprastai matuojamas laikas tarp dviejų elektrinių impulsų arba vieno elektrinio impulso trukmė.

3.4. SVĖRIMAS

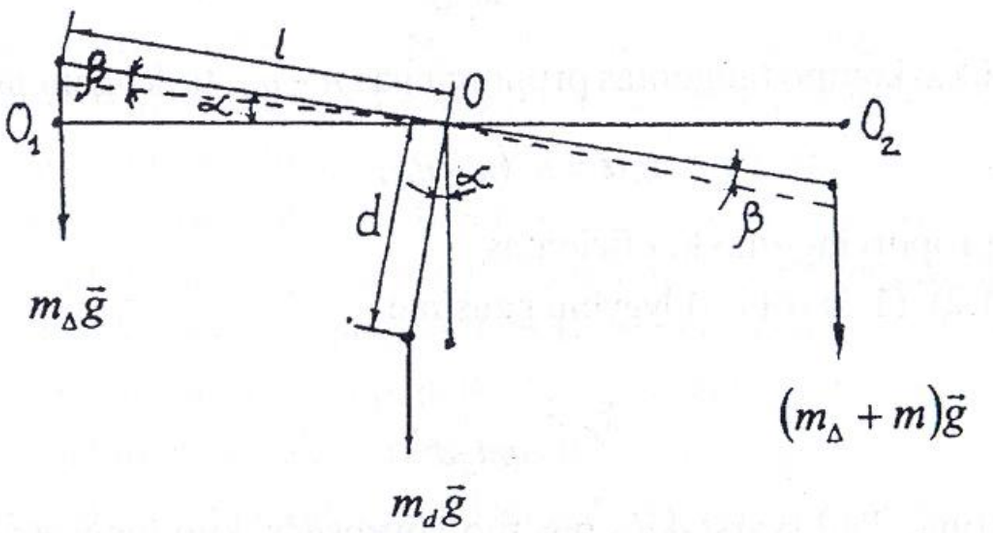
Svėrimas – kūno masės radimas lyginant jo gravitacinę savybę arba inertiškumą su analogiškomis etaloninio kūno savybėmis. Absoliutus ir paprastas masės matavimo prietaisas yra svirtinės svarstyklės. Tikslios svirtinės svarstyklės skirstomos į analizines ir mikroanalizines. Analizinių svarstyklių tikslumas siekia 1 mg, o mikroanalizinių – iki 10^{-3} mg.

Svirtinių svarstyklių struktūra pavaizduota 7 pav. Simetriška svirtis L taške O remiasi prizmės briauna į gulsčią plokštelę, pritvirtintą virš stovo. Svirties galuose O_1 ir O_2 yra atraminės prizmės, ant kurių prikabintos lėkštelės svareliams ir sveriamajam kūnui. Svirties svorio centras C yra nedideliu atstumu d žemiau jos svyravimų ašies, einančios per tašką O.

Pasukus svirtį kampu α pusiausvyros padėties atžvilgiu, atsiranda grąžinantis ją atgal jėgos momentas $M_d = m_d g d \sin\alpha$; čia m_d – svirties masė (8 pav.). Kadangi trinties jėga maža, svirtis gali gana ilgai svyruoti. Siekiant to išvengti, naudojami specialūs slopintuvai.



7 pav. **Svirtinės svarstyklės**



8 pav. **Svirtį veikiančios jėgos**

Pagrindiniai svirtinių svarstyklių parametrai yra jų konstanta (padalos vertė) ir leistinė apkrova (maksimali leistinė sveriamoji masė). Svarstyklių konstanta parodo, kokia sveriamoji kūno masė atitinka vieną padalą. Jeigu neapkrautų svarstyklių pusiausvyros padėtis atitinka skalės padalą n_0, o uždėjus m masės svarelį – n, tai jų konstanta

$$c_m = \frac{m}{n - n_0}. \tag{1.1}$$

Konstantai atvirkščias dydis vadinamas svastyklių jautriu. Jis parodo, koks padalų skaičius atitinka masės vienetą:

$$k_n = \frac{n - n_0}{m}. \tag{1.2}$$

Panagrinėkime svastyklių jautrio priklausomybę nuo techninių jų parametrų. Tarkime, uždėjus ant neapkrautų svarstyklių lėkštelės nedidelį m masės svarelį, svirtis pasisuko kampu α. Esant pusiausvyrai, galioja jėgų momentų, veikiančių preišingomis kryptimis, lygybės sąlyga:

$$m_{\Delta} gl\cos\alpha + m_d gd\sin\alpha = m_{\Delta} gl\cos\alpha + mgl\cos\alpha\,; \qquad (1.3)$$

čia m_{Δ} – lėkštelės su jos pakaba masė, o $l = OO_1 = OO_2$. Pertvarkę šią lygtį, gausime

$$m_d d\sin\alpha = ml\cos\alpha \qquad (1.4)$$

arba

$$tg\alpha = \frac{ml}{m_d d}\cdot \qquad (1.5)$$

Posūkio kampo tangentas proporcingas $n - n_0$, todėl galima užrašyti

$$tg\alpha = a\cdot(n - n_0)\,; \qquad (1.6)$$

čia a – proporcingumo koeficientas.

Iš (1.2), (1.5) ir (1.6) lygybių gausime

$$k_n = \frac{l}{am_d d}\cdot \qquad (1.7)$$

Matome, kad svarstyklės bus tuo jautresnės, kuo lengvesnė svirtis, ilgesnis jos petis ir mažesnis svorio centro nuotolis nuo svyravimų ašies. Išvedant (1.7) formulę buvo laikoma, kad atramų taškai O, O_1 ir O_2 yra vienoje tiesėje, o svarstyklių svirtis nesideformuoja. Tokiu atveju svarstyklių jautris nuo apkrovos nepriklauso. Svarstyklės konstruojamos taip, kad esant leistinei apkrovai jų jautrio priklausomybės nuo apkrovos galima būtų nepaisyti.

Panagrinėsime svarstyklių apkrovos įtaką jų jautriui. Svirčiai deformuojantis, taškai O_1 ir O_2 pasislenka vienodais atstumais žemyn. Tokiu atveju svirties pečių posūkio kampai pakis tam tikru dydžiu β (8 pav.). Vieno peties posūkio kampas bus α–β, o kito – α+β. Pagal svirties pusiausvyros sąlygą,

$$m_{\Delta} gl\cos(\alpha - \beta) + m_d gd\sin\alpha = (m + m_{\Delta})gl\cos(\alpha + \beta)\,. \qquad (1.8)$$

Kadangi

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta \,, \tag{1.9}$$

o kampai α ir β gana maži, tai sandaugos $\sin\alpha\sin\beta$ galima nepaisyti. Įrašę tai į (1.8) lygtį ir ją pertvarkę gausime, kad svarstyklių jautris

$$k_n = \frac{l}{am_d d}\cos\beta \,. \tag{1.10}$$

Matome, kad mažų β verčių atveju svarstyklių jautris menkai priklauso nuo apkrovos.

Svirties atramos plokštuma turi būti horizontali. Šią padėtį randame gulsčiuko tipo indikatoriumi, įmontuotu į svarstyklių pagrindą, arba greta stovo pakabintu svambalu. Svarstyklių horizontalumą reguliuojame keisdami įsukamų į pagrindą kojelių ilgį.

Analizinės svarstyklės turi specialius svarelių komplektus. Didesnės masės svareliai gaminami iš žalvario, o mažesnės, pradedant nuo 500 mg, – iš aliuminio. Mažiausio svarelio masė lygi 10 mg.

Jeigu reikia mažesnio negu 10 mg svarelio, naudojame svirties skalę *N*. Ši skalė turi 10 stambesnių padalų su įgilinimais, pažymėtų skaičiais, didėjančiais iš kairės į dešinę nuo 0 iki 10. Kiekvienas šis intervalas padalytas į dešimtį smulkesnių padalų. Ant šios skalės kabinamas vielinis žiogeliu vadinamas svarelis *r*, turintis apkabos su kilpele formą. Jei žiogelio masė 5 mg, tai jį perkėlus per vieną skalės skaičių iš kairės į dešinę, svirtis pasisuks tiek pat, kiek ir padėjus ant dešinės lėkštelės 1 mg masės svarelį. Žiogelio padėtis ties nuline padala atitinka svarelių masės dešinėje lėkštelėje sumažėjimą penkiais miligramais, o padėtis ties dešimtąja padala – tokį pat padidėjimą. Tokiu atveju sveriamo kūno masė

$$m = m_s + c_m(n - n_0) + (n_r - 5); \tag{1.11}$$

čia m_s – svarelių masė, n_r – svirties skalės padala, atitinkanti žiogelio padėtį, o n ir n_0 – atitinkami apkrautų ir neapkrautų svarstyklių skalės rodmenys. Antrasis ir trečiasis narys išreiškiami miligramais. Svirčiai svyruojant, jos pusiausvyrą atitinkančią padalą randame kaip nuokrypių į kairę ir dešinę aritmetinį vidurkį.

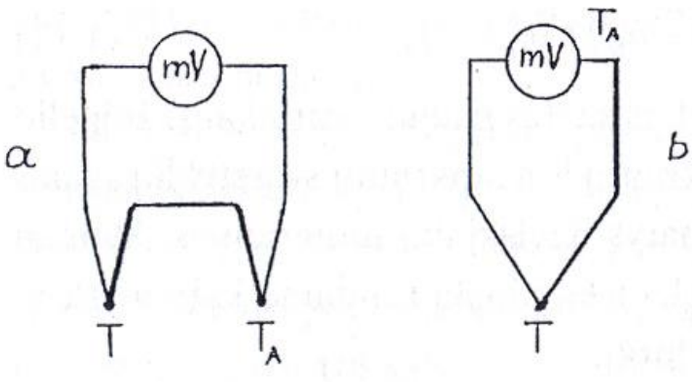
Maži masių skirtumai tiksliau randami diferencialiniu svėrimo būdu. Tarkime, reikia įvertinti masių skirtumą $m_2 - m_1 = m$. Iš pradžių sve-

riame lengvesnį kūną ir užrašome skalės padalą n_1, atitinkančią svirties pusiausvyrą. Po to sveriame sunkesnį kūną, palikdami anksčiau uždėtus svarelius ir pridėdami papildomus. Jeigu papildomų svarelių masė m', o naująją svirties pusiausvyrą atitinka padala n_2, tai $m = m' + c_m(n_2 - n_1)$. Šiuo atveju svarelių, panaudotų sveriant lengvesnį kūną, paklaida eliminuojama.

Svėrimo taisyklės. 1. Prieš sveriant, būtina patikrinti svarstyklių horizontalumą. 2. Nuimant ir padedant ant lėkštelių svarelius bei perkeliant žiogelį, svirtis turi būti aretuota. Negalima liesti nearetuotų svarstyklių svirties bei lėkštelių. 3. Sveriami kūnai ir svareliai dedami ties lėkštelės viduriu. 4. Svareliai imami pincetu. Kiekvienas svarelis grąžinamas į dėkle pažymėtą vietą. 5. Aretyras atsukamas pamažu, stebint rodyklės nukrypimą. Jeigu rodyklė išeina iš ribų, svarstyklės vėl aretuojamos ir atitinkamai padidinama arba sumažinama svarelių masė. 6. Sveriant lėkštelės neturi svyruoti. Svirties svyravimus galima slopinti aretyru – jis pamažu užsukamas ir vėl atsukamas.

3.5. TEMPERATŪROS MATAVIMAS

Temperatūros matavimo metodai grindžiami fizikiniais reiškiniais, susijusiais su šiluminiu judėjimu. Pirmiausia buvo sukurti termometrai, panaudojant dujų bei skysčių šiluminės plėtros reiškinį. Skystinį termometrą sudaro uždaras indas, pripildytas skysčio ir sujungtas su kapiliaru, pritvirtintu prie skalės. Indą kaitinant, skystis užima kapiliaro dalį proporcingai temperatūros pokyčiui. Jeigu termometrinė medžiaga – dujos, tai temperatūros pokytis įvertinamas išmatavus slėgio pokytį esant pastoviam tūriui, arba tūrio pokytį esant pastoviam slėgiui.



9 pav. **Termoelektrinių termometrų schemos**

Fizikos laboratorijose labai plačiai naudojami termoelektriniai (termoporiniai) ir termovaržiniai termometrai. Termoelektrinį termometrą sudaro termopora ir įtampos matavimo prietaisas (milivoltmetras, mikrovoltmetras).

Termopora gaminama iš dviejų skirtingų metalų vielų suvirintais galais. Skirtingų metalų kontakto srityje egzistuoja potencialų skirtumas, priklausantis nuo jų savybių ir temperatūros. Naudojamos dviejų jungčių (a) ir vienos jungties (b) termoporos. Viena jungtis priglaudžiama prie matuojamos temperatūros T objekto, sudarant kuo geresnį šiluminį kontaktą, o kita laikoma tiksliai žinomos temperatūros T_A aplinkoje, pavyzdžiui, inde su tirspstančiu ledu. Vienos jungties termoporos vielų laisvieji galai jungiami prie įtampos matavimo prietaiso. Taip sudaroma antroji jungtis, kurios temperatūra lygi prietaiso temperatūrai (T_A). Abiem atvejais jo rodoma termoelektrinė įtampa U vienodai priklauso nuo temperatūrų T ir T_A skirtumo. Jos priklausomybę nuo temperatūros galima aprašyti antros eilės polinomu:

$$U = \alpha(T - T_A) + \gamma(T - T_A)^2; \qquad (1.12)$$

čia α ir γ – termoelektriniai koeficientai, priklausantys nuo termoporos metalų savybių. Priklausomai nuo reikalaujamo tikslumo tam tikrame temperatūrų intervale antrojo nario galima nepaisyti. Tokiu atveju gausime, kad

$$T = T_A + \alpha^{-1} \cdot U. \qquad (1.13)$$

Termoporų vielos gaminamos pramoniniu būdu. Termoporų elektrovaros vertės, kai $T_A = 0°C$, pateikiamos techniniuose žinynuose ir lentelėse. Nustatant pagal jas temperatūrą, būtina įsitikinti, ar panaudoto įtampos matavimo prietaiso varža daug didesnė negu termoporos. Termoelektriniais termometrais galima matuoti temperatūrą nuo 1 K iki 3000 K.

Maždaug tokiam pačiam temperatūrų intervalui tinka termovaržiniai termometrai. Jų veikimas pagrįstas kietųjų kūnų elektrinės varžos priklausomybe nuo temperatūros. Kylant temperatūrai, metalų varža tiesiškai didėja:

$$R = R_1 + \beta(T - T_1); \qquad (1.14)$$

čia β – temperatūrinis varžos koeficientas, o R_1 – varža temperatūroje T_1. Jeigu metalas pakankamai grynas, tokia priklausomybė galioja beveik iki helio virimo temperatūros (~4,2 K).

Termoelektriniai bei termovaržiniai termometrai graduojami pagal medžiagų lydymosi, virimo bei trigubų taškų temperatūras.

4. TIESIOGINIŲ MATAVIMŲ PAKLAIDOS

Kiekvienas dydis gali būti išmatuotas tik ribotu tikslumu, priklausančiu nuo prietaisų tikslumo, matavimo sąlygų bei metodo ir kitų priežasčių. **Intervalas, kurio ribose tikėtinas matavimo rezultato nuokrypis į didesnių ar mažesnių verčių pusę, vadinamas neapibrėžties intervalu.** Užrašant išmatuoto dydžio neapibrėžties intervalą, nurodomos jo rėžių mažesnioji (x_m) ir didesnioji (x_d) vertės: $[x_m, x_d]$. Neapibrėžties intervalo rėžių verčių skirtumas vadinamas **neapibrėžtimi**: $x_d - x_m = \delta x$. Pavyzdžiui, matuojant ilgį mikrometru, rezultato neapibrėžties intervalas sudaro 0,01 mm. Nuokrypis nuo matavimo rezultato gali būti tiek teigiamas, tiek neigiamas. **Skaičius, parodantis, koks absoliutus nuokrypis nuo matavimo rezultato yra tikėtinas, vadinamas absoliučiąja matavimo paklaida.** Teigiami ir neigiami nuokrypiai nuo matavimo rezultato dažniausiai praktikoje pasitaikančiais atvejais yra vienodai tikėtini. Tada galima sakyti, kad absoliučioji paklaida lygi pusei neapibrėžties intervalo. Jeigu išmatuota dydžio vertė lygi x, o matavimo paklaida – Δx, tai neapibrėžties intervalas lygus verčių $x + \Delta x$ ir $x - \Delta x$ skirtumui. Matavimo rezultatas užrašomas kartu su paklaida: $x \pm \Delta x$. Absoliučiosios paklaidos ir išmatuoto dydžio verčių santykis $\frac{\Delta x}{x}$ vadinamas **santykine matavimo paklaida**, o analogiškas neapibrėžties santykis $\frac{\delta x}{x}$ – **santykine neapibrėžtimi**. Jos išreiškiamos dešimtainėmis trupmenomis arba procentais.

Pagal pasireiškimo kartojant matavimus pobūdį paklaidos skirstomos į **sistemines** ir **atsitiktines**. Kartojant matavimus, atsitiktinės paklaidos absoliutus dydis ir ženklas kinta, o sisteminė paklaida išlieka pastovi.

Sistemines paklaidas lemia matavimo prietaisų netikslumai, eksperimento metodikos netobulumai, teorinio modelio ir aprašomo fizikinio proceso neatitikimas bei kiti pastovūs veiksniai. Matavimo prietaiso sąlygojama sisteminė paklaida pateikiama jo techniniame pase. Ji parodo, koks tikėtinas verčių pasiskirstymo intervalas, kartojant matavimą kitais to paties tipo prietaisais, kai nėra atsitiktinių matavimą lemiančių veiksnių.

Rodyklinio elektros srovės arba įtampos matavimo prietaiso skalės plokštėje užrašoma procentinė paklaida, atitinkanti rodyklės nuokrypį per visą skalę (ribinę matavimo vertę). Ji vadinama tikslumo klase. Pagal ją apskaičiuojama prietaiso absoliučioji paklaida. Pavyzdžiui, ampermetro ribinės matavimo vertės (I_m) yra 2 ir 5 A, o tikslumo klasė $k=0,5$. Srovės stiprio sisteminę paklaidą apskaičiuosime pagal formulę $\Delta I=I_m k10^{-2}$. Pirmuoju atveju gausime 0,01 A, o antruoju – 0,025 A. Elektroninių skaitmeninių srovės ir įtampos matavimo prietaisų sisteminės paklaidos dažniausiai sudaro 0,1–0,01%. Įtampos ir srovės pokyčius jais galima išmatuoti paskutinio skaitmens vieneto tikslumu.

Metalinės 1000 mm liniuotės sisteminė paklaida lygi 0,2 mm, o 300 mm ir mažesnių – 0,1 mm. Medinių 500 mm liniuočių paklaida – 1 mm. Šios paklaidos atitinka maksimalų matuojamą ilgį. Matuojant ilgį metaline liniuote, atskaitos paklaida gali būti didesnė už jos sisteminę. Slankmačių ir kampamačių sisteminės paklaidos lygios jų nonijaus skalių padalų vertėms – 0,1 arba 0,05 mm, o mikrometrų, skirtų ilgiams iki 100 mm matuoti, sudaro 0,005 mm. Objektmikrometro (optinės skalės) 1 mm ilgio su 0,1 mm padalomis paklaida lygi 2 μm. Okuliarinio mikrometro 1 mm ilgio paklaida sudaro 5 μm.

Tūrio matavimo indo iki 25 cm^3 sisteminė paklaida sudaro 1% maksimalios vertės, o 50–1000 cm^3 tūrio – 0,5%. Skystį perpylus, paklaida dvigubinama.

Sekundometro rankinio paleidimo ir stabdymo paklaida lygi 0,3 s. Ji lemia tikslumą matuojant trukmes iki vienos minutės. Matuojant mechaniniu 0,2 s žingsnio sekundometru ilgesnes trukmes, sisteminė paklaida didėja ir esant 15 min. vertei ji lygi 1 s. Elektromechaniniai sekundometrai daug tikslesni. Jų sisteminės paklaidos sudaro 0,02–0,03 s.

Gyvsidabrinių ir spiritinių termometrų, skirtų temperatūrai nuo 0 iki 100°C matuoti, sisteminės paklaidos lygios vienos padalos vertei, jei ji atitinka 1 arba 2 K. Jeigu padalos vertė 0,1 K, sisteminė termometro paklaida lygi 0,2 K. Temperatūros pokyčius galima išmatuoti atskaitos tikslumu.

Ketvirtosios tikslumo klasės svarelių paklaidos pateikiamos 2 lentelėje.

2 lentelė. **Ketvirtosios tikslumo klasės svarelių paklaidos**

m,g	0,05	0,1	0,2	0,5	1	2	5	10	20	10	200	500
$\Delta m,mg$	1	1	2	3	4	6	8	12	20	40	60	80

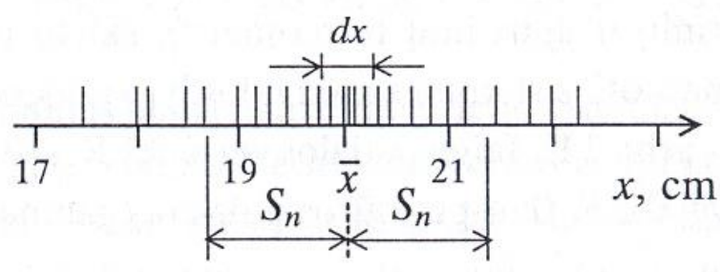
Trečiosios tikslumo klasės svarelių paklaidos dešimt kartų mažesnės už ketvirtosios, o antrosios – penkiasdešimt kartų.

Ketvirtosios tikslumo klasės garsinio dažnio srovės generatoriaus dažnio paklaida randama pagal formulę $3\% + \frac{2Hz}{\nu}$, o trečiosios klasės – $1\% + \frac{2Hz}{\nu}$.

Atsitiktines paklaidas lemia įvairios priežastys, priklausančios nuo laiko, pavyzdžiui, vibracijos, temperatūros bei elektros tinklo įtampos kitimų, eksperimentatoriaus klaidų ir t. t. Tarkime, n kartų matuodami dydį x, gavome vertes $x_1, x_2 \ldots x_i \ldots x_n$. Kokia yra ieškomo dydžio vertė? Tokiais atvejais dydžio verte laikoma ta, kuri labiausiai tikėtina, kitaip tariant, kuriai lygių bei artimų verčių yra daugiausia. Dažniausiai praktikoje pasitaikančiais atvejais tiksliausiai ieškomojo dydžio vertę atitinka gautų duomenų aritmetinis vidurkis:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}. \qquad (1.15)$$

Tuo vaizdžiai galime įsitikinti pažymėję gautas vertes brūkšneliais x ašyje. Aiškiai pamatysime, kad ties $\bar{x}$ verte brūkšnelių tankis didžiausias. Be to, didesnių ir mažesnių už $\bar{x}$ verčių skaičiai apytikriai vienodi. Paprasčiausiu tai iliustruojančiu eksperimentu gali būti trinties jėgos matavimai spyruokliniu dinamometru. Matavimų duomenų pasiskirstymas vaizduojamas 10 pav.



10 pav. **Matavimo duomenų pasiskirstymas pasireiškiant atsitiktinėms paklaidoms**

Skirtumas

$$\Delta x_i = x_i - \bar{x} \tag{1.16}$$

vadinamas **atskiro matavimo absoliučiąja atsitiktine paklaida**. Pavienės Δx_i vertės iš esmės nieko nepasako apie matavimo metodo tikslumą. Šiam tikslui paklaidų teorijoje naudojamas dydis, vadinamas vidutine kvadratine atskiro matavimo paklaida:

$$s_n = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}}. \tag{1.17}$$

Ji šiek tiek didesnė už vidutinę aritmetinę paklaidą:

$$r_n = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \ldots + |x_n - \bar{x}|}{n}. \tag{1.18}$$

Matavimų skaičiui didėjant, s_n vidutiniškai šiek tiek didėja, artėdama prie ribinės vertės σ, vadinamos standartiniu nuokrypiu.

$$\sigma = \lim_{n \to \infty} s_n. \tag{1.19}$$

Taip yra todėl, kad paeiliui atliktų dviejų matavimų vertės dažniausiai skiriasi mažiau negu labiau nutolusių. Matavimų skaičius laikytinas begaliniu, kai jam didėjant s_n kitimo galima nepaisyti. Standartinio nuokrypio kvadratas vadinamas ribine dispersija, o s_n^2 – pasirinktine dispersija. Kai matavimų skaičius pakankamai didelis, $\sigma = 1{,}25 s_n$.

Dažniausiai praktikoje pasitaiko tokie matavimo duomenų pasiskirstymo požymiai: į neapibrėžties intervalą $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$ patenka apie 70% gautų duomenų, aritmetinis vidurkis atitinka tikimiausią vertę (didžiausią pasirodymo tikimybę), teigiamų ir neigiamų nuokrypių nuo jo skaičiai praktiškai vienodi. Šie požymiai būdingi atsitiktinių dydžių Gauso (normaliajam) pasiskirstymui.

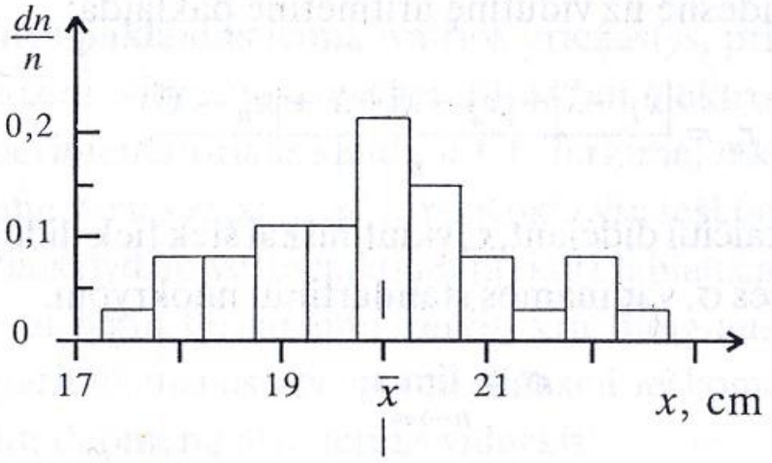
Tikimybė yra riba, prie kurios artėja santykis matavimų, kuriuos atliekant gauti numatomi rezultatai, skaičiaus (Δn) su visu matavimų skaičiumi (n), kai jį galima laikyti be galo dideliu.

$$p = \lim_{n\to\infty} \frac{\Delta n}{n}. \tag{1.20}$$

Tarkime, gautas dydžio x vertes padalijome vienodais nedideliais intervalais dx (11 pav.). Tokiu atveju tikimybę patekti matavimo rezultatui į pasirinktąjį intervalą [x, x + dx.] išreiškia santykis

$$dp = \frac{dn}{n}. \tag{1.21}$$

Tokios tikimybės pasiskirstymas, gautas pagal 10 pav. pateiktus matavimų rezultatus, pavaizduotas 11 pav. Jame išreikšti pagrindiniai Gauso pasiskirstymo bruožai.



11 pav. **Tikimybės patekti matavimo rezultatui į pasirinktąjį verčių intervalą pasiskirstymas**

Tikimybė patekti matavimo rezultatui į vienetinį verčių intervalą vadinama tikimybės tankiu. Pasirinktąjį verčių intervalą [x, x + dx.] atitinka tikimybės tankis:

$$Y = \frac{dp}{dx}. \tag{1.22}$$

Įrašę (1.21) formulę į (1.22) gausime, kad

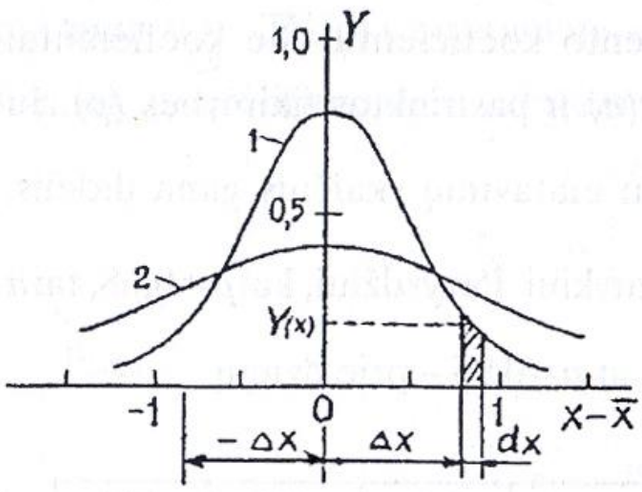
$$Y = \frac{dn}{n\,dx}. \tag{1.23}$$

Kai matavimų duomenys pasisikirsto pagal Gauso dėsnį, tikimybės tankio pasiskirstymą aprašo funkcija

$$Y = \frac{I}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{(\bar{x}-x)^2}{2\sigma^2}}. \tag{1.24}$$

Jos grafikai, atitinkantys skirtingas σ vertes, pavaizduoti 12 pav. Kuo tikslesni matavimai, tuo smailesnė funkcijos grafiko forma. Kai tikimybės tankio funkcija žinoma, tikimybė patekti matavimo rezultatui į intervalą [x, x + dx.], išreiškiama naudojant (1.22) formulę:

$$dp(x) = Y(x)dx. \tag{1.25}$$



12 pav. **Gauso pasiskirstymo funkcijos grafikai: 1-σ = 0,5; 2–σ = 1**

Intervalas *dx* turi būti gana mažas, kad *Y* kitimo jo ribose galima būtų nepaisyti. Tokiu atveju tikimybė *dp(x)* proporcinga atitinkamam ploteliui po Gauso funkcijos grafiku (12 pav.).

Gauso funkcija aprašo ir dydžių algebrinės sumos $y = x \pm z \pm ....$ verčių pasiskirstymą, jeigu pagal ją pasiskirsto parametrų *x, z,* ... vertės. Tokiu atveju

$$\sigma_y^{\,2} = \sigma_x^{\,2} + \sigma_z^{\,2} + ..., \tag{1.26}$$

o atitinkama vidutinė kvadratinė paklaida

$$s_{ny} = \sqrt{s_{nx}^2 + s_{nz}^2 + ...}\,. \tag{1.27}$$

Integruodami (1.25) lygtį, rasime tikimybę patekti matavimo rezultatui į verčių intevalą nuo $\bar{x} - \Delta x$ iki $\bar{x} + \Delta x$:

$$p = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\Delta x}^{\Delta x} e^{-\frac{(\Delta x)^2}{2\sigma^2}} dx \;; \tag{1.28}$$

čia $\Delta x = \bar{x} - x$. Ši tikimybė vadinama **patikimumo koeficientu** arba **pasikliaujamąja tikimybe**. Jos vertės randamos skaitmeniniu būdu ir pateikiamos specialiose lentelėse kaip santykio $\frac{\Delta x}{\sigma}$ funkcija. Didėjant nuokrypiui Δx, patikimumo koeficientas artėja prie vieneto. Pavyzdžiui, kai $\frac{\Delta x}{\sigma} = 1$, tai $p = 0{,}68$, kai $\frac{\Delta x}{\sigma} = 2$, $p = 0{,}95$, o kai $\frac{\Delta x}{\sigma} = 3$, $p = 0{,}997$.

Kadangi s_n yra vidutiniškai mažesnė už σ, tai ir intervalą $\Delta x = s_n$ atitinka p vertė, mažesnė negu 68%. Analogiškai, kai $\Delta x = 2s_n$, vertė bus mažesnė negu 95%. Dabar galioja metrologinis standartas, reikalaujantis, kad į paklaidos (Δx) sąlygojamą neapibrėžties intervalą $[\bar{x} - \Delta x,\ \bar{x} + \Delta x]$ patektų 95% išmatuotų verčių. Pageidaujama tikimybė pasiekiama padauginus s_n iš tam tikro koeficiento t_{np}, apskaičiuoto tikimybių teorijos metodais ir vadinamo Stjūdento koeficientu. Šie koeficientai priklauso nuo matavimų skaičiaus (n) ir pasirinktos tikimybės (p). Jų vertės pateikiamos 3 lentelėje. Kai matavimų skaičius gana didelis, Stjūdento koeficientas lygus $\frac{\Delta x}{\sigma}$ santykiui. Pavyzdžiui, kai $p=0{,}68$, tai n didėjant t_{np} artėja prie vieneto, o kai $p=0{,}95$ – prie dviejų.

3 lentelė. **Stjūdento koeficientai**

n\p	0,68	0,95	0,99	n\p	0,68	0,95	0,99
2	2,0	12,7	63,7	**9**	1,1	2,3	3,4
3	1,3	4,3	9,9	**10**	1,1	2,3	3,3
4	1,3	3,2	5,8	**15**	1,1	2,2	3,1
5	1,2	2,8	4,6	**20**	1,1	2,1	3,0
6	1,2	2,6	4,0	**40**	1,1	2,0	2,7
7	1,1	2,4	3,7	**80**	1,0	2,0	2,6
8	1,1	2,4	3,5				

Sandauga

$$\Delta x = s_n \cdot t_{np} \tag{1.29}$$

vadinama **vidutine atsitiktine (pasikliaujamąja) atskiro matavimo paklaida.** Ji apibūdina matavimo metodo tikslumą atsitiktinių veiksnių atžvilgiu.

Kai $p=0{,}68$, Stjūdento koeficientas lygus σ, ir s_n santykiui. Tokiu atveju užrašysime, kad

$$\sigma = s_n \cdot t_{n0,68}. \tag{1.30}$$

Ši formulė leidžia rasti standartinį nuokrypį σ esant nedideliam matavimų skaičiui.

Matavimų skaičius praktiškai visada ribotas, todėl aritmetinis vidurkis $\bar{x}$ yra priklausantis nuo matavimų skaičiaus dydžio su atitinkama atsitiktine paklaida. Kitaip tariant, atlikę kelis kartus po n matavimų, gausime skirtingas $\bar{x}$ vertes. Skirtumai tarp šių verčių bus gerokai mažesni negu tarp atskirų matavimų. Aritmetinį vidurkį sudaro n verčių suma (1.15), kurios kiekvieną narį atitinka ta pati vidutinė kvadratinė paklaida s_n/n. Tokios sumos vidutinei kvadratinei paklaidai galioja (1.27) formulė, todėl aritmetinio vidurkio vidutinė kvadratinė paklaida

$$\bar{s}_n=\sqrt{n\cdot\left(\frac{s_n}{n}\right)^2}. \tag{1.31}$$

Taigi

$$\bar{s}_n=\frac{s_n}{\sqrt{n}}. \tag{1.32}$$

Įrašę čia s_n išraišką (1.17), gausime

$$\bar{s}_n=\sqrt{\frac{\left(x_1-\bar{x}\right)^2+\left(x_2-\bar{x}\right)^2+\ldots+\left(x_n-\bar{x}\right)^2}{n\cdot(n-1)}}. \tag{1.33}$$

Aritmetinio vidurkio vidutinė kvadratinė paklaida $\sqrt{n}$ kartų mažesnė negu atskiro matavimo. Didėjant matavimų skaičiui, ji artėja prie nulio. Analogiškai kaip ir atskiram matavimui užrašysime, kad **vidutinė atsitiktinė (pasikliaujamoji) aritmetinio vidurkio paklaida**

$$\Delta\bar{x}=\bar{s}_n\cdot t_{np}. \tag{1.34}$$

Ji visiškai apibūdina gauto rezultato tikslumą, jeigu sisteminės paklaidos galima nepaisyti.

Pasitaiko, kai vienas ar keli matavimo duomenys skiriasi nuo kitų. Tai liudija, kad pasireiškė didelės atsitiktinės paklaidos, nebūdingos kitiems matavimo duomenims. Skaičiuojant atsitiktines paklaidas, tokie duomenys atmetami. Atmestinais laikomi tokie matavimų duomenys, kurių nuokrypiai nuo vidurkio $x_i-\bar{x}\geq 3s_n$. Po atmetimo skaičiuojamas naujas aritmetinis vidurkis ir randama vidutinė kvadratinė paklaida.

Galutinai įvertinant matavimo tikslumą, būtina atsižvelgti ir į sistemines paklaidas. Dažnai pasitaiko, kad sisteminės paklaidos yra daug mažesnės už atsitiktines arba atvirkščiai. Tokiais atvejais mažesniosios galima nepaisyti. Atsitiktinė $(\Delta\bar{x})_a$ ir sisteminė $(\Delta\bar{x})_s$ paklaidos sudedamos pagal formulę

$$\Delta\bar{x} = \sqrt{(\Delta\bar{x})_a^2 + (\Delta\bar{x})_s^2}\,. \qquad (1.35)$$

Šiuo atveju paklaida vadinama sumine. Kadangi sisteminė paklaida kartojant matavimą nekinta, tai aritmetinio vidurkio ir atskiro matavimo sisteminės paklaidos yra vienodos.

5. NETIESIOGINIŲ MATAVIMŲ PAKLAIDOS

Netiesiogiai matuojamas dydis *(y)* yra tiesiogiai matuojamų dydžių *(x, z, ...)* funkcija $y = y(x, z, ...)$. Kiekvieno tiesiogiai matuojamo dydžio įtaka *y* tikslumui priklauso nuo jų funkcinio ryšio. Pavyzdžiui, jeigu *y* formulėje esantis dydis *x* pakeltas kubu, o *z* – pirmuoju laipsniu, tai esant tam pačiam jų matavimų tikslumui pastarojo įtaka y paklaidai bus daug mažesnė.

Apskaičiuojant netiesioginio matavimo paklaidą, į funkcinį ryšį atsižvelgiama padauginus tiesiogiai išmatuoto dydžio paklaidą iš pirmosios išvestinės. Pavyzdžiui, jeigu matuojamoji funkcija $y = y(x)$, tai jos paklaida

$$\Delta y = \frac{\partial y}{\partial x} \cdot \Delta x. \qquad (1.36)$$

Jeigu funkcija priklauso nuo keleto tiesiogiai matuojamų parametrų *x, z, ...*, jos paklaida skaičiuojama atsižvelgiant į vidutinių kvadratinių paklaidų sumavimo formulę (1.27). Tokiu atveju

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x} \cdot \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial z} \cdot \Delta z\right)^2 + ...}; \qquad (1.37)$$

čia $\frac{\partial y}{\partial x}, \frac{\partial y}{\partial z}, ...$ – funkcijos y dalinės išvestinės pagal tiesiogiai matuojamus parametrus. Dalinių ir pilnutinių išvestinių formulės tokios pačios. Ieškant išvestinės pagal vieną parametrą, kiti laikomi pastoviais.

Skaičiuojant paklaidas pagal (1.37) formulę, nepatariama į ją įrašyti išvestinių išraiškas, nes tokiu atveju ji dažniausiai tampa gana sudėtinga ir padidėja skaičiavimo klaidos tikimybė. Išvestinių formules tikslinga užrašyti atskirai, o į (1.37) formulę įrašyti apskaičiuotas jų vertes bei atitinkamas paklaidas.

Skaičiuojant dydžių, išreiškiamų sudėtingomis formulėmis, paklaidas, racionalu taikyti **skaidymo į paprastesnes funkcijas metodą**. Beveik visada sudėtingą formulę galima nagrinėti kaip tiesinės priklausomybės, algebrinės sumos ir laipsninio tipo funkcijų derinį. Tuo tikslu panagrinėsime šių funkcijų paklaidų skaičiavimo formules.

Jeigu priklausomybė aprašoma tiesine funkcija

$$y = mx \tag{1.38}$$

arba

$$y = mx + c, \tag{1.39}$$

o m ir c - tikslūs skaičiai, tai pasinaudoję (1.37) formule gausime, kad paklaida

$$\Delta y = m\,\Delta x. \tag{1.40}$$

Analogiškai gausime, kad dydžių algebrinės sumos

$$y = x \pm z \pm \ldots \tag{1.41}$$

paklaida

$$\Delta y = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + \ldots}\,. \tag{1.42}$$

Daugeliu atvejų netiesiogiai matuojamo dydžio apskaičiavimo formulę galima pertvarkyti į laipsninių funkcijų sandaugą:

$$y = k\,x^m \cdot z^n \cdot \ldots; \tag{1.43}$$

čia m, n - bet kokie realieji skaičiai, teigiami ar neigiami, o k - tikslus koeficientas.

Pagal (1.37) formulę tokios funkcijos absoliučioji paklaida

$$\Delta y = k \cdot \sqrt{\left(mx^{m-1} \cdot z^n \cdot \Delta x\right)^2 + \left(nz^{n-1} \cdot x^m \cdot \Delta z\right)^2 + \ldots}\,. \tag{1.44}$$

Padaliję (1.44) lygtį iš (1.43) gausime

$$\Delta y = y\sqrt{\left(m\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(n\frac{\Delta z}{z}\right)^2 + \ldots}\,. \qquad (1.45)$$

Matome, kad bet kurio dydžio $\left(x^m\right)$ ir jo atvirkštinės vetrės $\left(x^{-m}\right)$ santykinės paklaidos yra vienodos, nes $\left(m\frac{\Delta x}{x}\right)^2 = \left(-m\frac{\Delta x}{x}\right)^2$.

6. NETIESIOGINIŲ MATAVIMŲ PAKLAIDŲ SKAIČIAVIMO FORMULIŲ IŠVEDIMO PAVYZDŽIAI

Panagrinėsime kai kurių netiesioginių matavimų, atliekamų mechanikos mokomojoje laboratorijoje, paklaidų skaičiavimo formulių išvedimus, naudojant (1.36), (1.37), (1.40), (1.42) ir (1.45) formules.

1. Reaktyvioji jėga randama pagal formulę

$$F_r = \frac{4\rho V^2}{\pi d^2 t^2}, \qquad (1.46)$$

išmatavus vandens, ištekėjusio pro skersmens d angą, tūrį V ir tekėjimo trukmę t.

Skaičiuojant paklaidą, vandens tankis ρ laikomas tiksliu koeficientu. Pasinaudoję (1.45) formule gausime, kad reaktyviosios jėgos paklaida

$$\Delta F_r = 2F_r\sqrt{\left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2}\,. \qquad (1.47)$$

2. Sukamųjų svyravimų metodu matuojamas šlyties modulis apskaičiuojamas pagal formulę

$$G = \frac{8\pi l Y}{r^4\cdot\left(T_2^2 - T_1^2\right)}; \qquad (1.48)$$

čia l, Y, r, T_1 ir T_2 – matuojami parametrai. Pažymėję $a = T_2^2 - T_1^2$ ir pasinaudoję (1.45) formule, užrašysime:

$$\Delta G = G\sqrt{\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta Y}{Y}\right)^2 + \left(4\frac{\Delta r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2}\,. \qquad (1.49)$$

Paklaidą Δa rasime pagal (1.37) formulę:

$$\Delta a = 2\sqrt{(T_1 \cdot \Delta T_1)^2 + (T_2 \cdot \Delta T_2)^2}. \qquad (1.50)$$

3. Kai tiriamas rutulių centrinis smūgis, jų greičiai išreiškiami formule

$$v = 2\sqrt{l \cdot g} \cdot \sin\frac{\alpha}{2}. \qquad (1.51)$$

Matuojamieji parametrai yra ilgis l ir kampas α, o laisvojo kritimo pagreitis laikomas tiksliu dydžiu. Pažymėję $b = \sin\frac{\alpha}{2}$ ir pasinaudoję (1.45) formule, gausime:

$$\Delta v = v\sqrt{\left(\frac{\Delta l}{2l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{a}\right)^2}. \qquad (1.52)$$

Parametro b paklaidą rasime pagal (1.36) formulę:

$$\Delta b = \frac{\Delta\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}. \qquad (1.53)$$

Pažymėtina, kad šioje formulėje kampo paklaida Δa turi būti išreikšta radianais.

7. MATAVIMŲ REZULTATO IR PAKLAIDOS APVALINIMAS

Iki šiol nenagrinėjome, kokiu tikslumu galima užrašyti matavimo paklaidą. Aišku, kad paklaidą nebūtina žinoti tiksliau negu išmatuotąjį dydį. Paklaidą pakanka įvertinti gana apytikriai, todėl jos tikslumas neskaičiuojamas. Paklaidos vertė užrašoma maždaug trisdešimties procentų arba dviejų reikšminių skaičių tikslumu. Reikšminiais laikomi visi skaičiai, išskyrus nulį po kablelio. Nulis laikomas reikšminiu skaičiumi tik tada, kai jis yra tarp kitų skaičių. Skaičiai 1, 2, 3 ir 4 apvalinami atimant, o kiti – pridedant. Pavyzdžiui, jeigu $\Delta x = 0{,}0154$, tai atmetę skaičių 4 užrašome $\Delta x = 0{,}015$; jeigu $\Delta x = 0{,}205$, tai suapvalinę užrašome $\Delta x = 0{,}21$. Kai matavimų skaičius neviršija dešimties, galima apsiriboti vienu reikšminiu skaičiumi, jei jis didesnis už 4.

Matavimo rezultatas apvalinamas tiek, kad jo ir paklaidos paskutiniai skaičiai būtų tos pačios eilės. Pavyzdžiui, jeigu matavimo rezultatas $\bar{x} = 3{,}428$ cm, o paklaida $\Delta\bar{x} = 0{,}279$, tai galutinai suapvalinę

užrašysime $\bar{x} = (3{,}43 \pm 0{,}28)$ cm. Galutinis matavimo rezultatas užrašomas kartu su jo absoliučiąja paklaida. Dimensija ir bendras daugiklis rašomi už skliaustų. Pavyzdžiui, Bolcmano konstanta $k = (1{,}380622 \pm 0{,}000044) \cdot 10^{-23}\, J \cdot K^{-1}$. Įvertinant matavimo tikslumą, būtina apskaičiuoti ir santykinę paklaidą.

Pažymėtina, kad skaičiavimų tikslumas turi būti dešimteriopai didesnis negu matavimų.

8. MATAVIMO REZULTATŲ VAIZDAVIMAS IR MATEMATINIS APDOROJIMAS

Matavimo rezultatų registravimas, jų matematinis apdorojimas ir pavaizdavimas yra fizikinio eksperimento dalis. Atliekant bandymą, daugkartinių matavimų ir funkcinių sąryšių tyrimo rezultatai rašomi į lenteles. Pirmiausia užrašomi tiesioginiai prietaisų rodmenys, matematiškai jų neapdorojant ir nekeičiant matavimo vienetų. Be to, lentelėse gali būti pirminių duomenų matematiniai pertvarkymai, atlikti prieš įrašant juos į ieškomų dydžių skaičiavimo formules.

Lentelės grafos viršuje užrašomas dydžio simbolis ir matavimo vienetas. Priklausomai nuo dydžio vertės naudojami kartotiniai, daliniai arba pagrindiniai vienetai. Dydžio ir jo vieneto simboliai atskiriami skliaustais arba kableliu. Jeigu dydis bedimensis, greta jo simbolio gali būti rašomas kartotinis arba dalinis daugiklis. Pavyzdžiui, $10^2\, tg\varphi$. Tokiu atveju grafoje įrašyti skaičiai rodo šimtą kartų padidintas $tg\varphi$ vertes. Matavimo rezultatų lentelės pavyzdys pateiktas 13 pav.

4 lentelė. **Rutulių tampraus smūgio trukmės ir jėgos priklausomybė nuo greičio**

α (deg)	v (cm/s)	τ (μs)	F (kN)

13 pav. **Matavimo rezultatų lentelės pavyzdys**

Grafiškai vaizduodami matavimo rezultatus, visų pirma parenkame tinkamus mastelius koordinačių ašyse, atsižvelgdami į argumento (priežasties) ir funkcijos (pasekmės) kitimo ribas. Mastelį reikėtų parinkti

tokį, kad kitimo ribas atitinkantys geometriniai intervalai būtų maždaug vienodi arba skirtųsi ne daugiau kaip dvigubai. Išimtį gali sudaryti silpnai išreikštos priklausomybės, kai būtina atsižvelgti į verčių išsklaidymą dėl atsitiktinių paklaidų. Dydžio, reiškiančio priežastį, vertės atidedamos x ašyje, o reiškiančio pasekmę – y ašyje. Šalia koordinačių ašių užrašomi dydžių simboliai ir jų dimensijos, analogiškai kaip ir lentelių grafose. Be to, dydžio simbolis ir dimensija gali būti atskiriami trupmeniniu brūkšniu, pavyzdžiui, $\frac{F}{kN}$.

Matavimo vienetų skalės koordinačių ašyse žymimos trumpais brūkšneliais. Skaičiai rašomi ne prie kiekvieno brūkšnelio, o tam tikrais intervalais, patogiais tarpinėms vertėms atskaityti (14 pav.). Pasireiškiant atsitiktinėms paklaidoms, kreivė brėžiama taip, kad ji atitiktų vidutinę taškų padėtį, o jų skaičiai iš abiejų jos pusių būtų beveik vienodi. Taškai žymimi aiškiai, jų matmenys turi būti ne mažiau kaip dvigubai didesni už kreivės storį. Naudojant kompiuterį, kreivė brėžiama aproksimuojant eksperimentinius taškus tiese, polinomu arba kitokia funkcija pagal atitinkamą programą.

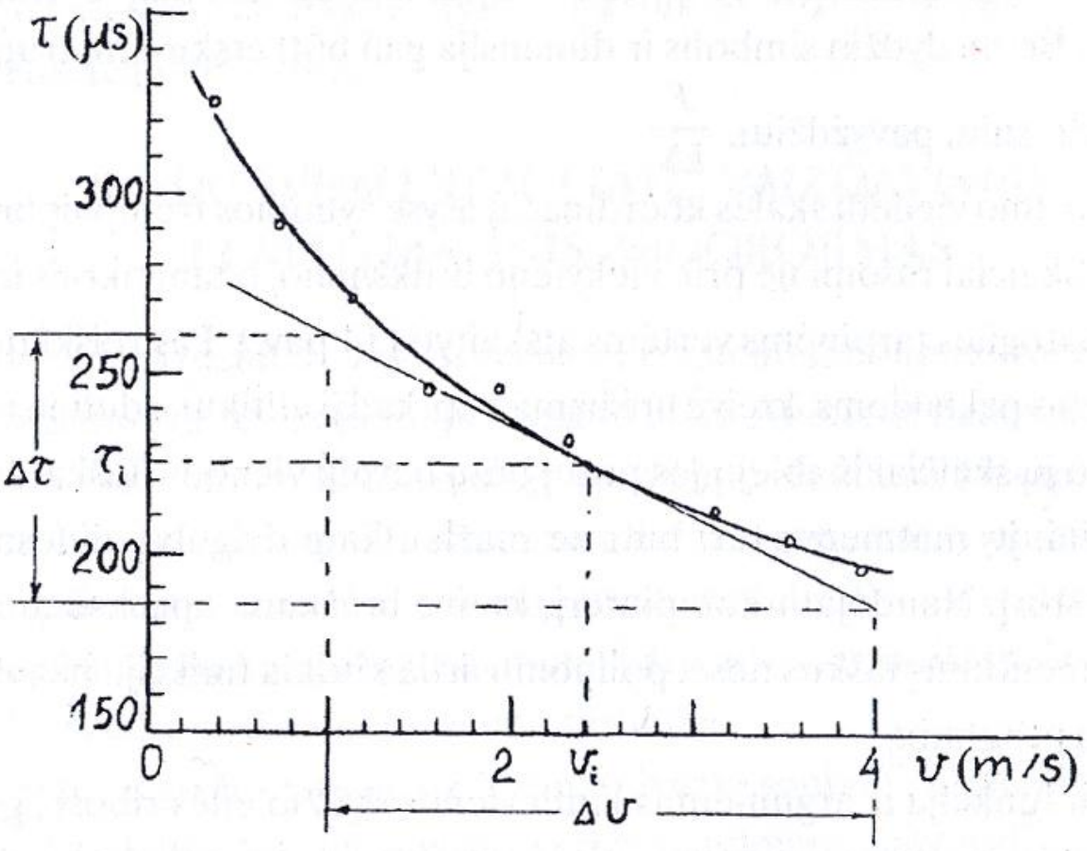
Jeigu funkcija ir argumentas kinta vienos dydžio eilės ribose, grafiniam priklausomybės vaizdavimui tinka tiesinės skalės. Vertėms kintant kelių eilių ribose, naudojamos logaritminės skalės.

Naudojant logaritmines skales, galima grafiškai rasti laipsninės funkcijos rodiklį. Pavyzdžiui, priklausomybę $y = ax^n$ logaritminėje skalėje vaizduoja tiesė, nes $lgy = lga + nlgx$. Laipsnio rodiklis n yra šios tiesės krypties koeficientas: $n = \Delta lgy/\Delta lgx$. Funkcinės skalės naudojamos įvairioms funkcijoms, aprašančioms matavimo rezultatus, nustatyti. Pavyzdžiui, bet kokios funkcijos tipo $y = mf(x) + c$ grafikas bus tiesė, jeigu abscisių ašyje atidėsime $f(x)$, o ordinačių – y vertes. Tokiu atveju $m = \Delta y/\Delta f(x)$.

Išmatuotos funkcijos išvestinę galima rasti grafiniu būdu, nes ją nusako liestinės, nubrėžtos pasirinktajame grafiko taške, krypties koeficientas. Funkcijos grafinio diferencijavimo pavyzdys pateiktas 14 pav. Nubrėžę liestinę taške $(v_1\tau_1)$, pasirenkame pakankamai didelius funkcijos ir argumento intervalus $\Delta\tau$ ir Δv, kad atskaitos paklaidų įtaka re-

zultatų tikslumui būtų minimali. Funkcijos $\tau = f(v)$ išvestinė lygi šių intervalų santykiui:

$$\left.\frac{d\tau}{dv}\right|_i = \frac{\Delta\tau}{\Delta v}. \tag{1.54}$$

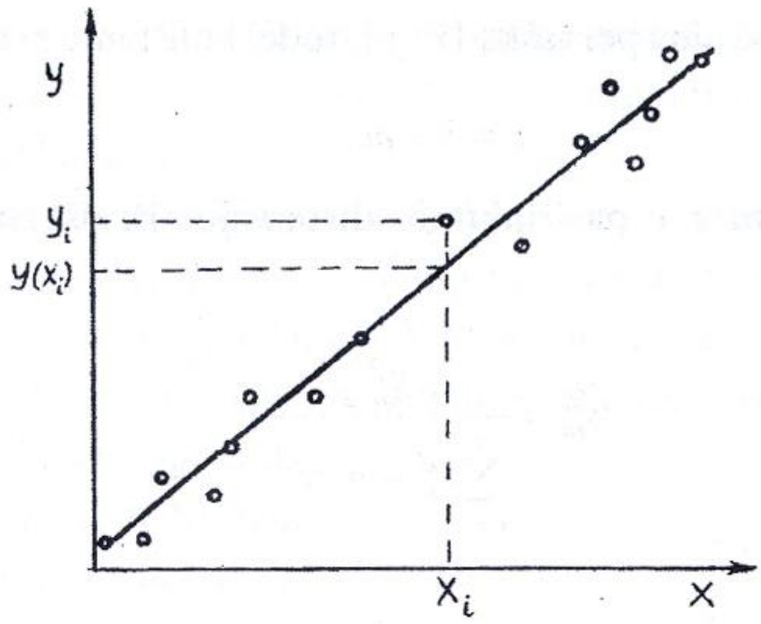


14 pav. **Dydžių tarpusavio priklausomybės grafinio vaizdavimo ir išvestinės radimo pavyzdys**

Panagrinėsime, kaip taisyklingai nubrėžti tiesę, atitinkančią tikimiausią priklausomybę, kai dėl atsitiktinių paklaidų eksperimentiniai taškai $(x_i y_i)$ sudaro netvarkingą laužtę (15 pav.). Parodysime, kaip apskaičiuoti šios tiesės parametrus, naudojant išmatuotas x_i ir y_i vertes. Tiesiogiai išmatuotų dydžių x_i ir y_i verčių poros dažniausiai vienodai patikimos, o jų atsitiktinės paklaidos pasiskirsto pagal Gauso funkciją. Tarkime, ieškomoji tiesė apibūdinta lygtimi $y = mx + c$. Ji vadinama regresijos tiese. Argumento x_i vertę atitinka $y = mx_i + c$.

Išmatuotos vertės y_i nuokrypis nuo y

$$y_i - y = y_i - mx_i + c. \tag{1.55}$$



15 pav. **Tiesinė priklausomybė pasireiškiant atsitiktinėms paklaidoms**

Tikimiausias parametrų m ir c vertes atitinka minimali šių nuokrypių kvadratų suma: $\left(\sum_{i=1}^{n}(y_i - y)^2\right) min$. Kadangi minimumo sąlyga priklauso nuo parametrų m ir c, tai

$$\frac{\partial}{\partial m}\sum_{i=1}^{n}(y_i - y)^2 = 0 \tag{1.56}$$

ir

$$\frac{\partial}{\partial c}\sum_{i=1}^{n}(y_i - y)^2 = 0, \tag{1.57}$$

Pasinaudoję (1.55), (1.56) ir (1.57) lygtimis gausime, kad regresijos tiesės krypties koeficientas

$$m = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\cdot\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2}, \tag{1.58}$$

Šioje formulėje

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \; ; \quad \bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \tag{1.59}$$

– išmatuotų x ir y verčių aritmetiniai vidurkiai.

Ieškoma tiesė eina per tašką $(\bar{x} \cdot \bar{y})$, todėl konstantą c rasime iš lygties

$$c = \bar{y} - m\bar{x} . \tag{1.60}$$

Parametrų m ir c pasirinktinės dispersijos išreiškiamos tokiomis formulėmis:

$$s_m^2 = \frac{S_n^2}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2}; \tag{1.61}$$

$$s_c^2 = \frac{S_n^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i^2}{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2 \right) \cdot n}; \tag{1.62}$$

čia

$$s_n^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(y - y(x_i))^2}{(n-2)} \tag{1.63}$$

– funkcijos verčių pasirinktinė dispersija. Vidutines atsitiktines paklaidas skaičiuojame pagal (1.34) formulę, kai p = 0,95.

Čia išnagrinėtas išmatuotos tiesinės priklausomybės parametrų nustatymo būdas vadinamas mažiausiųjų kvadratų metodu. Jis taikomas ir kitų funkcinių priklausomybių parametrams rasti.

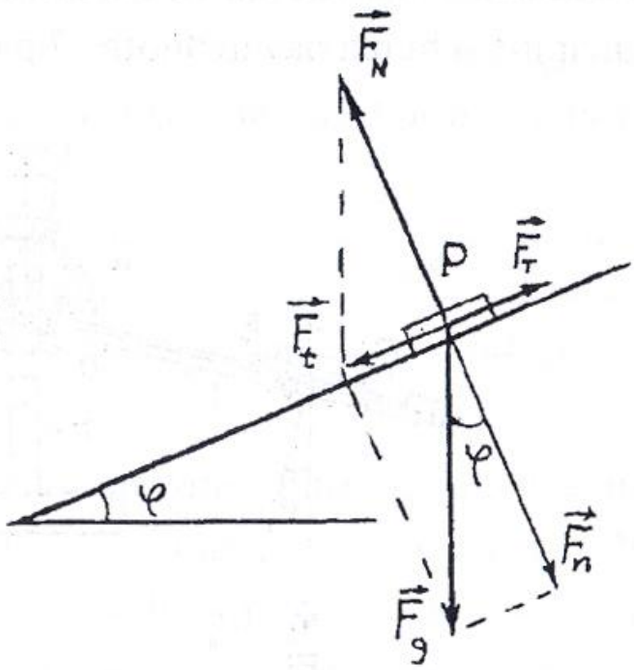
9. ATSITIKTINIŲ MATAVIMO PAKLAIDŲ TYRIMAS NUOŽULNIOSIOS PLOKŠTUMOS TRIBOMETRU

Užduotis. 1. Atlikti 40 matavimų nuožulnumo kampo, kai bandinys pradeda slysti, ir apskaičiuoti vidutinę kvadratinę bei vidutinę aritmetinę paklaidas. 2. Pavaizduoti matavimų rezultatus, pažymint juos abscisių ašyje. 3. Rasti didesnių ir mažesnių už aritmetinį vidurkį verčių skaičių santykį ir kokia jų dalis patenka į intervalą nuo $\bar{\varphi} - S_{40}$ iki $\bar{\varphi} + S_{40}$.

4. Ištirti vidutinės kvadratinės atskiro matavimo paklaidos priklausomybę nuo matavimų skaičiaus ($n_{\max} = 10$). 5. Rasti statinį trinties koeficientą ir jo suminę paklaidą.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Matavimo rezultatų neapibrėžtys, paklaidos ir jų klasifikacija. 2. Vidutinė kvadratinė ir vidutinė aritmetinė atskiro matavimo paklaidos. 3. Vidutinė atsitiktinė (pasikliaujamoji) atskiro matavimo paklaida. 4. Vidutinė atsitiktinė (pasikliaujamoji) aritmetinio vidurkio paklaida. 5. Suminė paklaida. 6. Nuožulniosios plokštumos tribometras.

Tyrimo metodika ir aparatūra. Matavimo metodas pagrįstas jėgų, veikiančių kūną, esantį ant nuožulniosios plokštumos, statine pusiausvyra. Matuojamas nuožulnumo kampas φ, kuriam esant kūnas P pradeda slysti (16 pav.).



16 pav. **Jėgų, veikiančių kūną, esantį ant nuožulniosios plokštumos, schema**

Kūną veikia trys jėgos: sunkio – $\vec{F}_g$, trinties – $\vec{F}_T$ ir plokštumos reakcijos – $\vec{F}_N$. Prieš pat pradedant slysti, šių jėgų vektorinė suma lygi nuliui:

$$\vec{F}_g + \vec{F}_T + \vec{F}_N = 0. \qquad (1.64)$$

Matome, kad lygiagrečia su plokštuma kryptimi žemyn veikia jėgų atstojamoji $\vec{F}_t = \vec{F}_g + \vec{F}_N$. Kadangi $F_t = F_g \cdot \sin\varphi, o \left|\vec{F}_t\right| = \left|\vec{F}_T\right|$, tai trinties jėga

$$F_T = F_g \sin\varphi . \qquad (1.65)$$

Kūnas slegia plokštumą jėga $\vec{F}_n = -\vec{F}_N$, kuri lygi sunkio jėgos projekcijai į statmeną plokštumai kryptį:

$$F_n = F_g \cos\varphi . \qquad (1.66)$$

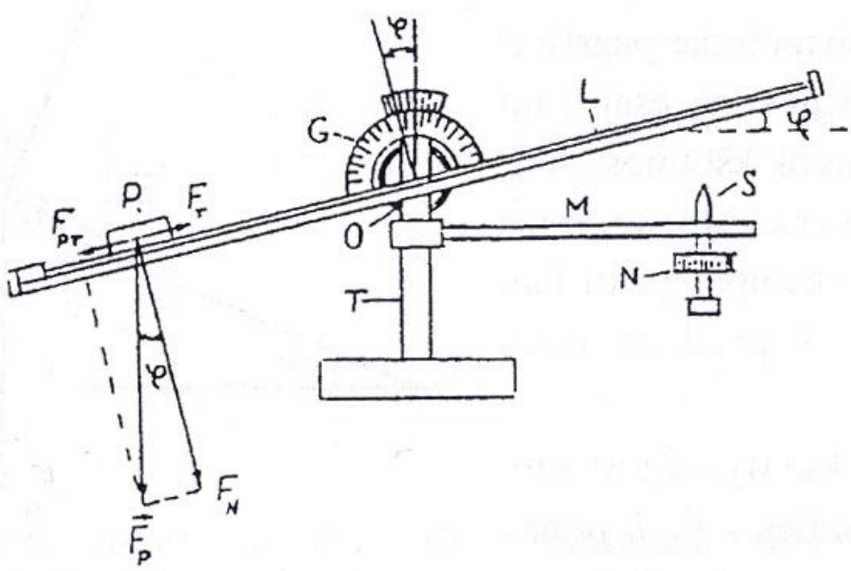
Trinties koeficientas (k_T) parodo trinties ir slėgio jėgų proporcingumo ryšį. Jo vertė lygi šių jėgų santykiui:

$$k_T = \frac{F_T}{F_n}. \qquad (1.67)$$

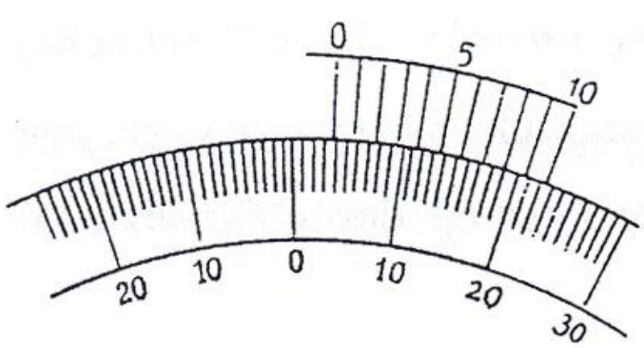
Padaliję (1.65) lygtį iš (1.66) gausime, kad trinties koeficientas

$$k_T = tg\varphi. \qquad (1.68)$$

Matavimai atliekami nuožulniosios plokštumos tribometru, kurio principinė schema pavaizduota 17 pav.



17 pav. **Nuožulniosios plokštumos tribometro principinė schema**



18 pav. **Tribometro kampamačio skalės**

Tribometrą sudaro plokštė L, galinti suktis apie gulsčiąją ašį, pritvirtintą prie vertikalaus stovo T. Varžtu O plokštę fiksuojame pageidaujamoje padėtyje. Nuožulnumo kampą φ matuojame kampamačiu G. Jo skalės sudarytos analogiškai kaip ir slankmačio (18 pav.).

Apatinė skalė rodo sveiką laipsnių skaičių, o viršutinė – dešimtąsias dalis. Laipsnio dešimtųjų dalių skaičius lygus eilės numeriui viršutinės skalės padalos, sutampančios

su apatinės skalės padala. Skalių padėtys, pavaizduotos 18 pav., atitinka 3,8 laipsnio nuožulnumo kampą.

Eksperimentas. Įsitikinę, ar pakankamai priveržta plokštės ašis, nustatome skalės padėtį ties nuline padala. Padedame ant plokštės gulsčiuką. Sukdami stovo pagrindo atraminius varžtus pasiekiame, kad gulsčiukas rodytų gulsčią padėtį, kai jis orientuotas ir išilgai jos, ir skersai. Pamažu didindami nuožulnumo kampą φ, randame jo vertę, kai bandomasis kūnas P pradeda slysti. Atliekame 40 matavimų. Gautus rezultatus rašome į 5 lentelę. Apskaičiavę gautų verčių aritmetinį vidurkį, randame nuokrypių nuo jo vertes.

5 lentelė. **Nuožulnumo kampų vertės ir nuokrypiai nuo jų aritmetinio vidurkio** ($\overline{\varphi}$ =)

n	φ_i	$\Delta\varphi_i$

Pavaizduojame matavimų rezultatus, pažymėdami kampų φ ir jų aritmetinio vidurkio vertes x ašyje. Apskaičiuojame vidutinę kvadratinę bei vidutinę aritmetinę atskiro matav imo paklaidas. Skaičiavimams patartina naudoti mikrokalkuliatorius, turinčius statistinį darbo režimą. Juose vidutinė kvadratinė paklaida žymima σ_{n-1}. Įvertinę didesnių ir mažesnių už aritmetinį vidurkį verčių skaičių santykį, tiriame vidutinės kvadratinės atskiro matavimo paklaidos priklausomybę nuo matavimų skaičiaus. Matavimų skaičių n didiname iki 10, imdami paeiliui išmatuotas φ_i vertes, pateiktas 5 lentelėje. Tyrimų rezultatus rašome į 6 lentelę ir pavaizduojame grafiškai.

6 lentelė. **Atskiro matavimo vidutinės kvadratinės paklaidos priklausomybė nuo matavimų skaičiaus**

n	φ_i	$\overline{\varphi}(n)$	$\Delta\varphi_i(n)$	S_n
2	φ_1 φ_2	$\overline{\varphi}(2)$	$\Delta\varphi_1(2)$ $\Delta\varphi_2(2)$	S_2
3	φ_1 φ_2 φ_3	$\overline{\varphi}(3)$	$\Delta\varphi_1(3)$ $\Delta\varphi_2(3)$ $\Delta\varphi_3(3)$	S_3

Kai matavimų skaičius mažas ($n = 2, 3, 4$), S_n verčių išsklaidymas gana didelis, todėl skaičiavimus tikslinga pakartoti 3–4 kartus, imant kitas paeiliui atliktų matavimų vertes.

Statinį trinties koeficientą randame įrašę į (1.68) formulę $\overline{\varphi}$ vertę.

Matavimų tikslumo įvertinimas. Kadangi $n = 40$, tai $t_{np} = 2$, o aritmetinio vidurkio atsitiktinė paklaida $(\Delta\overline{\varphi})_a = 2\bar{s}_n$. Sisteminę paklaidą $(\Delta\varphi)_s$ sudaro gulsčiuko ir kampamačio paklaidos: $(\Delta\varphi)_g$ ir $(\Delta\varphi)_k$. Tokiu atveju

$$(\Delta\varphi)_s = \sqrt{(\Delta\varphi)_g^2 + (\Delta\varphi)_k^2}, \qquad (1.69)$$

o visuminė paklaida $\Delta\overline{\varphi} = \sqrt{(\Delta\varphi)_a^2 + (\Delta\varphi)_s^2}$. Trinties koeficiento paklaidą rasime pasinaudoję (1.36) formule:

$$\Delta k_T = \frac{\Delta\overline{\varphi}}{\cos^2\overline{\varphi}}. \qquad (1.70)$$

Šiuo atveju $\Delta\overline{\varphi}$ vertė išreiškiama radianais.

10. TRINTIES JĖGOS

Trinties jėgomis vadinamos besiliečiančių kūnų sąveikos jėgos, veikiančios jų lietimosi plokštumoje ir stabdančios judėjimą vienas kito atžvilgiu. Trinties tarp kietųjų kūnų jėgos vadinamos sausosios trinties jėgomis. Kai kūnai juda vienas kito atžvilgiu, trinties jėgos vadinamos dinaminėmis, o kai nejuda – statinėmis.

Kūnui išjudinti reikia didesnės jėgos negu ta, kuri priverčia jį judėti nedideliu greičiu. Greičiui didėjant, trinties jėga iš pradžių šiek tiek sumažėja, po to pradeda didėti. Į tai atsižvelgiama stabdant greitai judančias transporto priemones. Pagal kūnų judėjimo pobūdį trinties jėgos skirstomos į slydimo ir riedėjimo trinties jėgas.

Sausosios trinties jėga priklauso nuo besiliečiančių kūnų medžiagų savybių, lietimosi paviršių lygumo ir juos slegiančios statmenos jėgos dydžio. Šias priklausomybes eksperimentais ištyrė Kulonas.

Sausosios trinties Kulono dėsnis: trinties tarp kietųjų kūnų jėga (F_T) yra proporcinga slėgio jėgai (F_n) ir nepriklauso nuo lietimosi plokštumos ploto.

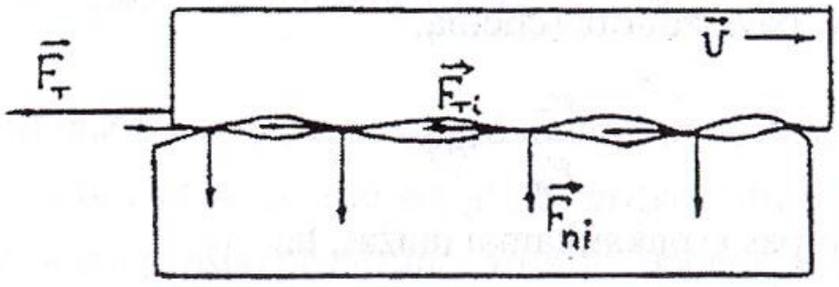
$$F_T = k_T \cdot F_n . \qquad (1.71)$$

Proporcingumo koeficientas vadinamas trinties koeficientu. Jis parodo, kokia trinties jėga atitinka vienetinę slėgio jėgą. Trinties koeficientas priklauso nuo besiliečiančių kūnų medžiagų savybių ir paviršių lygumo.

Trinties jėgą lemia besiliečiančių kūnų tarpmolekulinės sąveikos jėgos. Šių jėgų veikiami judantys kūnai savo kinetinę energiją perduoda kitiems kūnams arba ji virsta šiluma. Kuo didesni paviršių nelygumai, tuo didesnės lokalios deformacijos jiems slystant vienas kito atžvilgiu, tuo daugiau molekulių išeina iš pusiausvyros padėčių. Slydimo metu dalis molekulių atsiskiria nuo paviršių. Dėl to kūnai dėvisi, kinta jų paviršių mikroreljefas.

Proporcingumo tarp trinties ir slėgimo jėgų ryšį nesunku paaiškinti remiantis besiliečiančių paviršių modeliu (19 pav.), būdingu metaliniams paviršiams. Netgi geriausiai nušlifuoto metalo paviršiaus nelygumai siekia 10–100 nm. Todėl faktiškas lietimosi plotas yra 10^4–10^5 kartų mažesnis už geometrinį. Iškilimuose atsiranda šlyties ir gniuždymo deformacijos. Slėgimo jėgai didėjant, iškilimai daugiau susiploja, o faktiško lietimosi plotas proporcingai didėja ($S_{Tl} \sim F_{nl}$). Kiekvieną lietimosi sritį veikia tarpmolekulinio lauko lemta jėga ($F_{Tl} \sim S_{TC}$), priešinga viršutinio kūno judėjimo krypčiai. Jėgų atstojamoji ir yra trinties jėga . Ši jėga priklauso nuo paviršių būsenos. Ją mažina oksidacija ir dujų sorbcija.

Slydimo metu abiejų kūnų paviršinės molekulės papildomai išjudinamos ir intensyviau svyruoja. Darbas, atliktas prieš trinties jėgas, priklauso nuo nueito kelio ilgio, o ne nuo jo pradinio ir galinio taškų koordinačių. Tas darbas lygus išsiskyrusiam šilumos kiekiui.

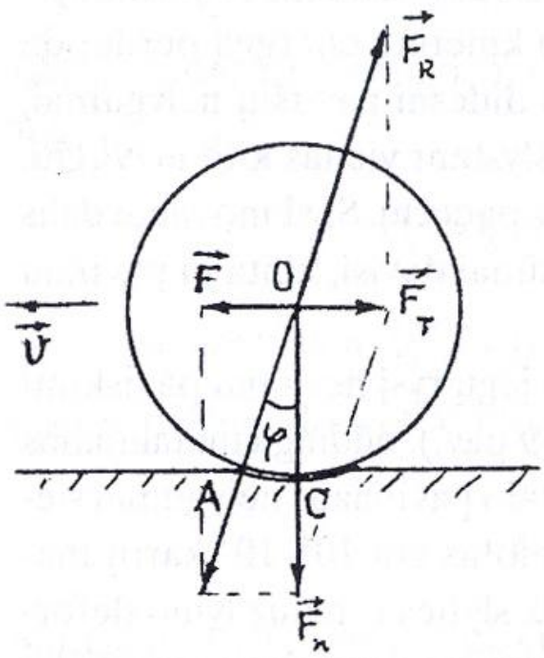


19 pav. **Kietųjų kūnų besiliečiančių paviršių modelis**

Kad sumažėtų kietųjų kūnų tarpusavio trinties jėga, besitrinantys paviršiai tepami skysčiais, dažniausiai naftos produktais. Trinties jėga tarp kietojo kūno ir skysčio yra daug mažesnė už sausosios trinties jėgą.

Trinties jėga dar sumažėja, kai tarp judančių paviršių sudaromas suslėgto oro sluoksnis.

Riedėjimo trintį lemia tai, kad apvalus kūnas šiek tiek įspaudžia plokštumą, kuria jis rieda (20 pav.). Jis juda lyg į nedidelį pakilimą, kaip ir nuožulniąja plokštuma, veikiamas lygiagrečios su jos pagrindu išorinės jėgos F.



20 pav. **Jėgų, lemiančių riedėjimo trintį, schema**

Riedantis kūnas yra šiek tiek pakilęs ramybės padėties atžvilgiu. Lietimosi su atramine plokštuma taškuose veikia statinės trinties jėgos, neleidžiančios jam slysti. Ritinys arba rutulys pradės riedėti, kai išorinės jėgos F ir slėgio jėgos F_n atstojamosios veikimo linija kirs jo lietimosi su atramine plokštuma ploto ribą, kuri 20 pav. pažymėta tašku A. Per šį tašką statmenai brėžinio plokštumai eina momentinė sukimosi ašis. Prieš pradedant riedėti ir riedant pastoviu greičiu, pagal pirmąjį Niutono dėsnį kūną veikiančių jėgų vektorinė suma lygi nuliui. Šiuo atveju kūną veikia trys jėgos, todėl

$$\vec{F}_n + \vec{F}_R + \vec{F} = 0\,. \tag{1.72}$$

Išorinę jėgą $\vec{F}$ kompensuoja slėgio jėgos $\vec{F}_n$ ir atramos reakcijos jėgos $\vec{F}_R$ atstojamoji: $-\vec{F} = \vec{F}_n + \vec{F}_R = \vec{F}_T$. Ji vadinama riedėjimo trinties jėga.

Pagal 20 pav. pavaizduotą schemą,

$$\frac{F_T}{F_n} = tg\varphi. \tag{1.73}$$

Kadangi kampas φ pakankamai mažas, tai

$$tg\varphi = \frac{k_R}{R}\,; \tag{1.74}$$

čia $k_R = AC$ – riedėjimo trinties koeficientas, o R = OC – kreivumo spindulys. Riedėjimo trinties koeficientas matuojamas ilgio vienetais ir

proporcingas skersmeniui kontūro, ribojančio kūno lietimosi su atramine plokštuma plotą. Pasinaudoję (1.73) ir (1.74) formulėmis gausime, kad riedėjimo trinties jėga

$$F_T = \frac{k_R}{R} \cdot F_n. \qquad (1.75)$$

Ji daug mažesnė už slydimo trinties jėgą.

11. TRINTIES JĖGŲ TYRIMAS

Užduotis. 1. Patikrinti sausosios trinties Kulono dėsnį ir įvertinti statinį trinties koeficientą. 2. Patikrinti riedėjimo trinties formulę ir išmatuoti riedėjimo trinties koeficientą.

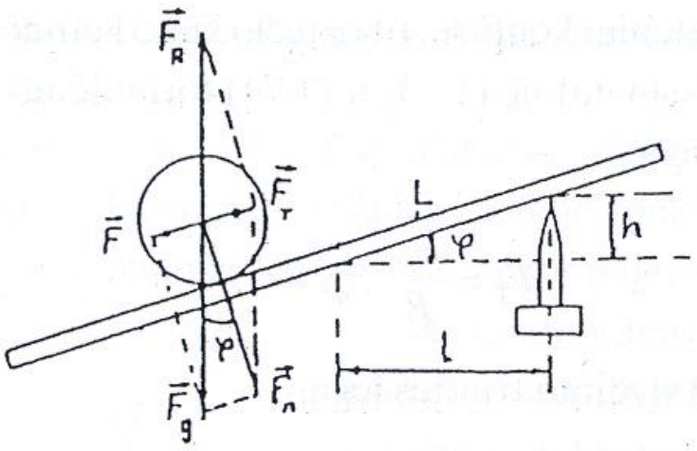
Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Trinties jėgų klasifikacija. 2. Sausosios trinties Kulono dėsnis ir jo aiškinimas. 3. Riedėjimo trinties fizikinė prigimtis. 4. Netiesioginio matavimo paklaidos radimas. 5. Išmatuoto dydžio ir jo paklaidos apvalinimas.

Tyrimų metodika ir aparatūra. Trinties jėgų tyrimai atliekami nuožulniosios plokštumos tribometru, aprašytu pirmojo laboratorinio darbo skyriuje (17 pav.). Slydimo trinties koeficientą rasime pagal (1.68) formulę, išmatavę kampamačiu plokštumos nuožulnumo kampą φ, kuriam esant bandinys P pradeda slysti.

Matuojant riedėjimo trinties koeficientą, reikia išmatuoti nuožulnumo kampą, kuriam esant tiriamas kūnas pradeda riedėti. Kadangi šis kampas labai mažas, reikia daug tikslesnių matavimų negu tiriant slydimo trintį.

Tiksliam mažų kampų matavimui naudojamas mikrometrinis priedėlis M (17 pav.) su vertikaliu sraigtu S, pritvirtintu prie stovo T. Prie sraigto statmenai jo ašiai pritvirtinta apskrita skalė N, turinti 100 padalų. Viena sraigto apsuka atitinka jo poslinkį vertikalia kryptimi, lygų vienam milimetrui, todėl viena skalės N padala atitinka 0,01 mm poslinkį.

Nuožulnumo kampo matavimo mikrometriniu priedėliu schema vaizduojama 21 pav.



21 pav. **Riedėjimo trinties koeficiento matavimo principinė schema**

Tarkime, atraminė plokštė L yra horizontali, o sraigtas S remiasi smaigaliu į ją. Sraigtui pasislinkus dydžiu h į viršų, plokštė pasisuks kampu φ, kurio

$$tg\varphi = \frac{h}{l}; \tag{1.76}$$

čia l – atstumas tarp plokštumos sukimosi ašies ir sraigto ašies. Kai sunkio jėgos F_g veikimo linija atsiduria už ritinio lietimosi su plokštuma ribos, jis pradeda riedėti. Tokiu atveju lygiagreti su plokštuma sunkio jėgos F_g komponentė F kompensuoja riedėjimo trinties jėgą F_T. Pagal 21 pav. pavaizduotą schemą,

$$\frac{F_T}{F_n} = \frac{h}{l}. \tag{1.77}$$

Riedėjimo trinties jėgos formulę (1.75) patikrinsime ištyrę priklausomybę

$$\frac{F_T}{F_n} = f\left(R^{-1}\right). \tag{1.78}$$

Įrašę $tg\varphi$ išraišką (1.76) į (1.74) gausime, kad riedėjimo trinties koeficientas

$$k_R = \frac{h}{l} \cdot R. \tag{1.79}$$

Eksperimentas. Tribometrą paruošiame eksperimentui kaip ir atlikdami pirmąjį laboratorinį darbą. Tikrindami sausosios trinties dėsnį ištiriame, ar kampas φ, atitinkantis slydimo pradžią, priklauso nuo

bandinio masės. Bandinio masę m didiname uždėdami vieną ant kito krovinėlius, kurių mases žymėkime m_S. Galiojant sausosios trinties Kulono dėsniui, trinties jėga $(F_T=mg\cdot sin\varphi)$ didėja prorporcingai slėgio jėgai $(F_n=mg\cdot cos\varphi)$. Matavimų rezultatus rašome į 7 lentelę. Atliekame tris arba daugiau matavimų serijų. Tyrimų rezultatus vaizduojame grafiškai.

7 lentelė. **Statinės sausosios trinties tyrimo rezultatai**

m_S	m	φ	k_T	F_n	F_T

Tikriname riedėjimo trinties jėgos formulę (1.75). Plokštę L pasukame taip, kad ji atsiremtų į sraigto S smaigalį. Skalę N nustatome ties nuline padala. Kruopščiai sureguliavę plokštės gulstumą, paguldome ant jos apvalaus strypelio arba ritinio formos bandinį. Lėtai ir tolygiai sukame sraigtą S ir surandame jo poslinkį h, kai bandinys pradeda riedėti. Po to atsukame sraigtą į pradinę padėtį ir, atrėmę jį į plokštę L, padedame ant jos kitokio skersmens bandinį. Atliekame tris arba daugiau matavimo serijų. Matavimo rezultatus rašome į 8 lentelę ir pavaizduojame grafiškai.

8 lentelė. **Riedėjimo trinties tyrimo rezultatai**

$2R$	h	F_T / F_n	R^{-1}	k_R

Matavimų paklaidų įvertinimas. Apskaičiuojame slydimo trinties koeficiento aritmetinio vidurkio vidutinę atsitiktinę ir visuminę paklaidas. Vidutinė atsitiktinė paklaida

$$\left(\Delta\bar{k}_T\right)_a = \bar{s}_n \cdot t_{pn}. \tag{1.80}$$

Sisteminė paklaida

$$\left(\Delta k_T\right)_S = \frac{(\Delta\varphi)_S}{\cos^2\bar{\varphi}}\cdot \tag{1.81}$$

Riedėjimo trinties koeficiento paklaidos formulę gausime iš (1.79) ir (1.45) lygčių:

$$\Delta k_a = k_R \sqrt{\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2} . \qquad (1.82)$$

Sraigto poslinkio paklaidą Δh sudaro atsitiktinė $(\Delta h)_a$ ir sisteminė $(\Delta h)_g$, kurią lemia gulsčiuko paklaida $(\Delta\varphi)_g$. Jas sieja sąryšis $(\Delta h)_g = l \cdot (\Delta\varphi)_g$, todėl

$$\Delta h = \sqrt{(\Delta h)_a^2 + l^2 \cdot (\Delta\varphi)_g^2} . \qquad (1.83)$$

II skyrius

MECHANIKA

I. SLENKAMASIS JUDĖJIMAS

1.1. KELIO IR GREIČIO LYGTYS

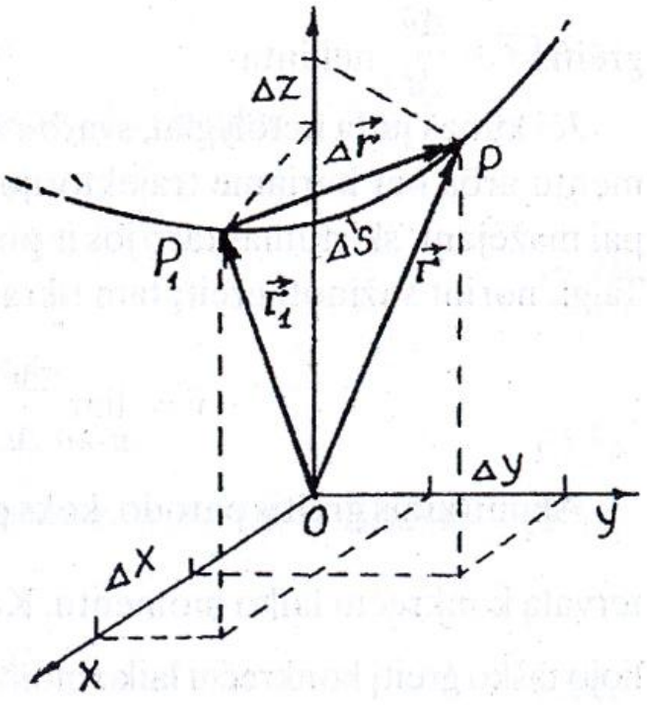
Mechaninis judėjimas yra reliatyvus. Bet kurio kūno judėjimą galima konstatuoti tik kito kūno atžvilgiu. Visa mus supanti aplinka yra amžinai judanti materija. Absoliučiai parimusių kūnų ir absoliučiai tuščios erdvės, kurių atžvilgiu galima būtų nagrinėti aplinkos kūnų judėjimą, nėra.

Norint aprašyti kūnų judėjimą, visų pirma būtina pasirinkti **atskaitos sistemą, kurią sudaro atskaitos kūnas (taškas) ir koordinatės.** Atskaitos kūną (tašką) laikome nejudančiu. Kūnų padėtį atskaitos taško atžvilgiu ir jų judėjimą nusakysime parinkę koordinačių sistemą, laiko atskaitymo pradžią ir atstumo bei laiko matavimo vienetus.

Pagal atskaitos kūno judėjimo pobūdį atskaitos sistemos skirstomos į **inercines** ir **neinercines**.

Inercine vadinama atskaitos sistema, kurios atskaitos kūnas juda tolygiai tiesiaeigiškai arba yra rimties būsenoje. Atskaitos sistema, susijusi su netolygiai tiesiaeigiškai judančiais arba besisukančiais inercinės sistemos atžvilgiu kūnais, vadinama **neinercine**.

Koordinačių sistemos pasirinkimas priklauso nuo sprendžiamo uždavinio sąlygos. Dažniausiai naudojamos Dekarto (stačiakampės) ir apibendrintos kreivinės (polinės, cilindrinės, sferinės) koordinatės. Materialiojo taško padėtį Dekarto sistemoje vienareikšmiškai nusako radiusas vektorius, nubrėžtas į šį tašką iš koordinačių pradžios



22 pav. **Taško trajektorija**

(22 pav.), $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$; čia x, y ir z – $\vec{r}$ dedamosios, o $\vec{i}$, $\vec{j}$ ir $\vec{k}$ – ortai (vienetiniai vektoriai). Radiusas vektorius brėžia judančio taško trajektoriją. Kietojo kūno judėjimui apibūdinti pakanka žinoti jo vieno taško radiuso vektoriaus priklausomybę nuo laiko: $\vec{r} = \vec{r}(t)$.

Pagal trajektorijos pobūdį judėjimą skirstome į **tiesiaeigį** ir **kreivaeigį**. Kūnai juda tiesiaeigiškai iš inercijos, kai jų neveikia jokios jėgos, arba veikiami pastovios krypties jėgos. Tokiais atvejais judėjimo trajektorija yra tiesė.

Kūnų judėjimą galima palyginti tarpusavyje pagal tai, kokį kelią jie nueina per vienodus laiko tarpus. Greičiau judantys kūnai per tą patį laiką nueina ilgesnį kelią. Jeigu kūnas juda tolygiai, kelio ΔS ir atitinkamo laiko intervalo Δt santykis $v = \dfrac{\Delta S}{\Delta t}$ yra pastovus dydis. Šis santykis parodo, **koks nueitas kelias atitinka vienetinį laiko intervalą ir** vadinamas vidutiniu skaliariniu greičiu. Santykis $\vec{v} = \dfrac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ parodo, koks poslinkis atitinka vienetinį laiko intervalą, ir vadinamas vidutiniu vektoriniu judėjimo greičiu. Pagal greičio absoliučiosios vertės priklausomybę nuo laiko mechaninis judėjimas skirstomas į **tolyginį** ir **netolyginį**. Netolyginis judėjimas gali būti tolygiai kintamas arba netolygiai kintamas. Kūnai juda tolygiai greitėdami arba lėtėdami, kai juos veikia pastovi jėga. Tokiu atveju kūno greitis per vienodus laiko tarpus pakinta vienodu dydžiu. Greičio pokyčio ir atitinkamo laiko intervalo santykis – kūno pagreitis $\vec{a} = \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ nekinta.

Jei kūnas juda netolygiai, svarbu žinoti jo greitį bet kuriuo laiko momentu arba bet kuriame trajektorijos taške. Pagal 22 pav., kelio atkarpai mažėjant, skirtumas tarp jos ir poslinkio $\Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_1$ taip pat mažėja. Taigi, norint sužinoti greitį tam tikrame taške A, reikia imti ribą

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \qquad (2.1)$$

Akimirkinis greitis parodo, koks poslinkis atitinka vienetinį laiko intervalą konkrečiu laiko momentu. Kadangi $dr = ds$, tai $v = \dfrac{ds}{dt}$. Materialiojo taško greitį konkrečiu laiko momentu – jo akimirkinį greitį – išreiškia kelio arba radiuso vektoriaus išvestinė pagal laiką.

Akimirkinis pagreitis

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}. \tag{2.2}$$

Iš (2.1) ir (2.2) lygybių gauname, kad pagreitį išreiškia kelio arba radiuso vektoriaus antroji išvestinė pagal laiką, t. y. $\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$. Greičio ir pagreičio dedamosios x ašies kryptimi yra atitinkamai

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \tag{2.1 a}$$

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2}. \tag{2.2 a}$$

Kintamojo judėjimo greitį bet kuriuo laiko momentu nesunku rasti integruojant (2.2) lygybę:

$$\int_{v_0}^{v} av = v - v_0 = \int_0^t a dt. \tag{2.3}$$

Tolygiai greitėjančio judėjimo atveju $a = const$, todėl iš (2.3) lygybės gauname, kad

$$v = v_0 + at. \tag{2.4}$$

Kai pradinis greitis lygus nuliui,

$$v = at. \tag{2.4 a}$$

Nueitą kelią randame integruodami (2.1) lygybę:

$$\int_0^S ds = s = \int_0^t v dt. \tag{2.5}$$

Jei judėjimas tolyginis, $v = const$, tai

$$s = vt. \tag{2.6}$$

Tolygiai greitėjančio judėjimo atveju, įrašę (2.4) išraišką į (2.5), gausime

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}. \tag{2.7}$$

Kai judėjimas be pradinio greičio ($v_0 = 0$), tai

$$s = \frac{at^2}{2}. \qquad (2.7\ a)$$

Kūno judėjimo pobūdį visiškai nusako jo nueito kelio, greičio bei pagreičio priklausomybės nuo laiko. Šias priklausomybes galima nagrinėti atskirai nuo priežasčių, lemiančių kūno judėjimą. Mechanikos skyrius, kuriame kūnų judėjimas nagrinėjamas nepriklausomai nuo jį sukėlusių priežasčių, vadinamas kinematika.

1.2. NIUTONO DĖSNIAI

Mechanikos skyrius, kuriame nagrinėjamas kūnų sąveikos ir jų judėjimo pobūdžio ryšys, vadinamas dinamika. Kūnų sąveika kiekybiškai apibūdinama vektoriniu fizikiniu dydžiu, vadinamu jėga. Jėga yra kūnų sąveikos matas. Jėgos klasifikuojamos pagal kūnų sąveikos pobūdį, pavyzdžiui, gravitacinės, elektromagnetinės. Nagrinėjant bet kurio kūno judėjimą arba statinę būseną, aplinkinių kūnų poveikį galima išreikšti tam tikro dydžio ir krypties jėga.

Pirmasis Niutono dėsnis teigia, kad inercinėse atskaitos sistemose kiekvienas kūnas juda tolygiai tiesiaeigiškai arba yra rimties būsenoje, jeigu jo neveikia kiti kūnai arba jų poveikiai vienas kitą kompensuoja. Šis dėsnis dar vadinamas inercijos principu. Juo remiantis eksperimentais nustatoma, kokiu tikslumu pasirinktąją atskaitos sistemą galima laikyti inercine. Taigi, jeigu kūnas inercinės sistemos atžvilgiu nejuda arba juda tolygiai tiesiaeigiškai, jį veikiančių jėgų vektorinė suma lygi nuliui:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n = 0. \qquad (2.8)$$

Jeigu kūnas nejuda arba tolygiai tiesiaeigiškai juda vienos krypties, pavyzdžiui, x, atžvilgiu, tai algebrinė visų jėgų projekcijų į šią kryptį suma turi būti lygi nuliui:

$$F_x + F_{2x} + ... + F_{nx} = 0. \qquad (2.8\ a)$$

Gana dideliu tikslumu inercine galima laikyti heliocentrinę (susijusią su Saule) atskaitos sistemą, o tenkinantis mažesniu tikslumu – susi-

jusią su bet kuriuo Žemės paviršiaus tašku.

Visose inercinėse atskaitos sistemose gamtos dėsniai pasireiškia vienodai. Šis teiginys vadinamas reliatyvumo principu.

Kūno pagreičio ir jį veikiančios jėgos ryšį išreiškia **antrasis Niutono dėsnis**, kuris teigia, kad **kūno pagreitis yra tiesiai proporcingas jį veikiančiai jėgai, sutampa su jos veikimo kryptimi ir atvirkščiai proporcingas jo masei**:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \tag{2.9}$$

Masė nusako kūną veikiančios jėgos ir jo pagreičio ryšį. Kuo didesnė kūno masė, tuo mažesnis jo įgytas pagreitis veikiant tai pačiai jėgai $\vec{F}$. **Masė apibūdina kūno gebėjimą išlaikyti tiesiaeigį tolyginį judėjimą arba rimties būseną – nusako jo inertiškumą**. Ji yra kūno inertiškumo matas. Pagal reliatyvumo teoriją, kūno masė priklauso nuo jo judėjimo greičio, tačiau, kai greitis daug mažesnis už šviesos greitį vakuume, ši priklausomybė praktiškai nepastebima.

Pagal antrąjį Niutono dėsnį (2.9), jėga yra lygi kūno masės ir jo įgyto pagreičio sandaugai:

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt}. \tag{2.10}$$

Kūno masės ir jo judėjimo greičio sandauga

$$\vec{p} = m\vec{v} \tag{2.11}$$

vadinama judėjimo kiekiu, arba impulsu. Kai judėjimo greitis daug mažesnis už šviesos greitį, masė praktiškai nepriklauso nuo greičio, o kartu ir nuo laiko. Tokiu atveju $m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$. Įrašę šią lygybę į (2.11) išraišką, gausime

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}. \tag{2.12}$$

Taigi impulso kitimo greitis proporcingas kūną veikiančiai jėgai.

Bandymais įrodyta, kad (2.12) priklausomybė galioja ir tada, kai kūno judėjimo greitis pakankamai didelis ir reikia atsižvelgti į masės priklausomybę nuo greičio.

Pagal (2.12) lygtį užrašysime, kad

$$d\vec{p} = \vec{F}dt. \tag{2.13}$$

Ši lygtis išreiškia kitą antrojo Niutono dėsnio formuluotę: **kūno impulso pokytis proporcingas jį veikiančiai jėgai, jos veikimo trukmei ir turi jos kryptį.**

Trečiasis Niutono dėsnis teigia, kad **kūnai sąveikauja vienodo didumo, bet priešingų krypčių jėgomis**. Jei kūnas B veikia kūną A jėga $\vec{F}_1$, tai kūnas A veikia kūną B jėga

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1. \tag{2.14}$$

Nagrinėjant kūno A būseną, jėga $\vec{F}_1$ vadinama veikiančiąja, o $\vec{F}_2$ – atoveikio, arba reakcijos, jėga. Kadangi šios jėgos veikia skirtingus kūnus, jos viena kitos nekompensuoja.

Kūnai deformuojasi, keičia judėjimo greitį, judėdami įšyla tik sąveikaudami su kitais kūnais. Tarkime, kad sąveikauja m_1 ir m_2 masių kūnai. Pagal antrąjį Niutono dėsnį, $\vec{F}_1 = m_1\vec{a}_1$ ir $\vec{F}_2 = m_2\vec{a}_2$. Įrašę tai į (2.14), gauname

$$m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2. \tag{2.15}$$

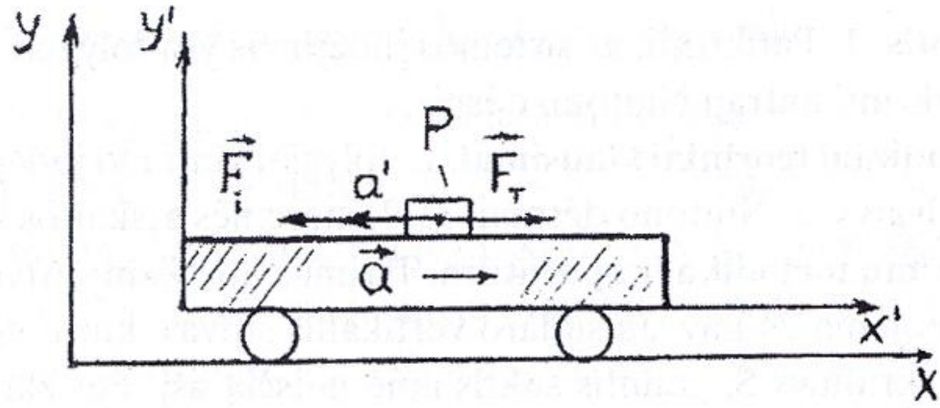
Sąveikaujančių kūnų pagreičiai yra priešingų krypčių ir atvirkščiai proporcingi jų masėms. Jei vieno iš sąveikaujančių kūnų masė yra daug didesnė, jo pagreitis artimas nuliui. Pavyzdžiui, greitėjančio automobilio suteiktas pagreitis Žemei dėl didžiulio jų masių skirtumo yra nepastebimas.

1.3. NEINERCINĖS ATSKAITOS SISTEMOS

Sprendžiant fizikos uždavinius, kuriuose aprašomas judėjimas su pagreičiu judančių kūnų atžvilgiu, racionalu naudoti neinercinę atskaitos sistemą. Tarkime, neinercinė atskaitos sistema $(x'y')$ susijusi su geležinkelio platforma, judančia pagreičiu $\vec{a}$ atžvilgiu inercinės atskaitos sistemos *(x, y)*, susijusios su horizontaliais bėgiais (23 pav.).

Ant platformos padėtas m masės kūnas P. Jo sunkio jėgą kompensuoja platformos reakcijos jėga. Jeigu tarp platformos ir kūno trinties nėra, tai jos atžvilgiu jis judės pagreičiu $-\vec{a}$. Taip bus todėl, kad visų

kūną veikiančių jėgų atstojamoji lygi nuliui. Bėgių atžvilgiu kūnas nejudės. Jo judėjimą neinercinės sistemos $(x'y')$ atžvilgiu galima aprašyti formalia jėga $\vec{F}_i = -m\vec{a}$, vadinamą inercijos jėga. Ši jėga priešinga neinercinės atskaitos sistemos pagreičiui. Jeigu sistema juda greitėdama, inercijos jėga priešinga judėjimo krypčiai, o jeigu lėtėdama – sutampa su judėjimo kryptimi.



23 pav. **Jėgos neinercinėje atskaitos sistemoje *x'y'***

Jei kūną sujungsime su platforma tampria spyruokle, ji pailgės tiek, kad suteiktų jam pagreitį $\vec{a}$. Kūnas veiks spyruoklę priešingos krypties jėga $\vec{F}_i = -m\vec{a}$. Nagrinėjant kūno judėjimą neinercinės sistemos atžvilgiu sakoma. kad spyruoklę veikia kūno inercijos jėga.

Panagrinėkime kūno judėjimą, kai jam slystant pasireiškia trinties jėga $\vec{F}_T$. Tarkime, jis juda pagreičiu $\vec{a}'$ neinercinės sistemos atžvilgiu. Šį pagreitį lemia inercijos ir trinties jėgų atstatomoji, todėl

$$\vec{F}_i + \vec{F}_T = m\vec{a}'. \tag{2.16}$$

Projektuodami šios lygties vektorius į x ašį, gausime $F_{ix} = -ma$, $a'_x = -a$ ir $F_{Tx} = F_T$ todėl

$$-ma + F_T = -ma'. \tag{2.17}$$

Pertvarkę šią lygtį, gausime

$$F_T = m\left(a - a'\right). \tag{2.18}$$

Tačiau $a - a' = a_1$ – trinties jėgos lemiamas pagreitis inercinės sistemos atžvilgiu. Kadangi F_T yra vienintelė reali (veikiančioji) jėga, tai

$$F_T = ma_1. \tag{2.19}$$

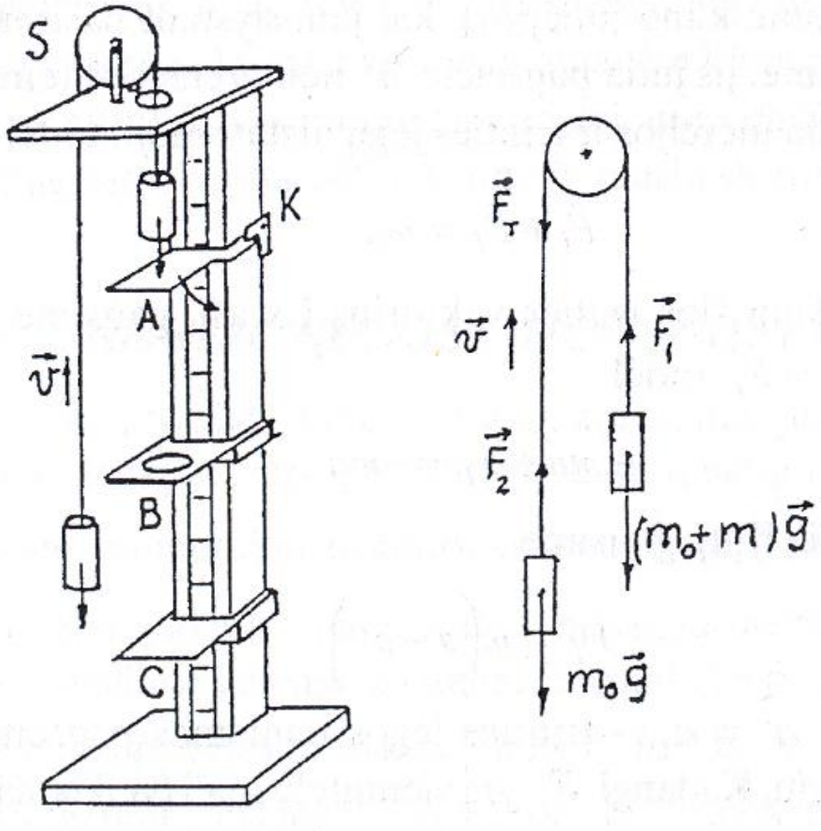
Taigi, jeigu mus domina kūno pagreitis neinercinės sistemos atžvilgiu, patogiau naudoti (2.16) dinamikos lygtį. Užrašydami dinamikos lygtį neinercinės sistemos atžvilgiu, prie kūną veikiančių jėgų pridedame inercijos jėgą.

1.4. SLENKAMOJO JUDĖJIMO DĖSNIŲ TIKRINIMAS ATVUDO METODU

Užduotis. 1. Patikrinti, ar sistemos judėjimas yra tolygiai greitėjantis. 2. Patikrinti antrąjį Niutono dėsnį.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Tolygiai kintamo judėjimo kelio ir greičio lygtys. 2. Niutono dėsniai. 3. Neinercinės atskaitos sistemos.

Matavimų metodika ir aparatūra. Tyrimus atliekame Atvudo mašina, vaizduojama 24 pav. Ją sudaro vertikalus stovas, kurio viršuje pritvirtintas skridinys S, galintis suktis apie gulsčią ašį. Per skridinį permestas plonas siūlas su abiejuose galuose pritvirtintais pasvarais. Be to, prie stovo pritaisytos trys lentynėlės. Viršutinė lentynėlė A gali suktis apie gulsčią ašį nuo vertikalios iki horizontalios padėties, kurioje ji fiksuojama specialiu kabliuku K. Vidurinėje lentynėlėje yra kiaurymė, šiek tiek didesnė už pasvaro skersmenį. Vidurinė B ir apatinė C lentynėlės gali būti tvirtinamos įvairiuose aukščiuose.



24 pav. **Principinė Atvudo mašinos schema**

Pridėjus prie vieno, pavyzdžiui, dešiniojo, pasvaro m masės pasvarėlį, sistema ims judėti su pagreičiu. Tarkime, atskaitos sistemą susiejome su stovu. Visos jėgos veikia išilgai kabinimo siūlo, todėl, užrašydami judėjimo lygtį, jėgą laikysime teigiama, jei jos kryptis sutaps su siūlo judėjimo kryptimi. Visų veikiančių jėgų algebrinė suma turi būti lygi sistemos masės ir jos pagreičio sandaugai:

$$-F_T - m_0 g + F_2 + (m_0 + m)g - F_1 = (2m_0 + m)a; \qquad (2.20)$$

čia F_T – trinties jėga, F_1, F_2 – siūlų įtempimo jėgos.

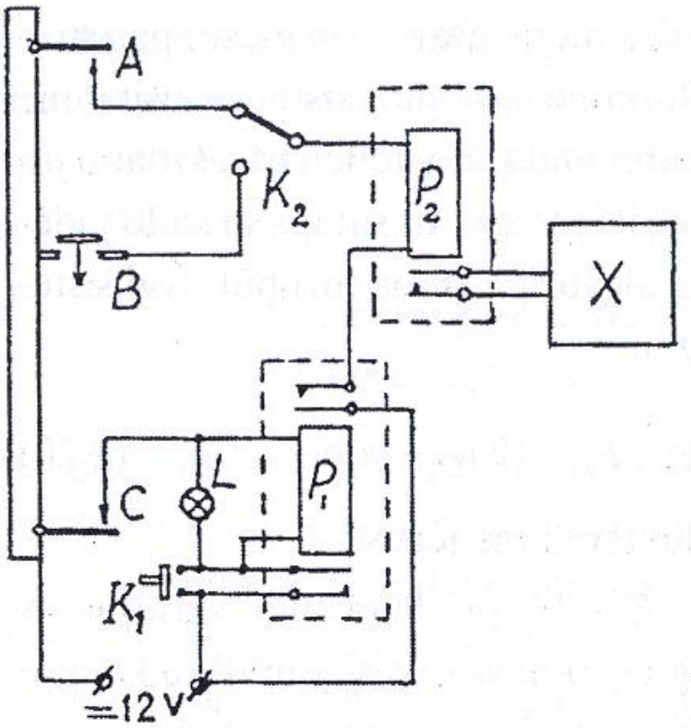
Siūlų įtempimo jėgų skirtumas $F_1 - F_2$ priklauso nuo skridinio S inercinių savybių. Veikiamas šių jėgų skridinys sukasi tam tikru kampiniu pagreičiu. Su siūlu besiliečiančių jo taškų pagreitis a proporcingas įtempimo jėgų skirtumui: $F_1 - F_2 = c_1 a$; čia c_1 – proporcingumo koeficientas. Įrašę į (2.20) lygtį šių įtempimo jėgų skirtumo išraišką, gausime, kad sistemos pagreitis

$$a = \frac{mg - F_T}{2m_0 + m + c_1}. \qquad (2.21)$$

Trinties jėga kompensuojama pritvirtinant prie dešiniojo pasvaro $m_T = \frac{F_T}{g}$ masės pasvarėlį. Kai ši sąlyga tenkinama, lengvai pastūmus žemyn dešinįjį pasvarėlį, sistema juda pastoviu greičiu. Skridinys S parenkamas toks, kad būtų tenkinama sąlyga $2m_0 + m + ... >> c_1$. Paprastai jis gaminamas iš duraliuminio. Galiojant šioms sąlygoms, sistemos pagreitis

$$a = \frac{mg}{2m_0 + m}. \qquad (2.22)$$

Laikas matuojamas elektromechaniniu arba elektroniniu chronometru su automatiniu paleidimo ir stabdymo įrenginiu (25 pav.). Tokio įrenginio pagrindą sudaro dvi nuosekliai sujungtos elektromagnetinės relės. Relė P_1 blokuoja relės P_2 maitinimą. Paspaudus jungiklį K_1, relės P_1 ritele pradeda tekėti srovė, sujungiamos kontaktų 1 ir 2 poros, užsidega signalinė lemputė L. Visos trys stovo lentynėlės tarpusavyje elektriškai



25 pav. **Principinė laiko matavimo schema**

sujungtos. Tarkime, jungiklis K_2 yra viršutinėje padėtyje. Relės P_2 kontaktai 3 susijungia ir paleidžia chronometrą X tada, kai krisdama viršutinė lentynėlė paliečia kontaktą A. Perjungus jungiklį į apatinę padėtį, chronometras paleidžiamas tada, kai papildomas svarelis paliečia vidurinę lentynėlę. Pasvarui palietus apatinę lentynėlę, kontaktas C, o drauge ir relių maitinimas trumpam atjungiamas. Dėl to atsijungia visi relių kontaktai ir chronometras sustoja.

Patikriname, ar sistemos judėjimas pakankamai tiksliai aprašomas (2.4 a) ir (2.7 a) lygtimis. Tuo tikslu pagal greičio lygtį įvertinsime sistemos judėjimo pagreitį a_v ir palyginsime jį su gautu pagal kelio lygtį. Įtvirtiname apatinę ir vidurinę lentynėles pasirinktose padėtyse. Būtina turėti galvoje, kad, mažinant atstumą l_1 tarp vidurinės ir apatinės lentynėlių, trinties jėgos lemiama santykinė paklaida mažėja, o laiko matavimo santykinė paklaida didėja. Uždėję papildomą svarelį ant dešiniojo pasvaro, leidžiame sistemai judėti. Išmatuojame pasvaro judėjimo laiką t_1, sugaištą keliui $l_1 - h$ nuo vidurinės iki apatinės lentynėlės, ir t_2 – keliui $l_2 + h$ nuo viršutinės iki vidurinės lentynėlės; čia h – pasvaro aukštis. Pasvaro greitis pasiekus vidurinę lentynėlę

$$v = \frac{l_1 - h}{t_1}. \tag{2.23}$$

Netolyginio judėjimo nuo viršutinės iki vidurinės lentynėlės pagreitis

$$a = \frac{v}{t_2}. \tag{2.24}$$

Matuodami laiką t_2, apatinę lentynėlę pakeliame arčiau vidurinės tiek, kad chronometras būtų sustabdomas, kai ją paliečia papildomas svarelis. Iš (2.23) ir (2.24) lygčių išplaukia, kad sistemos pagreitis

$$a_v = \frac{l_1 - h}{t_1 t_2}. \tag{2.25}$$

Išreiškę sistemos pagreitį iš kelio lygties (2.7 a), gausime

$$a_s = \frac{2(l_2 + h)}{t_2^2}. \tag{2.26}$$

Jeigu sistemos judėjimas tolygiai greitėjantis ir trinties jėgos įtaka greičio v matavimo rezultatui nedidelė, tai a_v ir a_s vertės matavimo paklaidų ribose turi sutapti. Matavimus kartojame, o gautus duomenis surašome į lentelę.

Nr.	t_1	t_2	v	a_v	a_s

Tikriname antrąjį Niutono dėsnį. Ant dešiniojo ir kairiojo pasvaro uždedame du skirtingų masių m_1 ir m_2 svarelius. Išmatuojame jo judėjimo tarp A ir B lentynėlių laiką t_1. Po to mažesnį svarelį perkeliame ant kairiojo pasvaro ir išmatuojame judėjimo nuo A iki B lentynėlės laiką t_2. Kadangi atstumas l tarp lentynėlių nekito, tai $a_1 t_1^2 = a_2 t_2^2$, arba

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{t_2^2}{t_1^2}. \tag{2.27}$$

Pagal antrąjį Niutono dėsnį, $\frac{a_1}{a_2} = \frac{F_1}{F_2}$. Nagrinėjamu atveju $F_1 = (m_1 + m_2)g$, o $F_2 = (m_1 - m_2)g$. Vadinasi,

$$\frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2} = \frac{t_2^2}{t_1^2}. \tag{2.28}$$

Matavimus kartojame, duomenis surašome į lentelę.

Nr.	l	t_1	t_2	m_1	m_2	F_1/F_2	t_2^2/t_1^2

Matavimo paklaidų skaičiavimas. Atsitiktines laikų t_1 ir t_2 paklaidas įvertiname pagal pakartotų matavimų rezultatus. Jas apskaičiuojame pagal formulę

$$\left(\Delta t_{1,2}\right)_\alpha = \bar{s}_n t_{p,n}\,; \tag{2.29}$$

čia $\bar{s}_n$ – $t_{1,2}$ aritmetinio vidurkio vidutinis kvadratinis nuokrypis, o $t_{p,n}$ – Stjūdento koeficientas.

Žinodami sisteminę paklaidą $\left(\Delta t_{1,2}\right)_S$, apskaičiuojame suminę paklaidą:

$$\Delta\bar{t} = \sqrt{\left(\Delta t_{1,2}\right)_\alpha^2 + \left(\Delta t_{1,2}\right)_S^2}\,. \tag{2.30}$$

Matuojant kitus dydžius, pasireiškia tik sisteminės paklaidos. Pagreičio išraiškos (2.25) ir (2.26) atitinka laipsninių funkcijų sandaugos pavidalą (1.43), todėl galime užrašyti, kad

$$\Delta a_v = a_v \sqrt{\frac{(\Delta l_1)^2 + (\Delta h)^2}{(l_1 - h)^2} + \left(\frac{\Delta t_1}{t_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t_2}{t_2}\right)^2} \tag{2.31}$$

ir

$$\Delta a_S = a_S \sqrt{\frac{(\Delta l_2)^2 + (\Delta h)^2}{(l_2 + h)^2} + \left(2\frac{\Delta t_2}{t_2}\right)^2}\,. \tag{2.32}$$

Matavimo tikslumui tam tikrą įtaką daro trinties jėgos priklausomybė nuo sistemos judėjimo greičio; į šią priklausomybę neatsižvelgta.

Pažymėkime (2.28) lygties dešiniąją pusę K_1, o kairiąją – K_2. Kairiąją lygties dalį atitinkanti paklaida

$$\Delta K_1 = \sqrt{\left(\frac{\partial K_1}{\partial m_1}\Delta m_1\right)^2 + \left(\frac{\partial K_1}{\partial m_2}\Delta m_2\right)^2}\,. \tag{2.33}$$

Atlikę diferencijavimą ir algebrinius veiksmus, užrašysime

$$\Delta K_1 = 2(m_1 - m_2)^{-2}\sqrt{(m_2\Delta m_1)^2 + (m_1\Delta m_2)^2}. \qquad (2.34)$$

Paklaidą ΔK_2 patogiau išreikšti laikų t_1 ir t_2 santykinėmis paklaidomis:

$$\Delta K_2 = 2\left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2\sqrt{\left(\frac{\Delta t_1}{t_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t_2}{t_2}\right)^2}. \qquad (2.35)$$

2. IMPULSO IR ENERGIJOS TVERMĖS DĖSNIAI

2.1. IMPULSO TVERMĖS DĖSNIS

Pagal trečiąjį Niutono dėsnį, sąveikaujančių kūnų veikiančioji ir atoveikio jėgos yra vienodos ir priešingų krypčių. Jei kūnai, kurių masės m_1 ir m_2, tarpusavio sąveikos metu įgijo pagreičius atitinkamai $\frac{dv_1}{dt}$ ir $\frac{dv_2}{dt}$, tai

$$m_1\frac{d\vec{v}_1}{dt} = -m_2\frac{d\vec{v}_2}{dt}. \qquad (2.36)$$

Per laiko intervalą dt vieno kūno impulsas pakito dydžiu $d\vec{p}_1 = m_1 d\vec{v}_1$, o kito – $d\vec{p}_2 = m_2 d\vec{v}_2$. Todėl pagal (2.36)

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = \frac{d\vec{p}_2}{dt}. \qquad (2.37)$$

Matome, kad, veikiant tik tarpusavio sąveikos jėgoms, kūnų impulsų suma nekinta:

$$\frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0. \qquad (2.38)$$

Kūnų tarpusavio sąveikos jėgos vadinamos vidinėmis jėgomis. **Kūnų sistema, kurioje veikia tik vidinės jėgos, o išorinių jėgų nėra arba jos kompensuotos, vadinama uždarąja.**

Jei uždarąją sistemą sudaro n sąveikaujančių kūnų, tai pagal (2.38)

$$\frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{n}\vec{p}_i = 0. \tag{2.39}$$

Suintegravus (2.39) lygtį,

$$\sum_{i=1}^{n}\vec{p}_i = const. \tag{2.40}$$

Abi pastarosios lygybės išreiškia impulso tvermės dėsnį atitinkamai diferencialiniu ir integraliniu pavidalu. Uždarosios sistemos impulsas nekinta laiko atžvilgiu. Tą patį galima pasakyti bet kurios krypties, pavyzdžiui, x, atžvilgiu. Tokiu atveju

$$\frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{n}p_{xi} = 0; \tag{2.41}$$

čia p_{xi} – impulso vektoriaus komponentė X ašies kryptimi. Tokios lygties nariai sumuojami algebriškai.

Žemės paviršiumi judančius kūnus veikia trinties jėgos. Slystant metalo ritinėliui lygiu ledo paviršiumi, trinties jėga pakankamai maža, o sunkio jėgą kompensuoja ledo reakcijos jėga. Nagrinėjant judėjimą nedideliame laiko intervale, ritinėlio greitį, o drauge ir impulsą galima laikyti nekintamais. Absoliučiai uždarų mechaninių sistemų nėra.

2.2. DARBAS IR ENERGIJA

Veikdami vienas kitą, kūnai gali keisti savo formą ir judėjimo pobūdį. Sąveikos metu vieno kūno judėjimas gali būti perduotas kitam, todėl reikalingas fizikinis dydis, kiekybiškai nusakantis šį procesą. Iš impulso priklausomybės nuo laiko ne visada galima spręsti apie judėjimo perdavimą, nes jėgų kompensacijos atveju impulsas nekinta. Pavyzdžiui, kūnui slystant nuožulniąja plokštuma pastoviu greičiu, trinties jėgą kompensuoja sunkio jėgos komponentė. Kūnas slysdamas įšyla, nors jo impulsas išlieka pastovus.

Fizikinis dydis, kiekybiškai nusakantis perduotą judėjimą, vadinamas darbu. Darbas yra judėjimo perdavimo matas, išreiškiamas kūno poslinkio $(\Delta\vec{x})$ ir jį veikiančios jėgos $(\vec{F})$ dedamosios poslinkio kryptimi $(\vec{F}_x)$ sandauga:

$$\Delta A = F_x \Delta x. \tag{2.42}$$

Jeigu kampas tarp jėgos ir poslinkio vektorių lygus α, tai $F_x = F\cos\alpha$ ir

$$\Delta A = F\Delta x\cos\alpha\,. \tag{2.43}$$

Ši formulė atitinka vektorių $\vec{F}$ ir $\Delta\vec{x}$ skaliarinę sandaugą

$$\Delta A = \left(\vec{F}\Delta\vec{x}\right). \tag{2.44}$$

Jei jėga priklauso nuo koordinatės, būtina imti pakankamai mažą poslinkį $\overrightarrow{dx}$, kurio ribose ją galima laikyti nekintama. Tokiu atveju elementarusis darbas

$$dA = \left(\vec{F}\overrightarrow{dx}\right). \tag{2.45}$$

Vektoriaus $\overrightarrow{dx}$ kryptis sutampa su momentinio greičio vektoriaus kryptimi. Nuėjus s kelią, darbas

$$A = \int_0^S \left(\vec{F}\overrightarrow{dx}\right). \tag{2.46}$$

Jėgos, kurių darbas priklauso tik nuo kelio pradinių ir galinių taškų koordinačių, o ne nuo jo formos, vadinamos konservatyviosiomis. Tokios yra gravitacinės, elektrostatinės, tamprumo jėgos. Konservatyviųjų jėgų darbas uždarame kelyje lygus nuliui. Nekonservatyviųjų jėgų pavyzdys yra trinties jėgos.

Judėjimas – neatskiriama materijos savybė. Nagrinėjant fizikinius reiškinius, svarbu kiekybiškai įvertinti judėjimą ir jo perdavimo iš vienų kūnų kitiems galimybę. **Kiekybinis materijos judėjimo matas yra energija. Ji nusako darbą, kurį galėtų atlikti kūnas, esantis tam tikroje judėjimo būsenoje.**

Energija, susijusi su kūnų judėjimu, vadinama kinetine, o su jų tarpusavio išsidėstymu – potencine. Atliekant darbą, vienų kūnų energija perduodama kitiems. Jei, veikiant jėgoms, sistemos energija didėja, jų atliekamas darbas laikomas teigiamu, o jei mažėja – neigiamu.

Nustatysime kūno judėjimo greičio ir kinetinės energijos ryšį. Tarkime, m masės kūnas, veikiamas jėgos $\vec{F}$, judėjo $\vec{a}$ pagreičiu ir įgijo $\vec{v}$ greitį. Jam nuėjus dx kelią, jėga atliko darbą $dA = m\dfrac{dv}{dt}dx$. Šis darbas

lygus kūno kinetinės energijos pokyčiui $dA = dW$. Kadangi $\frac{dv}{dt}dx = \frac{dx}{dt}dv$, o $\frac{dx}{dt} = v$, tai $dW = mvdv$. Suintegravę pastarąją lygybę nuo 0 iki v, gausime, kad v greičiu judančio kūno kinetinė energija

$$W_K = \frac{mv^2}{2}. \tag{2.47}$$

Potencinė energija yra kūnų sąveikos energija. Ji apibūdina darbą, kurį galėtų atlikti kūnai, veikiami konservatyviųjų jėgų. Potencinė energija atskaitoma nuline laikomos pasirinktos kūnų padėties atžvilgiu. Pavyzdžiui, sunkio jėgos lemiamą potencinę energiją galima atskaityti Žemės paviršiaus, jos centro arba kito laisvai pasirinkto taško atžvilgiu.

Apskaičiuosime m masės kūno, esančio tam tikrame aukštyje h, potencinę energiją W_p. Ji lygi darbui, kurį atliktų sunkio jėgos veikiamas kūnas, nueidamas kelią h:

$$W_p = \int_0^h \left(m\vec{g}\,\overrightarrow{dh}\right) = mgh; \tag{2.48}$$

čia kelio h intervale sunkio jėgos pagreitį g laikome pastoviu.

2.3. ENERGIJOS TVERMĖS DĖSNIS

Energija, kaip ir judėjimas, negali atsirasti savaime arba išnykti. Galimas tik vienos energijos rūšies virsmas kitos rūšies energija. Uždarojoje sistemoje bendras energijos kiekis W nekinta, todėl

$$\frac{dW}{dt} = 0. \tag{2.49}$$

Konservatyviųjų jėgų lauke judančio kūno kinetinės ir potencinės energijų suma išlieka pastovi: $W_K + W_p = 0$. Pasireiškiant trinties jėgoms, kinetinė energija virsta šilumine, t. y. molekulių ir atomų judėjimo energija.

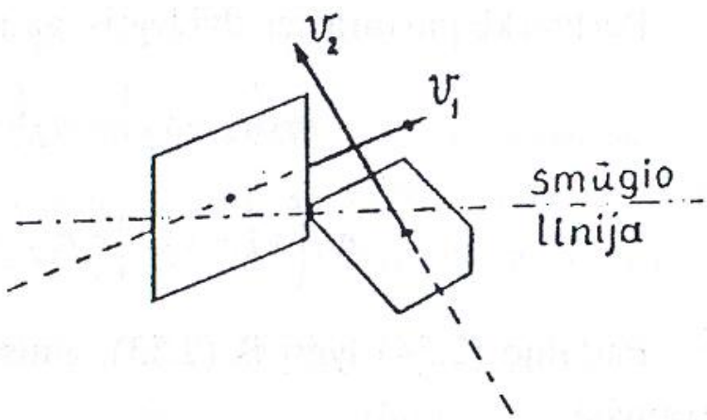
Pagal Einšteino reliatyvųjį masės ir energijos ryšį, kiekvienas m masės kūnas ramybės būsenoje turi $W = mc^2$ energijos kiekį; čia c – šviesos greitis vakuume. Pavyzdžiui, elektronas su pozitronu susidurdami anihiliuoja. Dėl to išspinduliuojami du γ kvantai, kurių energija visiškai

atitinka šią formulę. Energija ir masė nusako bendriausias materijos savybes: jos nuolatinį judėjimą ir visuotinę trauką bei inertiškumą.

2.4. SMŪGIS

Smūgiu vadiname trumpalaikę kūnų sąveiką, kurios metu pakinta jų judėjimo pobūdis, įvyksta staigus energijos persiskirstymas. Smūgio metu kūnai deformuojasi. Pagal deformacijos pobūdį smūgiai skirstomi į tampriuosius (elastiškuosius) ir plastiškuosius. Absoliučiai tamprių ir absoliučiai plastiškų smūgių tikrovėje nėra. Jei plastinė deformacija maža, smūgis vadinamas tampriuoju, o jei tamprumo jėgų galima nepaisyti – plastiškuoju.

Tiesė, statmena kūnų paviršiams jų lietimosi taške, vadinama smūgio linija (26 pav.). Jei ši linija eina per kūnų masių centrus, smūgis vadinamas centriniu. Rutulių smūgis visada centrinis. Priklausomai nuo kampo, kurį sudaro kūnų judėjimo kryptys su smūgio linija, smūgiai skirstomi į tiesioginius ir įstrižainius. Jei smūgis tiesioginis, tai kūnai prieš susidurdami judėjo išilgai smūgio linijos. Po įstrižainio smūgio kūnai juda tiesiaeigiškai ir sukasi apie savo masių centrus.



26 pav. **Įstrižainis smūgis**

2.5. TAMPRUSIS SMŪGIS

Tamprusis smūgis vyksta be energijos nuostolio. Smūgio metu kūnai deformuojasi, tamprumo jėgų sąlygojama potencinė energija didėja, pasiekia maksimumą ir, kūnams išsiskiriant, vėl virsta jų kinetine energija. Čia vieno kūno energijos perdavimą kitam lemia tamprumo jėgos. Jos atlieka vidinių jėgų vaidmenį.

Išnagrinėsime tiesioginį centrinį dviejų kūnų smūgį. Tarkime, kad jų masės – m_1 ir m_2, greičiai prieš smūgį – atitinkamai $\vec{v}_1$ ir $\vec{v}_2$, o po jo – $\vec{v}_1'$ ir $\vec{v}_2'$. Pagal impulso tvermės dėsnį,

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2. \qquad (2.50)$$

Vykstant tampriesiems smūgiams uždarojoje sistemoje, kūnų impulsų vektorių suma ir jų dedamųjų bet kuria kryptimi algebrinė suma nekinta. Be to, lieka nepakitusi ir jų absoliučiųjų verčių suma. Tokių smūgių metu vyksta tik impulsų mainai tarp sąveikaujančių kūnų. Tokiu atveju

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v'_1 + m_2v'_2. \qquad (2.51)$$

Pagal energijos tvermės dėsnį

$$\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{m_1v_1'^2}{2} + \frac{m_2v_2'^2}{2}. \qquad (2.52)$$

Pertvarkę pastarąsias dvi lygtis, gauname

$$m_1\left(v_1 - v'_1\right) = m_2\left(v'_2 - v_2\right), \qquad (2.53)$$

$$m_1\left(v_1^2 - v_1'^2\right) = m_2\left(v_2'^2 - v_2^2\right). \qquad (2.54)$$

Padaliję (2.54) lygtį iš (2.53), gausime greičių tarpusavio priklausomybę:

$$v_1 + v'_1 = v'_2 + v_2. \qquad (2.55)$$

Iš (2.51) ir (2.55) lygčių randame, kad po smūgio pirmojo kūno greitis

$$v'_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}, \qquad (2.56)$$

o antrojo –

$$v'_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}. \qquad (2.57)$$

Kai kūnų masės vienodos $(m_1 = m_2)$, tai $v'_1 = v_2, o\ v'_2 = v_1$. Tokiu atveju kūnai susikeičia greičiais. Jeigu vienas kūnas nejuda, pavyzdžiui, $v_2 = 0$, o masė daug mažesnė už kito $(m_2 << m_1)$, tai po smūgio $v'_1 \approx v_1$, o $v'_2 \approx 2v_1$. Po smūgio daug sunkesnio kūno greitis praktiškai nepasikeis, o lengvasis judės dvigubai greičiau ta pačia kryptimi.

Įstrižainio smūgio atveju (2.56) ir (2.57) priklausomybės galioja greičių komponentėms, statmenoms besiliečiantiems paviršiams. Lygiagrečios komponentės išlieka nepakitusios. Pavyzdžiui, lengvas rutuliukas atšoka nuo masyvios plokštės kampu, lygiu kritimo kampui.

2.6. PLASTIŠKASIS SMŪGIS

Plastiškojo smūgio metu kūnai negrįžtamai deformuojasi tol, kol jų greičiai deformacijos kryptimi visiškai suvienodėja. Jei kūnai sudaro uždarąją sistemą, jų impulsų vektorinės sumos prieš smūgį ir po jo lieka nepakitusios. Susitrenkiant dviem kūnams, kurių masės m_1 ir m_2, o greičiai – atitinkamai v_1 ir v_2,

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'; \tag{2.58}$$

čia $\vec{v}_1'$ ir $\vec{v}_2'$ – kūnų greičiai po plastiškojo smūgio. Kai plastiškasis smūgis yra tiesioginis ir centrinis, kūnai po jo juda kartu. Tada jų impulsų algebrinė suma prieš smūgį lygi jų atstojamajam impulsui po smūgio:

$$m_1v_1 \pm m_2v_2 = (m_1 + m_2)v; \tag{2.59}$$

čia v' – kūnų greitis po smūgio, ženklas „+“ atitinka kūnų judėjimą ta pačia kryptimi, o „–“ priešingomis. Pagal (2.59)

$$v' = \frac{m_1v_1 \pm m_2v_2}{m_1 + m_2}. \tag{2.60}$$

Jei prieš tiesioginį plastiškąjį smūgį abudu kūnai judėjo ta pačia kryptimi arba vienas iš jų buvo rimties būsenoje, tai po smūgio jų impulsų absoliučiųjų verčių suma lieka nepakitusi. Kitais atvejais ji sumažėja, nekinta tik impulsų vektorių suma. Aprašant įstrižainį smūgį, reikia atskirai nagrinėti statmenas ir lygiagrečias lietimosi paviršiaus impulsų dedamąsias.

Smūgio metu plastinės deformacijos darbas atliekamas sunaudojant dalį kūnų kinetinės energijos. Jis lygus kinetinės energijos verčių prieš smūgį ir po jo skirtumui:

$$A = \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2}. \tag{2.61}$$

Įrašę v (2.60) „–“ išraišką į (2.61), gausime, kad

$$A = \frac{m_1 m_2 (v_1 + v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}. \tag{2.62}$$

Šis darbas atliekamas prieš kūnų vidinės trinties jėgas. Kai vienas rutulys nejuda $(v_2 = 0)$, o kito greitis $v_1 = v$,

$$A = \frac{m_1 m_2 v^2}{2(m_1 + m_2)}. \tag{2.63}$$

Jeigu masės vienodos $m_1 = m_2 = m$, tai

$$A = \frac{mv^2}{4}. \tag{2.64}$$

Tokiu atveju penkiasdešimt procentų kinetinės energijos virsta šiluma.

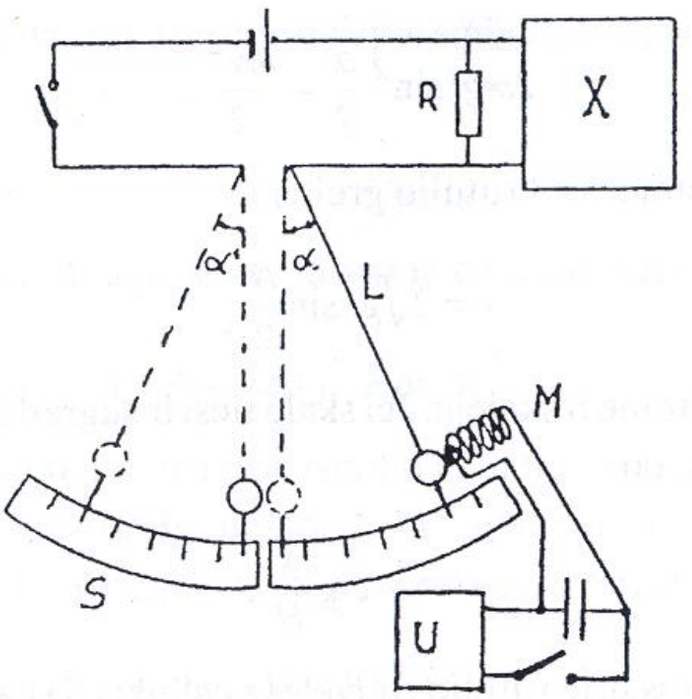
2.7. IMPULSO IR ENERGIJOS TVERMĖS DĖSNIŲ TIKRINIMAS TIRIANT TIESIOGINĮ CENTRINĮ SMŪGĮ

Užduotis. 1. Patikrinti impulso ir energijos tvermės dėsnius, tiriant tamprųjį rutulių smūgį. 2. Ištirti rutulių tampriojo smūgio trukmės ir jėgos priklausomybę nuo jų greičių. 3. Patikrinti impulsų sudėties taisyklę, tiriant plastiškąjį rutulių smūgį. 4. Įvertinti plastinės deformacijos darbą.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Uždarosios sistemos. 2. Impulso ir energijos tvermės dėsniai. 3. Smūgio apibūdinimas. 4. Tamprusis smūgis. 5. Plastiškasis smūgis.

Tyrimų metodika ir aparatūra. Vienas iš paprasčiausių impulso ir energijos tvermės dėsnių patikrinimo būdų yra rutulių tiesioginio tampriojo smūgio tyrimas. Šiam tikslui skirtos aparatūros schema vaizduojama 27 pav. Prie vertikalaus stovo prikabinti du rutuliai taip, kad jiems liečiantis siūlai L būtų lygiagretūs. Nuolatinės srovės šaltinio U maitinamu elektromagnetu M vieną rutulį galima fiksuoti padėtyje, atitinkančioje pasirinktą nuokrypio nuo vertikalės kampą α.

Išjungus elektromagneto maitinimo srovę, rutulys greitėdamas juda pusiausvyros padėties link ir žemutiniame trajektorijos taške, pasiekęs didžiausią greitį, smogia į kitą rutulį.



27 pav. **Rutulių tiesioginio smūgio tyrimų aparatūros schema**

Nagrinėjamą sistemą galima laikyti uždara. Energijos nuostoliai dėl oro pasipriešinimo maži, sunkio jėgą kompensuoja siūlų įtempimo jėga. Tokiu atveju rutulio greitį smūgio pradžioje galėsime apskaičiuoti pagal energijos tvermės dėsnį.

Jei rutulio masė m, o jo pakilimo nuo žemutinės padėties aukštis h, tai potencinė energija

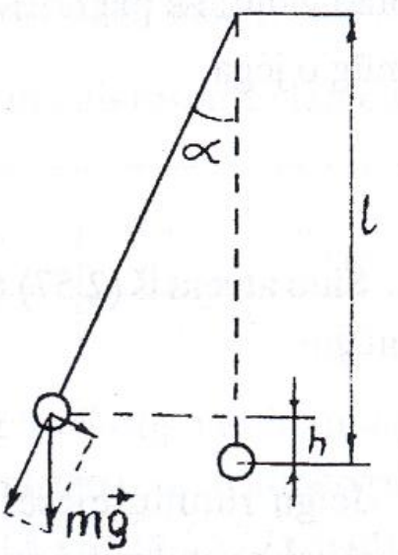
$$W_P = mgh. \tag{2.65}$$

Pagal 28 pav.

$$h = l - l\cos\alpha . \tag{2.66}$$

čia l – rutulio sunkio centro nuotolis nuo siūlo pakabinimo taško. Kadangi $1-\cos\alpha = 2\sin^2\frac{\alpha}{2}$, tai

$$h = 2l\sin^2\frac{\alpha}{2} . \tag{2.67}$$



28 pav. **Rutulio greičio skaičiavimo schema**

Siūlo ilgį nesunku parinkti taip, kad jis smarkiai viršytų rutulio skersmenį. Tada rutulį galima laikyti materialiuoju tašku. Apatiniame trajektorijos taške visa jo potencinė energija pavirsta kinetine, todėl

$$2mgl\sin^2\frac{\alpha}{2}=\frac{mv^2}{2}. \qquad (2.68)$$

Iš lygybės gauname, kad rutulio greitis

$$v=2\sqrt{gl}\sin\frac{\alpha}{2}. \qquad (2.69)$$

Kampą α atskaitome S skalėje. Jei skalė tiesi ir sugraduota ne laipsniais, o ilgio vienetais, tai

$$\alpha=\operatorname{arctg}\frac{x}{H}; \qquad (2.70)$$

čia x – pritvirtintos prie rutulio rodyklės poslinkis S skalėje, o H – skalės nuotolis nuo siūlo pakabinimo taško.

Tampriojo smūgio trukmė τ matuojama elektroniniu chronometru X pagal 27 pav. vaizduojamą schemą. Rutuliai prie elektrinės schemos prijungiami labai plonais laidais, netrukdančiais jiems judėti. Smūgio metu rutuliai liečiasi, o grandine teka elektros srovė. Įtampos impulso rezistoriuje R trukmė lygi smūgio trukmei. Ji registruojama chronometru X.

Tiriant rutulių tampriojo smūgio trukmės ir jėgos priklausomybę nuo jų greičių, parenkami vienodų masių rutuliai. Prieš smūgį vienas iš jų yra rimties būsenoje. Tokiu atveju smūgiuojantis rutulys sustoja. Jo greičio pokytis per smūgio trukmę τ lygus jo greičiui v_1 smūgio pradžioje; todėl vidutinis pagreitis $a=\frac{v_1}{\tau}$. Pagal antrąjį Niutono dėsnį, vidutinė smūgio jėga

$$F=m\frac{v_1}{\tau}. \qquad (2.71)$$

Šiuo atveju iš (2.57) formulės gausime, kad antrojo rutulio greitis po smūgio

$$v'_2=v_1. \qquad (2.72)$$

Jeigu rutulių masės skirtingos ($m_1>m_2$) ir rimties būsenoje yra lengvesnis rutulys, tai po tampriojo smūgio, pagal impulso tvermės dėsnį,

$$m_1v_1=m_1v'_1+m_2v'_2. \qquad (2.73)$$

Jeigu smogia lengvesnis rutulys, tai po smūgio jie juda priešingomis kryptimis. Tokiu atveju

$$m_1 v_1 = m_1 v_1' - m_2 v_2' . \qquad (2.74)$$

Kadangi tampriojo smūgio metu kinetinė energija nekinta, tai

$$m_1 v_1^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2 . \qquad (2.75)$$

Plastiškajam smūgiui tirti prie rutulių jų lietimosi pusėse prilipdome plastilino. Kai vienas rutulys nejuda, o kito greitis prieš pat smūgį lygus v_1, bendrą greitį po smūgio v' nusako impulso tvermės dėsnis:

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v' . \qquad (2.76)$$

Jeigu masės vienodos, tai

$$v_1 = 2v' . \qquad (2.77)$$

Eksperimentas. Iš pradžių tiriame vienodų masių rutulių tampruįjį smūgį. Nagrinėjame atvejį, kai vienas rutulys yra rimties būsenoje. Ištiriame smūgio trukmės ir jėgos priklausomybę nuo smogiančiojo rutulio greičio v_1. Jį keičiame atitinkamai keisdami nuokrypio kampą α_1. Po to tikriname impulso ir energijos tvermės dėsnius. Užrašę antrojo rutulio nuokrypio kampo α_2' vertę po smūgio, apskaičiuuojame greičius v_1 ir v_2'. Įvertiname impulsų ir energijų santykius atitinkamai p'/p ir W'/W. Tirdami skirtingų masių rutulių tampruįjį smūgį, patikriname (2.73), (2.74) ir (2.75) lygtis. Matavimų daumenis rašome į lentelę.

α_1	α_1'	α_2'	v_1	v_1'	v_2'	p'/p	W'/W

Patikriname impulso tvermės dėsnį, tirdami plastiškąjį rutulių smūgį. Bendrą rutulių greitį po smūgio randame pagal antrojo rutulio nuokrypio nuo pusiausvyros kampą α_2'. Patikriname (2.76) ir (2.77) lygtis, įvertiname plastinės deformacijos darbą. Matavimų duomenis rašome į lentelę.

α_1	α'	v	v'	p'/p	A/W	W'/W

Matavimo paklaidų skaičiavimo ypatumai. Matavimų tikslumą iš esmės lemia nuokrypio kampo paklaida. Iš (2.69) ir (1.45) formulių išplaukia, kad greičio santykinės paklaidos kvadratas

$$\left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \sin \alpha/2}{\sin \alpha/2}\right)^2 . \qquad (2.78)$$

Kadangi $\Delta \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\Delta\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$, tai

$$\Delta v = \frac{v}{2}\sqrt{\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\Delta\alpha ctg\frac{\alpha}{2}\right)^2} . \qquad (2.79)$$

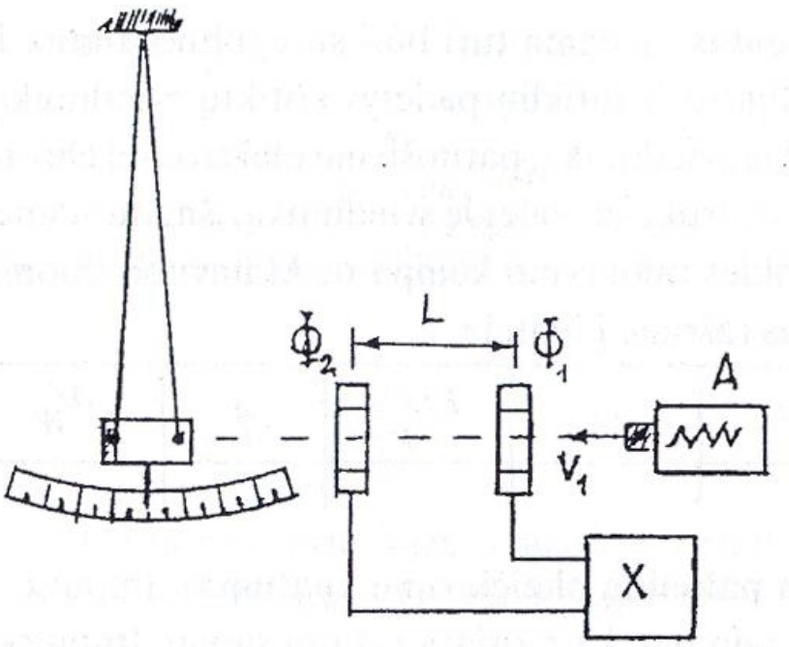
Tam tikra sisteminė paklaida atsiranda esant nepakankamam smūgio tampruminės sistemos uždarumui.

2.8. IMPULSO TVERMĖS DĖSNIO TIKRINIMAS BALISTINE SVYRUOKLE

Užduotis. 1. Patikrinti impulso tvermės dėsnį. 2. Išmatuoti plastinės deformacijos darbą.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Kodėl sistemą sviedinukas – svyruoklė galima laikyti uždara? 2. Impulso ir energijos tvermės dėsniai tampriojo ir plastiškojo smūgių atvejais. 3. Darbas ir energija.

Eksperimento metodika ir aparatūra. Eksperimento esmę sudaro sviedinuko ir balistinės svyruoklės impulso prieš plastiškąjį smūgį ir po jo palyginimas. Tyrimų aparatūra vaizduojama 29 pav. Ją sudaro balistinė svyruoklė, spyruoklinė svaidyklė A ir sviedinuko lėkio trukmės matavimo grandinė su elektroniniu chronometru X. Balistinę svyruoklę sudaro plonais siūlais pakabintas metalinis tuščiaviduris uždaru galu cilindras, kurio galinis dangtis aplipintas storu plastilino sluoksniu.



29 pav. **Balistinė svyruoklė**

Sviedinuko lėkio kelyje padėti du fotoelektriniai jutikliai. Kai sviedinukas pralekia jutiklį Φ_1, elektroninis chronometras paleidžiamas, o kai pralekia jutiklį Φ_2 – sustabdomas. Jeigu atstumas tarp jutiklių L, o išmatuotoji lėkio trukmė t, tai sviedinuko greitis $v_1 = L/t$ ir impulsas

$$p_1 = m\frac{L}{t}; \tag{2.80}$$

čia m – sviedinuko masė.

$$p_2 = 2(m + m_b)\sqrt{gl}\,\sin\frac{\alpha}{2}; \tag{2.81}$$

čia m_b – balistinės svyruoklės masė.

Sviedinuko stabdymo darbas lygus sistemos kinetinės energijos verčių prieš smūgį ir po jo skirtumui:

$$A = \frac{1}{2}\left(\frac{p_1^2}{m} - \frac{p_2^2}{m+m_b}\right) \tag{2.82}$$

Jo ir sviedinuko kinetinis energijos santykis

$$\frac{A}{W} = 1 - \frac{mp_2^2}{(m+m_b)p_1^2}. \tag{2.83}$$

Kadangi smūgio metu impulsas išlieka nepakitęs, tai $m << m_b$ atveju praktiškai visa kinetinė energija virsta šiluma $\left(A/W \approx 1\right)$.

Eksperimentas. Sistema turi būti sureguliuota taip, kad balistinės svyruoklės cilindro ir jutiklių padėtys atitiktų sviedinuko trajektoriją. Įdėję į svaidyklę sviedinuką, paruošiame elektroninį chronometrą pagal jo naudojimo instrukciją. Paleidę sviedinuką, išmatuojame jo lėkio trukmę t ir svyruoklės nuokrypio kampą α. Matavimo duomenis ir galutinius rezultatus rašome į lentelę

α	t	v_1	p_1/p_2	A	A/W	W_1/W_2

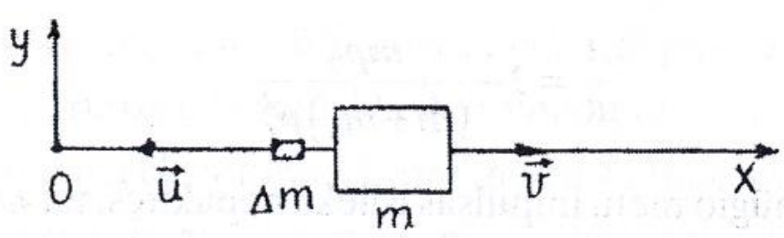
Matavimo paklaidų skaičiavimo ypatumai. Impulso p_2 paklaida skaičiuojama taip pat, kaip tiriant rutulių smūgį. Impulso p_1 paklaidą tikslinga skaičiuoti pagal santykinės paklaidos formulę. Plastinės deformacijos darbo A paklaidos išraišką gausime radę jo dalines išvestines pagal p_1 ir p_2. Masių m ir m_b vertės pateikiamos gana tiksliai, kad jų paklaidų galima būtų nepaisyti. Tokiu atveju

$$\Delta A = \sqrt{\left(\frac{p_1}{m}\Delta p_1\right)^2 + \left(\frac{p_2}{m+m_b}\Delta p_2\right)^2} \qquad (2.84)$$

2.9. REAKTYVIOJI JĖGA

Uždaros sistemos kūnų greičiai kinta taip, kad jų atstojamasis impulsas liktų nepakitęs. Tarkime, m masės kūnas juda $\vec{v}$ greičiu inercinėje atskaitos sistemoje x ašies kryptimi (30 pav.). Jei Δm masės dalelė, atsiskyrusi nuo jo veikiant tam tikrai atostūmio jėgai, įgijo $\vec{u}$ greitį bendro masės centro atžvilgiu, tai pagal impulso tvermės dėsnį

$$(m-\Delta m)\Delta\vec{v} + \Delta m\vec{u} = 0. \qquad (2.85)$$



30 pav.

Kūno greitis pakito dydžiu

$$\Delta\vec{v} = -\frac{\Delta m}{m - \Delta m}\vec{u}. \tag{2.86}$$

Jei dalelės masė $\Delta m << m$, tai, pažymėję $\Delta m = dm$, o $\Delta v = dv$, parašysime

$$d\vec{v} = -\frac{dm}{m}\vec{u}. \tag{2.87}$$

Matome, kad $d\vec{v}$ ir $\vec{u}$ kryptys priešingos. Dalelės greitis inercinės sistemos xy atžvilgiu $u_s = u - v$, o kūno atžvilgiu $v_r = u + dv$. Kadangi $dv<<u$, tai dalelės realiatyvusis greitis $v_r \approx u$.

Išnagrinėsime atvejį, kai nuo kūno atsiskiria tolydinis masės srautas. Pavyzdžiui, veikiant raketos varikliui, išmetamas nenutrūkstamas dujų srautas (31 pav.). Jei per dt laiką iš raketos išlekia dm masė, tai per laiko vienetą išlėks $\mu = \frac{dm}{dt}$. Tokiu atveju $dm = \mu dt$. Įrašę šią išraišką į (2.87) formulę, gausime

$$d\vec{v} = -\frac{\mu\vec{u}}{m}dt \tag{2.88}$$

arba

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = -\mu u. \tag{2.89}$$

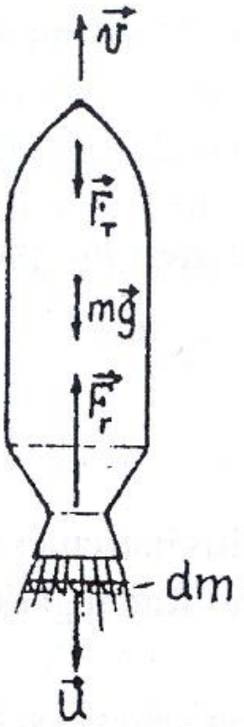
Pagal antrąjį Niutono dėsnį, dešinioji šios lygybės pusė išreiškia tam tikrą jėgą

$$\vec{F}_r = -\mu\vec{u}. \tag{2.90}$$

Ši jėga vadinama reaktyviąja. Tai atoveikio jėga, priklausanti nuo išmetamos masės srauto.

Jei kūną jo judėjimo kryptimi, be reaktyviosios jėgos, veikia tam tikra išorinė jėga $\vec{F}$, tai pagal antrąjį Niutono dėsnį

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = -\mu\vec{u} + \vec{F}. \tag{2.91}$$



31 pav. **Jėgos, veikiančios kylančią raketą**

Gavome raketos judėjimo lygtį. Kylančią raketą veikia jos sunkio jėga mg ir oro trinties jėga F_T, priešinga jos judėjimo greičiui $\vec{v}$ kryptimi (31 pav.).
Tokiu atveju

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = -\mu\vec{u} + m\vec{g} + \vec{F}_T . \qquad (2.92)$$

Tol, kol raketą veikia reaktyvioji jėga, jos masė tolydžiai mažėja. Apskaičiuokime greitį, kurį įgaus raketa jos masei sumažėjus nuo m_0 iki m, jei pašalinės jėgos jos neveikia. Tokiu atveju

$$m\frac{dv}{dt} = -u\frac{dm}{dt} . \qquad (2.93)$$

Jei raketos pradinė masė m_0, o jos pradinis greitis $v_0 = 0$, tai

$$\int_0^v dv = -u\int_{m_0}^{m}\frac{dm}{m} . \qquad (2.94)$$

Suintegravę šią lygybę, gausime, kad raketos greitis

$$v = u\ln\frac{m_0}{m} . \qquad (2.95)$$

Ši išraiška vadinama Ciolkovskio formule.

2.10. REAKTYVIOSIOS JĖGOS TYRIMAS

Užduotis. Patikrinti reaktyviosios jėgos formulę.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Impulso tvermės dėsnis. 2. Reaktyvioji jėga, jos fizikinė prigimtis. 3. Reaktyviosios jėgos veikiamo kūno judėjimo lygtis. 4. Ciolkovskio formulė.

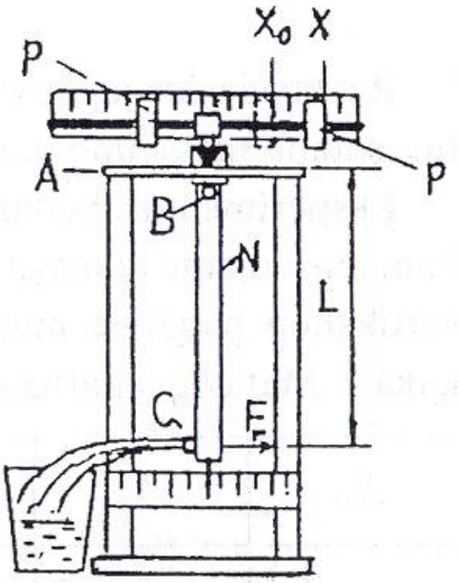
Tyrimo metodika ir aparatūra. Reaktyviąją jėgą išmatuosime kompensavę jos momentą atitinkamu sunkio jėgos momentu. Tam skirto prietaiso schema vaizduojama 32 pav.

Svirtis N trikampių prizmių briaunomis remiasi į gulsčią atramą A, pritvirtintą prie stovo. Apatinę svirties dalį sudaro vamzdis uždaru galu su šoninėmis atšakomis B ir C vandeniui įtekėti ir ištekėti. Viršutinėje svirties dalyje statmenai jos sukimosi ašiai pritvirtintas apvalus strypelis. Ant jo užmauti vienodų m masių ritinio formos pasvarėliai p, kurių padėtis galima keisti ir atskaityti milimetrinėje skalėje. Svirties apačioje pritvirtinta rodyklė. Apatinėje skalėje atskaitoma svirties pusiausvyros padėtį atitinkanti padala.

Ištekant vandeniui pro C atšakos angą, svirtį veikia reaktyvioji jėga $\vec{F}_r$, kurios petis L lygus trumpiausiam atstumui nuo jos veikimo linijos, einančios per angos centrą, iki svyravimų ašies. Šios jėgos momentas

$$M_r = LF_r . \tag{2.96}$$

Sunkio jėgos momentą M_x, kompensuojantį M_r, galima sudaryti pastumiant dešinįjį krovinėlį atstumu $X - X_0$; čia X_0 – krovinėlio pagrindo plokštumos padėtis milimetrinėje skalėje, kai svirtis yra vertikalioje padėtyje, prieš paleidžiant srovę, o X – veikinat reaktyviajai jėgai. Nustatant pradinę pusiausvyros padėtį X_0, naudojamas ir kairysis krovinėlis.



32 pav. **Reaktyviosios jėgos matavimo aparatūros schema**

Kai atstojamasis sunkio jėgų momentas kompensuoja reaktyviosios jėgos momentą, $M_x = M_r$, svirtis yra vertikalioje padėtyje. Tokiu atveju $X - X_0$ yra jėgos peties pokytis, o atstojamasis sunkio jėgų momentas

$$M_x = mg(X - X_0). \tag{2.97}$$

Iš (2.96) ir (2.97) jėgų momentų lygybės gauname, kad

$$F_r = mg\frac{X - X_0}{L}. \tag{2.98}$$

Reaktyviosios jėgos (2.90) formulę patikrinsime išmatavę $\frac{dm}{dt}$ ir u vertes. Tarkime, per t laiką pro C angą ištekėjusio vandens tūris V. Tada

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\rho V}{t}; \tag{2.99}$$

čia ρ – vandens tankis.

Kadangi vandens srovės greitis u pastovus, C angos skerspjūvio plotas S žinomas, tai $V = uSt$, o

$$u = \frac{V}{St}. \tag{2.100}$$

Įrašę (2.99) ir (2.100) išraiškas į (2.90) formulę, gausime, kad reaktyvioji jėga

$$F_r' = \frac{\rho}{S}\left(\frac{V}{t}\right)^2. \tag{2.101}$$

Reaktyviosios jėgos vertės, gautos pagal (2.98) ir (2.101) formules, turi sutapti matavimo paklaidų ribose.

Eksperimentas. Sudarę nedidelį sunkio jėgos momentą ($X - X_0$), jį kompensuojame pamažu didindami vandens srovę. Kai svirtis atsiduria vertikalioje padėtyje, matuojame ištekėjusio vandens tūrį V ir tekėjimo laiką t. Matavimą kartojame.

X_0	X	F_r	ν	t	F_r'

Didindami sunkio jėgos momentą, ištiriame jėgų F_r ir F_r' tarpusavio priklausomybę ir pavaizduojame ją grafiškai. Taip galima akivaizdžiai įsitikinti, ar išmatuota jėga F_r lieka lygi srovės greičio u ir masės srovės stiprumo $\frac{dm}{dt}$ sandaugai.

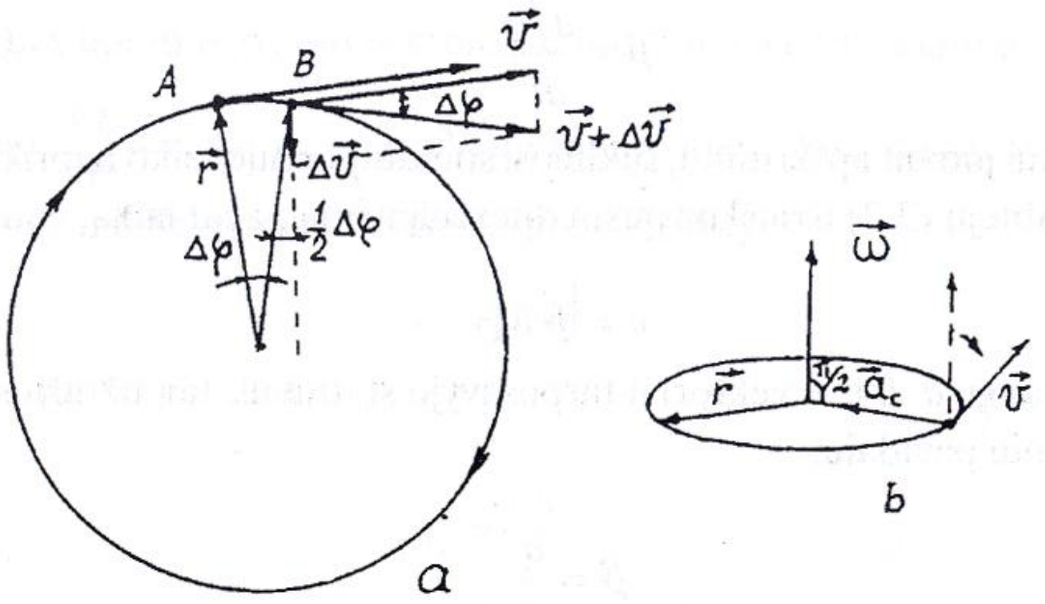
Paklaidų skaičiavimo ypatumai. Matavimo tikslumui didžiausią įtaką daro $\left(\frac{V}{t}\right)$ santykio paklaida. Ją lemia tūrio matavimo paklaida bei srovės greičio nestabilumai. Kadangi (2.98) ir (2.101) išraiškas galima užrašyti laipsninių funkcijų sandaugos pavidalu, reaktyviosios jėgos paklaidą patogiau skaičiuoti pagal santykinės paklaidos formulę.

3. SUKAMASIS JUDĖJIMAS

3.1. KAMPINIS GREITIS IR PAGREITIS

Sukamasis judėjimas, kaip ir slenkamasis, gali būti tolyginis ir netolyginis. Tolygiai besisukančio taško radiusas vektorius per vienodus laiko tarpus Δt nubrėžia tą patį kampą $\Delta\varphi$ (33 pav., a). Tada kampinis greitis $\omega = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ pastovus. Jo vertė parodo, koks taško radiuso vektoriaus nubrėžtas kampas atitinka vienetinį laiko intervalą. Jei kampinis greitis kinta, svarbu žinoti jo vertę konkrečiu laiko momentu – momentinį (akimirkinį) kampinį greitį. Tada reikia imti labai mažą laiko intervalą dt, kuriame ω kitimo galima nepaisyti, t. y.

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}. \qquad (3.1)$$



33 pav. **Sukamasis taško judėjimas**

Kampinį greitį išreiškia pirmoji kampo išvestinė pagal laiką.

Tarkime, per Δt laiką taškas nueina $AB = \Delta S = r\Delta\varphi$ kelią, o per labai trumpą laiko intervalą dt – kelią $dS = rd\varphi$. Padaliję šias lygybes atitinkamai iš Δt ir dt, įsitikiname, kad $v = \omega r$. Šių dydžių vektoriai tarpusavyje statmeni (33 pav., b). Kampinio greičio vektorius nukreiptas išilgai sukimosi ašies ir statmenai sukimosi plokštumai. Jo kryptis nusakoma dešiniojo sraigto taisykle. Sukant sraigtą taško sukimosi kryptimi, jo išilginis judėjimas parodo kampinio greičio vektoriaus kryptį. Linijinis grei-

tis nukreiptas pagal trajektorijos liestinę, todėl jis statmenas radiusui vektoriui. Atsižvelgę į tai, gautą v išraišką užrašysime vektorinės sandaugos pavidalu:

$$\vec{v} = [\vec{\omega} \cdot \vec{r}]. \tag{3.2}$$

Kintamo sukamojo judėjimo atveju kampinis kūno greitis nuolat kinta. Jo kitimo spartą apibūdina kampinis pagreitis $\beta = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$, kurio vertė rodo, koks kampinio greičio pokytis tenka vienetiniam laiko intervalui. Jei pagreitis kinta, tai laiko intervalas turi būti pakankamai mažas ($\Delta t = dt$). Akimirkinis kampinis pagreitis

$$\vec{\beta} = \frac{\overrightarrow{d\omega}}{dt}. \tag{3.3}$$

Įrašius į (3.3) kampinio greičio išraišką (3.1),

$$\beta = \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \tag{3.3 a}$$

Taškui judant apskritimu, sukimosi spindulys r nuo laiko nepriklauso. Atlikę abiejų (3.2) išraiškos pusių diferecijavimą pagal laiką, gausime

$$\vec{a} = [\vec{\beta}\,\vec{r}]. \tag{3.4}$$

Kadangi $\vec{a}, \vec{\beta}$ ir $\vec{r}$ vektoriai tarpusavyje statmeni, tai, užrašius (3.4) skaliariniu pavidalu,

$$\beta = \frac{a}{r}. \tag{3.4 a}$$

Matome, kad vektorių $\vec{a}, \vec{\beta}$ ir $\vec{r}$ ryšys yra analogiškas $\vec{v}, \vec{\omega}$ ir $\vec{r}$ ryšiui.

3.2. ĮCENTRINĖ JĖGA

Kreivaeigiškai judantis kūnas visada turi tam tikrą pagreitį, nes jo linijinio greičio $\vec{v}$ kryptis nuolat kinta. Tarkime, materialusis taškas juda apskritimu pastoviu kampiniu greičiu ω (30 pav.). Per trumpą laiko intervalą Δt jo radiusas vektorius $\vec{r}$ pasisuka mažu kampu $\Delta\varphi$, o linijinis greitis pakinta dydžiu $\Delta\vec{v}$.

Linijinių greičių taškuose A ir B skirtumo vektorius $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$. Norėdami palyginti šių vektorių kryptis ir kaip jos kinta mažėjant kampui $\Delta\varphi$, brėžiame juos iš vieno taško (33 pav., a). Matome, kad $\vec{v}_1 + \Delta\vec{v} = \vec{v}_2$. Kai $\Delta\varphi$ artėja prie nulio, kampas tarp sukimosi spindulio r ir greičio pokyčio vektoriaus $\Delta\vec{v}$ taip pat artėja prie nulio. Taigi, kai laiko intervalas be galo trumpas, atitinkamai ir posūkio kampas $\Delta\varphi$ be galo mažas, greičio pokyčio vektorius nukreiptas į sukimosi centrą. Tokiu atveju rašome $\Delta t = dt$, $\Delta\varphi = d\varphi$ ir $\Delta\vec{v} = d\vec{v}$.

Kai posūkio kampas $\Delta\varphi = d\varphi$ mažas, jį galima laikyti centriniu, o Δv – jį atitinkančio apskritimo lanko atkarpa. Tokiu atveju rašome

$$dv = v d\varphi. \tag{3.5}$$

Padaliję abi šios lygties puses iš dt, gausime $\frac{dv}{dt} = v\frac{d\varphi}{dt}$. Pagreitis $\frac{dv}{dt} = a_c = v\frac{d\varphi}{dt}$ nukreitas į sukimosi centrą ir vadinamas įcentriniu. Jis statmenas linijinio greičio vektoriui ir nusako jo krypties kitimo spartą.

Kadangi $\frac{d\varphi}{dt} = \omega$, tai $a_c = \omega v$. Vektoriai $\vec{a}_c, \vec{\omega}$ ir $\vec{v}$ tarpusavyje statmeni (33 pav., b), todėl įcentrinio pagreičio vektorius

$$\vec{a}_c = [\vec{\omega}\vec{v}]. \tag{3.6 a}$$

Kadangi $\omega = \frac{v}{r}$, tai

$$a_c = \frac{v^2}{r}. \tag{3.6 b}$$

Įcentrinį pagreitį lemia besisukančioje sistemoje veikiančios ryšio jėgos: tamprumo, elektromagnetinės, gravitacinės ir t. t. Nagrinėjamu atveju jos vadinamos įcentrinėmis jėgomis. Jei besisukančio materialiojo taško masė m, tai pagal antrąjį Niutono dėsnį jį veikia įcentrinė jėga $F = ma_c$. Jos vektorius

$$\vec{F}_c = m[\vec{\omega}\,\vec{v}]. \tag{3.7}$$

Patikrinsime atskaitos sistemą, susijusią su besisukančiu kūnu. Tokia sistema yra neinercinė. Kadangi jos atžvilgiu kūnas nejuda ir jį veikia

įcentrinė jėga F_c, nukreipta į sukimosi centrą, tai, formaliai taikant pirmąjį Niutono dėsnį, sakoma, kad įcentrinę jėgą kompensuoja išcentrinė inercijos jėga $\vec{F}_I = -\vec{F}_c = -m[\vec{\omega} \cdot \vec{v}]$. Išcentrinę jėgą tam tikrais atvejais galima nagrinėti kaip atoveikio jėgą, kuria kūnas veikia besisukančią su juo sistemą.

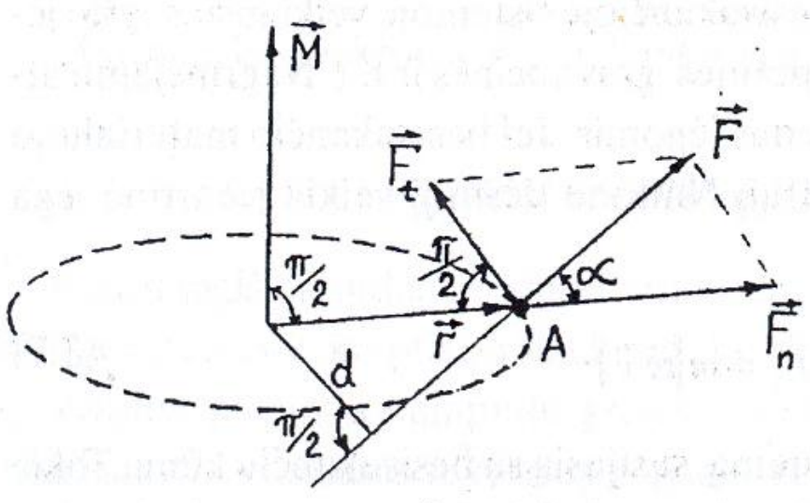
Pavyzdžiui, jei ant besisukančio disko esantį svarstį verčia suktis pastoviu greičiu trinties jėga F_T, tai diską svarstis veikia priešingos krypties jėga, lygia $-\vec{F}_T$. Tarkime, svarstį galima laikyti materialiuoju tašku. Jis nejudės disko atžvilgiu, jei trinties jėga didesnė už išcentrinę: $F_T > m\omega v$. Jeigu $F_T < m\omega v$, svarstis judės sukimosi centro atžvilgiu tam tikru pagreičiu $\vec{a}$. Šį pagreitį lemia $m[\vec{v}\,\vec{\omega}]$ ir $\vec{F}_T$ jėgų skirtumas. Tokiu atveju svarsčio judėjimo sukimosi centro atžvilgiu lygtis – $m[\vec{v}\,\vec{\omega}] - \vec{F}_T = m\vec{a}$. Išcentrinės jėgos sąvoka naudinga tuo, kad labai suprastina daugelio mechanikos uždavinių sprendimą.

3.3. PAGRINDINIS SUKAMOJO JUDĖJIMO DINAMIKOS DĖSNIS

Išnagrinėsime kūną veikiančios jėgos ir jo kampinio pagreičio ryšį. Jeigu taškinis m masės kūnas, veikiamas jėgos $\vec{F}$, juda apskritimu (34 pav.), tai jo linijinis pagreitis

$$a = \frac{F \sin\alpha}{m}; \qquad (3.8)$$

čia α – kampas tarp jėgos $\vec{F}$ ir sukimosi spindulio $\vec{r}$ vektorių. Pagreitį $\vec{a}$ kūnui suteikia tiktai statmena sukimosi spinduliui jėgos dedamoji . Jėgos dedamąją, nukreiptą išilgai sukimosi spindulio, kompensuoja ašies reakcijos jėga. Šia kryptimi kūnas nejuda.



34 pav. **Jėgos momento vektoriaus kryptis**

Trumpiausias atstumas nuo sukimosi ašies iki jėgos veikimo krypties vadinamas jėgos petimi. Jėgos patis d lygus ilgiui

statmens, jungiančio sukimosi ašį su jėgos veikimo linija: $d = r\sin\alpha$. Iš šios priklausomybės ir (3.7) išplaukia, kad

$$a = \frac{Fd}{mr}. \tag{3.8 a}$$

Pagal (3.4 a) ir (3.8 a) kūno kampinis pagreitis

$$\beta = \frac{Fd}{mr^2}. \tag{3.9}$$

Jėgos ir jėgos peties sandauga vadinama jėgos momentu: $M = Fd$. Tai fizikinis dydis, nusakantis jėgos sukamąjį poveikį. Įrašius d išraišką, $M = Fr\sin\alpha$. Jėgos momento vektorius

$$\vec{M} = \left[\vec{r}\vec{F}\right]. \tag{3.10}$$

Jis statmenas $\vec{r}$ ir $\vec{F}$ vektoriams. Jei $\vec{r}$ vektorių sutapdinsime su dešiniojo sraigto rankenėle ir suksime trumpiausiu keliu, norėdami sutapdinti su $\vec{F}$ vektoriumi, tai sraigto išilginis judėjimas parodys $\vec{M}$ vektoriaus kryptį.

Kampinio pagreičio ir jėgos momento vektorių kryptys sutampa, todėl, (3.9) užrašius vektoriniu pavidalu,

$$\vec{\beta} = \frac{\vec{M}}{I_i}; \tag{3.11}$$

čia dydis $I_i = mr^2$ vadinamas materialiojo taško inercijos momentu.

Bet kurį kūną galima nagrinėti kaip materialiųjų taškų aibę. Tarkime, besisukantį kūną suskirstėme į n materialiųjų taškų. Jų atstumus iki sukimosi ašies žymėsime r_i, o mases – m_i. Visi taškai sukasi tuo pačiu kampiniu pagreičiu β. Juos veikiančių jėgų momentų vektoriai yra tos pačios krypties. Jų suma lygi atstojamajam kūną veikiančių jėgų momentui:

$$\vec{M} = \vec{\beta}\sum_{i=1}^{n} r_i^2 \Delta m_i \,. \tag{3.12}$$

Jei kūno tankis ρ, o Δm_i masei tenka ΔV_i tūris, tai $\Delta m_i = \rho \Delta V_i$. Nehomogeninio kūno tankis yra koordinačių funkcija $\rho(x, y, z)$. Kai ΔV_i be galo mažas dydis, rašome $dm = \rho dV$ ir sumą (3.13) išraiškoje pakeičiame integralu:

$$\vec{M} = \vec{\beta} \int_V r^2 \rho dV ; \tag{3.13}$$

čia V – kūno tūris.

Skaliarinis dydis

$$I = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2 \tag{3.14}$$

arba

$$I = \int_V r^2 \rho dV , \tag{3.15}$$

vadinamas kūno inercijos momentu. Jis apibūdina kūno inertiškumą sukamojo judėjimo atveju – gebėjimą išlaikyti pastovų kampinį greitį. Ši savybė priklauso ne tik nuo kūno masės, bet ir nuo jos išsidėstymo sukimosi ašies atžvilgiu.

Įrašę (3.14) ir (3.15) atitinkamai į (3.12) ir (3.13), gausime

$$\vec{\beta} = \frac{\vec{M}}{I} . \tag{3.16}$$

Kūno kampinis pagreitis tiesiai proporcingas jį veikiančios jėgos momentui ir atvirkščiai proporcingas jo inercijos momentui. Tai pagrindinis sukamojo judėjimo dinamikos dėsnis. Jis taip pat vadinamas sukamojo judėjimo antruoju Niutono dėsniu.

Kiekvieno kūno inercijos momentą galima užrašyti taip kaip ir materialiojo taško, $I = mR^2$ pavidalu, žinant jo inercijos spindulį

$$R = \left(\frac{1}{m} \int_V r^2 \rho dV \right)^{\frac{1}{2}} . \tag{3.17}$$

Inercijos spindulys lygus tokiam atstumui nuo kūno sukimosi ašies, kuriame sukoncentravus visą kūno masę inercijos momentas liktų nepakitęs.

3.4. IMPULSO MOMENTAS

Panagrinėsime m masės materialiojo taško judėjimą apskritimu (34 pav.), veikiant tam tikrai jėgai $\vec{F}$. Tarkime, per trumpą laiką dt linijinis greitis v pakito dydžiu dv. Tada pagal (3.8) lygtį

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F \sin\alpha}{m}. \tag{3.18}$$

Padauginę abi šios lygybės puses iš r ir ją pertvarkę, gausime

$$d(rmv) = Fr \sin\alpha\, dt; \tag{3.19}$$

čia r ir m – pastovūs dydžiai, todėl $mrdv = d(rmv)$. Dydis $L = rmv$ vadinamas materialiojo taško impulso momentu. Taškui judant apskritimu, $\vec{r}$ ir $\vec{p}$ vektoriai tarpusavyje statmeni. (3.19) lygtį užrašius vektoriniu pavidalu,

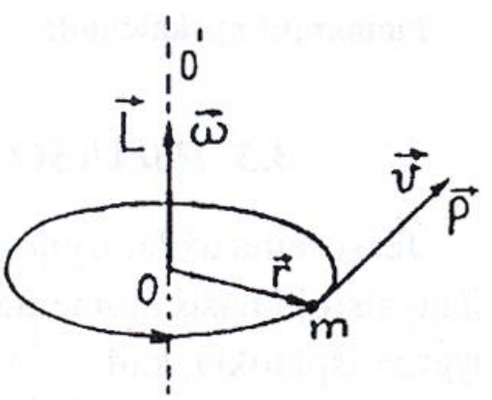
$$d\vec{L} = \vec{M}dt; \tag{3.20}$$

čia

$$\vec{L} = [\vec{r}\vec{p}] \tag{3.21}$$

yra materialiojo taško impulso momento vektorius.

Jo kryptis sutampa su kampinio greičio vektoriaus kryptimi (35 pav.). (3.21) išraiška galioja ir tais atvejais, kai taško trajektorija nėra apskritimas, pavyzdžiui, elipsė.



35 pav. **Materialiojo taško impulso momentas**

Norint apskaičiuoti kūno impulso momentą, reikia jį geometriškai padalyti į mažus Δm masės elementus, kuriuos galima būtų laikyti materialiaisiais taškais (36 pav.). Esančio r atstumu nuo sukimosi ašies masės elemento impulso momentas $dL = rvdm$ arba

$$d\vec{L} = \vec{\omega}r^2 dm. \tag{3.22}$$

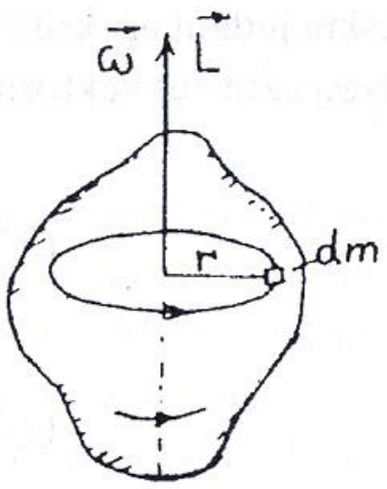
Visi masės elementai sukasi tuo pačiu kampiniu greičiu $\vec{\omega}$, todėl kūno impulso momentas $\vec{L}$ lygus visų $d\vec{L}$ sumai. Jį rasime integruodami (3.22) lygtį pagal kūno tūrį V:

$$\vec{L} = \vec{\omega} \int_V r^2 dm \cdot \tag{3.23}$$

Šios lygties integralas išreiškia kūno inercijos momentą I (3.15), todėl

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \cdot \tag{3.24}$$

Atlikę abiejų (3.24) lygties pusių diferencijavimą pagal laiką, gausime



36 pav. **Kūno dalijimas į materialiuosius taškus impulso momentui apskaičiuoti**

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\beta} I \, . \tag{3.25}$$

Pagal (3.20) dešinioji šios lygties pusė išreiškia jėgos momentą, todėl

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \, . \tag{3.26}$$

Tai pagrindinio sukamojo judėjimo dinamikos dėsnio išraiška. Jos forma analogiška slenkamojo judėjimo dinamikos dėsnio išraikškai (2.12).

3.5. IMPULSO MOMENTO TVERMĖS DĖSNIS

Jei sistema uždara, joje pasireiškia tik vidinių jėgų momentai. Išorinių jėgų atstojamasis momentas turi būti lygus nuliui. Tokiu atveju iš (3.26) lygties išplaukia, kad

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \, . \tag{3.27}$$

Uždaros sistemos impulso momentas L nuo laiko nepriklauso. Jei sistema sudaryta iš kelių sąveikaujančių kūnų, tai jų impulsų momentų L_i vektorinė suma nekinta:

$$\sum \vec{L}_i = const \, . \tag{3.28}$$

(3.27) ir (3.28) lygtys išreiškia impulso momento tvermės dėsnį atitinkamai diferencialiniu ir integraliniu pavidalais. Veikiant tik vidinėms jėgoms, sistemos impulso momentas nekinta.

3.6. HEIGENSO IR ŠTEINERIO TEOREMA

Išnagrinėsime, kaip pakinta kūno inercijos momentas, lygiagrečiai perkėlus jo sukimosi ašį. Tarkime, kūnas P sukasi apie ašį, statmeną brėžinio plokštumai, einančią per tašką 0 (37 pav.). Taškas C yra kūno masės centras. Bet kurio kūno taško radiuso vektoriaus $\vec{r}$ modulį galima išreikšti suma: $r^2 = r_c^2 + l^2 + 2(\vec{r}_c\vec{l})$; čia $\vec{r}_c$ – masės centro radiusas vektorius:

$$\vec{r}_c = \vec{l} - \vec{r} \cdot$$

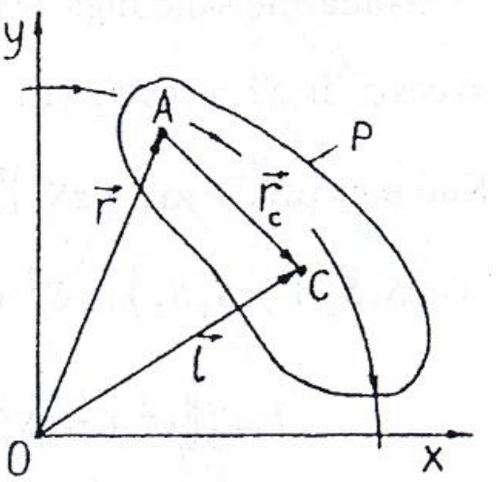
Įrašius r^2 išraišką į (3.15), kūno inercijos momentas

$$I = \int_V r_c^2 \rho dV + l^2 \int_V \rho dV + 2l \int_V r_{cl} \rho dV \; ; \; . \qquad (3.29)$$

čia $r_{cl} = r_c \cos(\vec{r}_c\vec{l})$ yra $\vec{r}_c$ vektoriaus projekcija į $\vec{l}$ kryptį. Kadangi taškas C yra masės centras, trečiasis integralas lygus nuliui. Jo teigiamų ir neigiamų $r_{cl}\rho dV$ verčių sumos yra vienodos. Antrasis integralas išreiškia kūno masę, todėl

$$I = I_0 + ml^2 \; ; \qquad (3.30)$$

čia $I_0 = \int_V r_c^2 \rho dV$ – kūno inercijos momentas per jo masės centrą einančios ašies atžvilgiu. Ši lygybė išreiškia Heigenso ir Šteinerio teoremą. **Inercijos momentas atžvilgiu ašies, neinančios per kūno masės centrą, lygus sumai inercijos momento atžvilgiu jai lygiagrečios ašies, einančios per masės centrą, ir kūno masės sandaugos iš atstumo tarp abiejų ašių kvadrato.**



37 pav. **Heigenso ir Šteinerio teoremos įrodymo schema**

3.7. INERCIJOS MOMENTO PRIKLAUSOMYBĖ NUO SUKIMOSI AŠIES KRYPTIES

Heigenso ir Šteinerio teorema apibūdina kūno inercijos momento priklausomybę nuo sukimosi ašies atstumo iki masės centro. Išnagrinėsime inercijos momento priklausomybę nuo sukimosi ašies krypties. Tarkime, kūnas sukasi apie ašį $00'$, einančią per jo masės centrą O (38 pav.). Apskaičiuokime inercijos momentą šios ašies atžvilgiu koordinačių sistemoje (x, y, z), kurios pradžia yra taške O. Masės elemento dm, kurio padėtį nusako radiusas vektorius $\vec{r}$, inercijos momentas $dI = r_{\perp}^2 dm$. Kadangi $r^2 = r_{\perp}^2 + r_{II}^2$, tai $dI = \left(r^2 - r_{II}^2\right)dm$; čia $dm = \rho dV$, ρ – kūno tankis, dV – masės elemento tūris. Kūno inercijos momentas

$$I = \int_V \left(r^2 - r_{II}^2\right)dm . \tag{3.31}$$

Koordinačių sistemoje $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, o $r_{II} = \left(\vec{r}\vec{S}\right)$; čia $\vec{S}$ – vienetinis vektorius, nukreiptas sukimosi ašies kryptimi. Įrašę tai į (3.31), gausime

$$I = \int_V \left[x^2 + y^2 + z^2 - \left(\vec{r}\vec{S}\right)^2\right]dm . \tag{3.32}$$

Skaliarinė sandauga $\left(\vec{r}\vec{S}\right) = xS_x + yS_y + zS_z$; čia $S_x = \cos\varphi_x$, $S_y = \cos\varphi_y$ ir $S_z = \cos\varphi_z$ yra $\vec{S}$ vektoriaus projekcijos į koordinačių ašis. Kadangi $\left(xS_x + yS_y + zS_z\right)^2 = x^2S_x^2 + y^2S_y^2 + z^2S_z^2 + 2\left(xyS_xS_y + xzS_xS_z + yzS_yS_z\right)$ ir $S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 = 1$, tai

$$I = \int_V \left[\left(y^2 + z^2\right)S_x^2 + \left(x^2 + z^2\right)S_y^2 + \left(x^2 + y^2\right)S_z^2 - 2\left(xyS_xS_y + xzS_xS_z + yzS_yS_z\right)\right]dm . \tag{3.33}$$

Pažymėję

$$I_{xx} = \int_V \left(y^2 + z^2 \right) dm \qquad I_{xy} = \int_V xy dm,$$
$$I_{yy} = \int_V \left(x^2 + z^2 \right) dm \qquad I_{xz} = \int_V xz dm, \tag{3.34}$$
$$I_{zz} = \int_V \left(x^2 + y^2 \right) dm \qquad I_{yz} = \int_V yz dm,$$

(3.33) išraišką užrašome taip:

$$I = I_{xx} S_x^2 + I_{yy} S_y^2 + I_{xz} S_z^2 - 2\left(I_{xy} S_x S_y + I_{xz} S_x S_z + I_{yz} S_y S_z \right). \tag{3.35}$$

Šią išraišką galima užrašyti antrojo rango tenzoriaus pavidalu:

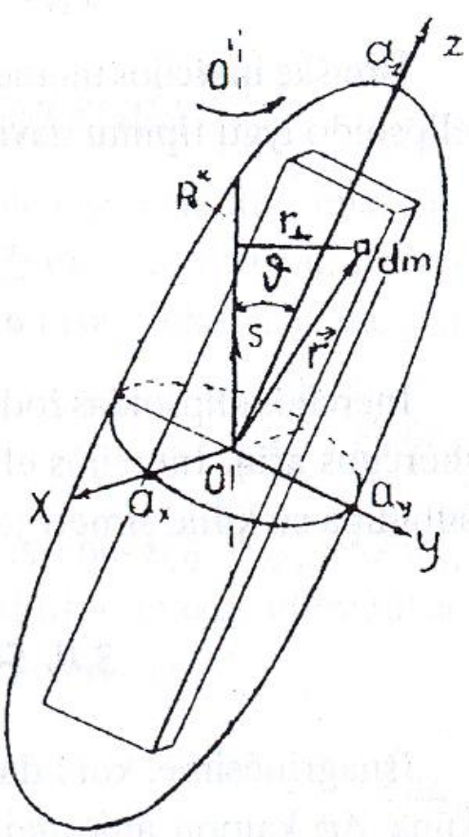
$$\begin{pmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix}; \tag{3.36}$$

čia $I_{xy} = I_{yx}$, $I_{zy} = I_{yz}$ *ir* $I_{zx} = I_{xz}$. Matrica (3.36) vadinama inercijos tenzoriumi. Jo diagonaliniai elementai I_{xx}, I_{yy} ir I_{zz} yra inercijos momentai atitinkamai *x*, *y* ir *z* ašių atžvilgiu. Nediagonaliniai elementai I_{xy}, I_{xz} ir I_{yz} vadinami išcentriniais inercijos momentais. Jų vertės gali būti tiek teigiamos, tiek neigiamos.

Norint patikrinti (3.35) išraišką, reikia išmatuoti inercijos momentus ašių, einančių per kūno masės centrą įvairiomis kryptimis, atžvilgiu.

Kad geometriškai pavaizduotume šią priklausomybę, naudojame vektorių

$$\vec{R}^x = \frac{\vec{S}}{\sqrt{I}}, \tag{3.37}$$



38 pav. **Inercijos elipsoidas koordinačių sistemoje, orientuotoje pagal jo ašis**

kurio absoliutus dydis atvirkščiai proporcingas inercijos spinduliui:

$$R^x \sim \frac{1}{R}.$$

Pasirinktoje koordinačių sistemoje $\vec{R}^x = \vec{x} + \vec{y} + \vec{z}$, todėl pagal (3.37) išraišką $S_x = x\sqrt{I}, S_y = y\sqrt{I}$ ir $\cdot S_z = z\sqrt{I}$. Įrašę šias krypties kosinusų išraiškas į (3.35) lygtį ir padaliję abi jos puses iš I, gausime elipsoido lygtį:

$$I_{xx}x^2 + I_{yy}y^2 + I_{zz}z^2 - 2\left(I_{xy}xy + I_{xz}xz + I_{yz}yz\right) = 1. \qquad (3.38)$$

Toks elipsoidas vadinamas inercijos elipsoidu, o jo pusašės

$$a_x = \frac{1}{\sqrt{I_{xx}}};\ a_y = \frac{1}{\sqrt{I_{yy}}};\ a_z = \frac{1}{\sqrt{I_{zz}}} \qquad (3.39)$$

atitinka centrinių inercijos ašių kryptis. Kai centrinių inercijos ir koordinačių ašių kryptys sutampa, $I_{xy} = 0, I_{yx} = 0$ ir $I_{xz} = 0$. Tokiu atveju

$$I_{xx}x^2 + I_{yy}y^2 + I_{zz}z^2 = 1. \qquad (3.40)$$

Išreiškę inercijos momentus atitinkamomis pusašėmis (3.39), gausime elipsoido lygtį tipiniu pavidalu:

$$\frac{x^2}{a_x^2} + \frac{y^2}{a_y^2} + \frac{z^2}{a_z^2} = 1. \qquad (3.41)$$

Inercijos elipsoidas rodo kūno masės pasiskirstymą išilgai pagrindinių inercijos ašių. Inercijos elipsoido ašys (centrinės inercijos ašys) visada sutampa su kūno simetrijos ašimis.

3.8. SUKIMO JĖGŲ DARBAS

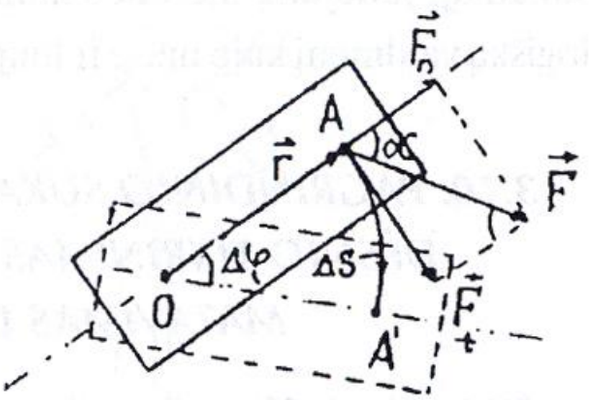
Išnagrinėsime, kokį darbą atlieka jėgų momentas $\vec{M}$, pasukdamas kūną $\Delta\varphi$ kampu apie nejudamą ašį, einančią per tašką O statmenai brėžinio plokštumai (39 pav.). Tarkime, jėgos $\vec{F}$ veikimo taškas A yra r atstumu nuo sukimosi ašies. Darbą atlieka jėgos dedamoji F_t, lygiagreti

su taško A trajektorijos liestine. Kelyje ΔS atliktas darbas $\Delta A = F_t \Delta S$ arba $\Delta A = F\Delta S \sin\alpha$. Kadangi $\Delta S = r\Delta\varphi$, tai $\Delta A = F\Delta\varphi\sin\alpha$; čia $Fr\sin\alpha = M$, todėl

$$\Delta A = M\Delta\varphi. \tag{3.42}$$

Kai jėgos momentas kinta, reikia imti pakankamai mažą kampą $d\varphi$, kad šio kitimo galima būtų nepaisyti. Tada rašome $dA = Md\varphi$. Tokiu atveju, pasukant kūną bet kokiu kampu φ, atliekamas darbas

$$A = \int_0^{\varphi} Md\varphi \cdot \tag{3.43}$$



39 pav. **Sukimosi jėgų darbo apskaičiavimo schema**

Kai jėgos momentas pastovus,

$$A = M\varphi. \tag{3.44}$$

Jėgos momentą išmatavę niutonais, padaugintais iš metro, o kampą – santykiniais vienetais radianais, darbą išreiškiame džauliais.

3.9. SUKIMOSI KINETINĖ ENERGIJA

Apie nejudamą ašį besisukančio materialiojo taško kinetinę energiją rasime pagal (2.47) formulę kaip ir slenkamojo judėjimo atveju. Įrašę į ją linijinio greičio išraišką $v = \omega r$, gausime, kad taško sukimosi energija

$$W_K = \frac{mr^2\omega^2}{2} \cdot \tag{3.45}$$

Norint apskaičiuoti kūno sukimosi kinetinę energiją W_K, reikia jį geometriškai padalyti į materialiuosius taškus – masės elementus $dm = \rho dV$ (36 pav.). Tokio elemento sukimosi energija

$$dW_K = \frac{\rho dV r^2\omega^2}{2} \cdot \tag{3.46}$$

Suintegravę šią išraišką pagal kūno tūrį V ir atsižvelgę į (3.16), parašysime:

$$W_k = \frac{I\omega^2}{2}. \qquad (3.47)$$

Palyginę šią formulę su (2.10), dar kartą įsitikinsime, kad aprašant sukamąjį judėjimą inercijos momentas ir kampinis greitis atlieka analogišką vaidmenį kaip masė ir linijinis greitis slenkamojo judėjimo atveju.

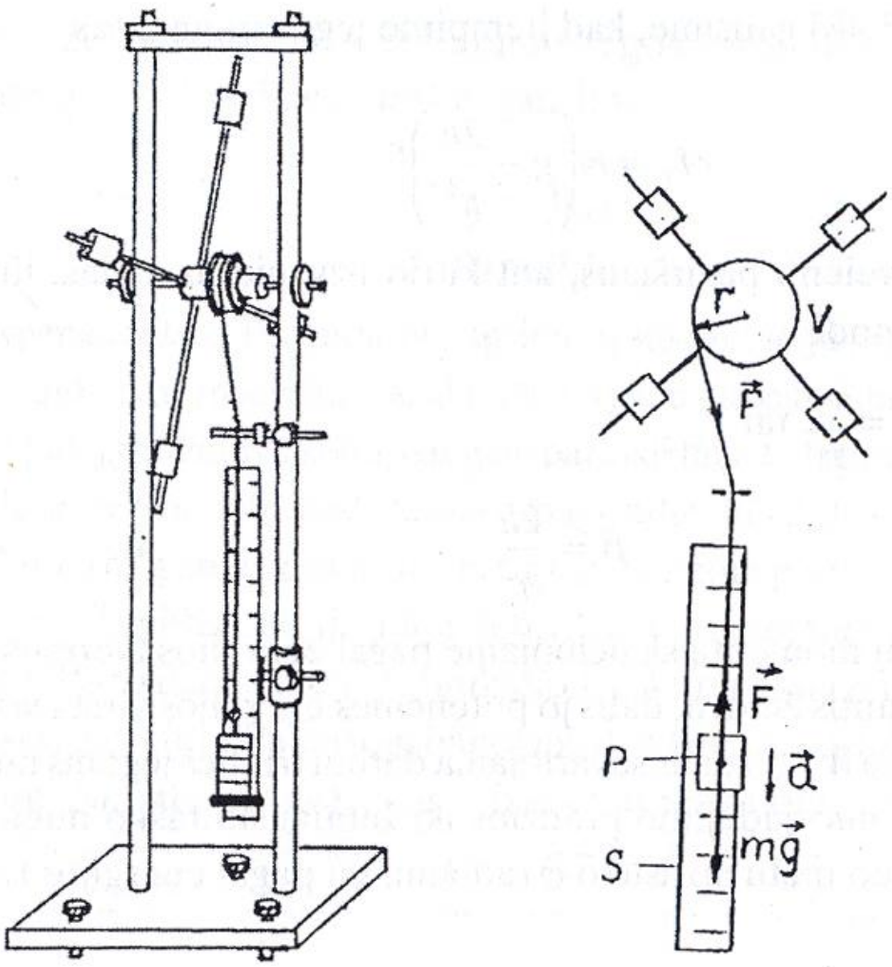
3.10. PAGRINDINIO SUKAMOJO JUDĖJIMO DINAMIKOS DĖSNIO TIKRINIMAS IR INERCIJOS MOMENTO MATAVIMAS DINAMINIU BŪDU

Užduotis. 1. Ištirti kampinio pagreičio priklausomybę nuo įtempimo jėgos momento. 2. Išmatuoti inercijos momentą dinaminiu būdu.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Kampinis greitis ir pagreitis, jų ryšys su linijiniu greičiu ir pagreičiu. 2. Jėgos momentas. 3. Pagrindinis sukamojo judėjimo dėsnis. 4. Fizikinė inercijos momento prasmė. 5. Heigenso ir Šteinerio teorema.

Matavimų metodika ir aparatūra. Tyrimai atliekami Oberbeko svyruokle (40 pav.). Jos velenas V su kryžmai į jį įmontuotais stiebeliais gali suktis apie gulsčią ašį. Ant stiebelių užmauti taisyklingi vienodi krovinėliai. Jų atstumą iki veleno galima keisti. Sistemą veikiančiam jėgos momentui sudaryti ant veleno užvyniojamas siūlas su pakabinamu pasvaru P. Pasvarui leidžiantis žemyn, sistemos kinetinė energija didėja. Kai pasvaras yra žemiausioje padėtyje, ji pasiekia maksimumą. Sistemai toliau sukantis iš inercijos, pasvaras kyla į viršų. Jo padėtis atskaitoma skalėje S. Horizontaliems pasvaro svyravimams išvengti siūlas įdedamas į fluoroplastinės plokštelės įpjovą.

Tikrinant pagrindinį sukamojo judėjimo dinamikos dėsnį, būtina įrodyti, kad, pakitus sistemą veikiančių jėgų momentui, proporcingai pakis ir jos kampinis pagreitis. Jėgos momentą galima keisti keičiant pasvaro masę. Sistemą stabdo tam tikras trinties jėgų momentas M_T. Kai m masės pasvaras juda žemyn pagreičiu a, jį veikia siūlo įtempimo jėga $\vec{F}$ ir sunkio jėga $m\vec{g}$.



40 pav. **Sukamoji Oberbeko svyruoklė ir jos principinė schema**

Pagal antrąjį Niutono dėsnį, $mg - F = ma$ arba $F = m(g - a)$. Ši jėga, veikdama veleną, sudaro sukamąjį momentą

$$M_r = m(g - a)r. \tag{3.48}$$

Atstojamasis sistemą veikiančių jėgų momentas

$$M = m(g - a)r - M_T\,. \tag{3.49}$$

Pagal pagrindinį sukamojo judėjimo dinamikos dėsnį, sistemą veikiančių jėgų atstojamasis momentas lygus jos kampinio pagreičio ir inercijos momento sandaugai:

$$M_r - M_T = I\beta\,\cdot \tag{3.50}$$

Jei pasvaras, judėdamas pagreičiu a, per laiką t nuėjo kelią h, tai

$$a = \frac{2h}{t^2}\,\cdot \tag{3.51}$$

Įrašę tai į (3.48) gausime, kad įtempimo jėgos momentas

$$M_r = m\left(g - \frac{2h}{t^2}\right)r. \tag{3.52}$$

Pasvaro ir veleno paviršiaus, ant kurio užvyniotas siūlas, linijiniai greičiai yra vienodi.

Kadangi $\beta = \frac{a}{r}$, tai

$$\beta = \frac{2h}{rt^2}. \tag{3.53}$$

Trinties jėgų momentą skaičiuojame pagal energijos tvermės dėsnį. Pasvarui leidžiantis žemyn, dalis jo potencinės energijos virsta sistemos kinetine energija W_K, o dalis suvartojama darbui trinties jėgoms nugalėti. Jeigu pasvaras nuo judėjimo pradžios iki žemiausio taško nuėjo kelią h_1, o velenas tuo metu apsisuko φ radianų, tai pagal energijos tvermės dėsnį

$$m_1 g h_1 = W_K + M_T\varphi. \tag{3.54}$$

Sistemai toliau besisukant iš inercijos, pasvaras pakils į aukštį $h' < h$, o velenas apsisuks φ' radianų kampu. Kinetinė energija W virs pasvaro potencine energija mgh' ir iš dalies bus suvartota darbui trinties jėgoms nugalėti:

$$W_K = mgh' + M_T\varphi'. \tag{3.55}$$

Kadangi $h = r\varphi$, o $h' = r\varphi'$, tai įrašę (3.55) į (3.54) gausime

$$M_T = \frac{mgr(h - h')}{h + h'}. \tag{3.56}$$

Įrašius (3.51), (3.53) ir (3.56) išraiškas į (3.50), sistemos inercijos momentas

$$I = mr^2\left(\frac{gt^2h'}{h(h + h')} - 1\right). \tag{3.57}$$

Toks inercijos momento radimo būdas vadinamas dinaminiu. Be to, inercijos momentą galima rasti išmatavus dvi kampinio pagreičio vertes

β_1 ir β_2 bei atitinkamus įtempimo jėgos momentus M_{r1} ir M_{r2}. Panaudoję (3.50) priklausomybę, gausime

$$I = \frac{M_{r2} - M_{r1}}{\beta_2 - \beta_1}. \qquad (3.58)$$

Eksperimentas. Tikrindami pagrindinį sukamojo judėjimo dinamikos dėsnį, bandymais įrodysime, kad (3.50) lygybė galioja. Keičiant m vertes, pasvaro judėjimo žemyn kelią patogiau parinkti tą patį. Iš pradžių nustatome tokią liniuotės padėtį, kad pasvaro pagrindas būtų ties nuline padala. Vyniodami siūlą ant r spindulio veleno, pakeliame pasvarą iki pasirinkto aukščio h. Paleidžiame jį judėti žemyn ir išmatuojame nueito kelio h trukmę t. Po to užrašome vertę aukščio h', į kurį pakilo pasvaras sukantis sistemai iš inercijos. Pakartoję bandymą 3–4 kartus, padidiname m vertę uždėdami papildomus svarelius. Matavimų rezultatus rašome į lentelę.

m_i	m	t	h'	M_r	β

Duomenų lentelėje m_i – viršutinio svarelio, padėto ant pakabinamos lentynėlės, masė; m – lentynėlės ir padėtų ant jos svarelių masė. Pastovūs dydžiai rašomi pastabų skiltyje arba virš lentelės, po jos pavadinimo.

Kampinio pagreičio β priklausomybę nuo įtempimo jėgos momento pavaizduojame grafiškai. Sistemos inercijos momentą skaičiuojame pagal (3.57) ir (3.58) formules.

Matavimo paklaidų skaičiavimas. Šiame darbe jėgos momento ir kampinio pagreičio paklaidą lemia pasvaro P judėjimo žemyn trukmės ir pakilimo aukščio h' atsitiktinės paklaidos. Dydžiai r, m ir h išmatuojami daug tiksliau.

3.11. INERCIJOS ELIPSOIDO TYRIMAS BEI HEIGENSO IR ŠTEINERIO TEOREMOS TIKRINIMAS BIFILIARIĄJA SVYRUOKLE

Užduotis. 1. Ištirti kūno inercijos elipsoidą. 2. Patikrinti Heigenso ir Šteinerio teoremą.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Jėgos momentas. 2. Pagrindinis sukamojo judėjimo dėsnis. 3. Inercijos momento fizikinė prasmė. 4. Heigenso ir Šteinerio teorema. 5. Inercijos elipsoidas.

Tyrimo metodika ir aparatūra. Bifiliariąją svyruoklę sudaro pakabintas dviem lygiagrečiais vienodo ilgio siūlais horizontalus strypas H su tiriamo kūno P laikikliu L (41 pav.). Strypui svyruojant maža amplitude apie vertikaliąją ašį, atsilenkimo nuo pusiausvyros padėties kampas α kinta harmoningai. Jo priklausomybę nuo laiko galima aprašyti sinuso arba kosinuso funkcija:

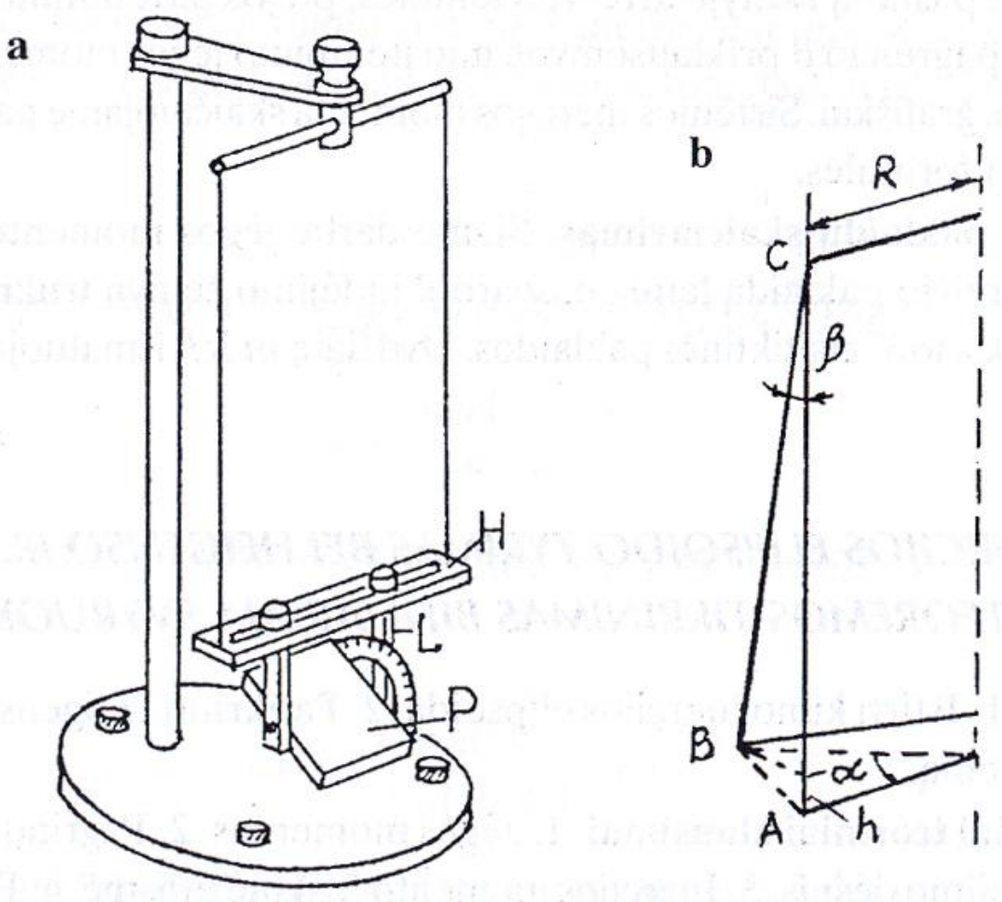
$$\alpha = \alpha_0 \sin 2\pi \frac{t}{T_1}; \tag{3.59}$$

čia T_1 – svyravimo periodas, o α_0 – maksimalus posūkio kampas – svyravimo amplitudė. Išdiferencijavę (3.59) išraišką pagal laiką, rasime kampinį greitį:

$$\omega = \omega_0 \cos 2\pi \frac{t}{T_1}. \tag{3.59 a}$$

Šioje išraiškoje

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_1}\alpha_0 \tag{3.60}$$



41 pav. **Bifiliarioji svyruoklė ir jos principinė schema**

yra maksimalus kampinis greitis. Šiuo greičiu sukasi strypas, pereidamas pusiausvyros padėtį. Strypas sukdamasis kyla į viršų ir pasisukęs kampu α_0 pasiekia didžiausią aukštį h. Tada jo kampinis greitis lygus nuliui, o visa kinetinė energija pavirsta potencine. Pagal energijos tvermės dėsnį,

$$(m+m_0)gh=\frac{1}{2}I_1\omega_0^2. \tag{3.61}$$

Šioje lygtyje m yra bandinio masė, m_0 – strypo su bandinio laikikliu masė, o I_1 – šios sistemos inercijos momentas. Pakabinimo siūlų masės galima nepaisyti.

Rasime h ir α_0 ryšį. Pažymėję siūlo pokrypio vertikalės atžvilgiu kampą β, užrašysime

$$h=l-l\cos\beta; \tag{3.62}$$

čia $l=BC$ – pakabinimo siūlo ilgis.

Kadangi $1-\cos\beta=2\sin^2\frac{\beta}{2}$, tai

$$h=2l\sin^2\frac{\beta}{2}. \tag{3.63}$$

Jei svyravimų amplitudė labai maža $(\alpha_0\le 3^0)$, tai $\sin^2\frac{\beta}{2}\approx$

$\approx\left(\frac{\beta}{2}rad\right)^2$, $AB=\beta l$ ir $AB=\alpha_0 R=\alpha_0\frac{d}{2}$; čia $d=2R$ – atstumas tarp pakabinimo siūlų. Tokiu atveju

$$h=\frac{\alpha_0 d^2}{8l}. \tag{3.64}$$

Įrašę (3.60) ir (3.64) išraiškas į (3.61) lygtį, gausime, kad svyruoklės su bandiniu inercijos momentas

$$I_1=\frac{(m_0+m)gd^2T_1}{16\pi^2 l}. \tag{3.65}$$

Tiriamas kūnas tvirtinamas taip, kad svyravimų ašis eitų per jo masės centrą. Tirti patogiausia stačiakampės plokštelės arba ritinio formos

bandinius. Jei svyruoklės be bandinio svyravimų periodas T_0, tai jos inercijos momentas

$$I_0 = \frac{m_0 g d^2}{16\pi^2 l} T_0^2 . \qquad (3.66)$$

Bandinio inercijos momentas $I = I_1 - I_0$.

Heigenso ir Šteinerio teoremą patogiausia tikrinti dviem vienodais ritinio formos bandiniais. Tarkime, abiejų masė m_p. Pagal Heigenso ir Šteinerio teoremą, bandinių inercijos momentas r atstumu nuo jų masių centrų esančios ašies atžvilgiu bus toks:

$$I_p = I_{op} + m_p r^2 ; \qquad (3.67)$$

čia I_{op} – inercijos momentas atžvilgiu ašies, einančios per bandinių masių centrus lygiagrečiai su pasirinktąja. Inercijos momentų skirtumą $I_p - I_{op}$ rasime išmatavę svyruoklės periodą T_1, kai krovinėliai padėti vienas ant kito ties strypo H viduriu, ir T_2, kai jie perkelti į priešingas puses r atstumu nuo svyravimų ašies. Jeigu pirmuoju atveju svyruoklės inercijos momentas I_1, o antruoju – I_2, tai $I_p - I_{op} = I_2 - I_1 = m_p r^2$. Įrašę į šią lygtį I_1 ir I_2 išraiškas, analogiškas (3.66), gausime

$$\frac{(m_0 + m_p) g d^2}{16\pi^2 l} \left(T_2^2 - T_1^2\right) = m_p r^2 . \qquad (3.68)$$

Eksperimentas. Išmatavę bandinio matmenis, pasirenkame stačiakampę koordinačių sistemą, kurios ašys sutampa su jo simetrijos ašimis. Pavaizdavę tai brėžinyje, apskaičiuojame inercijos momentus koordinačių ašių atžvilgiu. Jeigu bandinys yra stačiakampė plokštė, kurios kraštinės a, b ir c atitinka koordinačių ašis x, y ir z, tai inercijos momentas x ašies atžvilgiu ($a//x$)

$$I_{xx} = \frac{m}{12}\left(b^2 + c^2\right). \qquad (3.69)$$

Analogiškai apskaičiuojame inercijos momentus I_{yy} ir I_{zz}.

Pritvirtinę tiriamą kūną P, matuojame svyravimų periodą T_1. Ištiriame jo priklausomybę nuo kampo γ tarp kūno simetrijos ašies ir jo svyravimų ašies 0 – 90 *deg* ribose. Kampą keičiame kas 10 *deg*. Apskaičiuojame

inercijos momentų I_1 vertes. Išėmę bandinį, išmatuojame svyruoklės svyravimų periodą T_0 ir randame jos inercijos momentą I_0. Matavimai turi būti atliekami esant 2–3 *deg* svyravimų amplitudei. Matavimų rezultatus vaizduojame polinėje koordinačių sistemoje.

Tikrindami Heigenso ir Šteinerio teoremą, bandinį P išimame iš laikiklio. Ties strypo H viduriu sudėję vieną ant kito taisyklingus vienodus krovinėlius, išmatuojame svyruoklės svyravimo periodą T_1. Perkėlę krovinėlius vienodais atstumais r nuo svyravimų ašies, išmatuojame svyravimų periodą T_2. Įrašę į (3.68) lygtį periodų ir kitų dydžių vertes, patikriname Heigenso ir Šteinerio teoremą.

Matavimo paklaidų skaičiavimas. Didžiausią įtaką inercijos momento paklaidai daro svyravimų periodo ir atstumo d paklaidos. Inercijos momento ir (3.68) lygties paklaidų formules užrašome santykiniu pavidalu. Atskirai apskaičiuojame paklaidą $\Delta\left(T_2^2 - T_1^2\right)$.

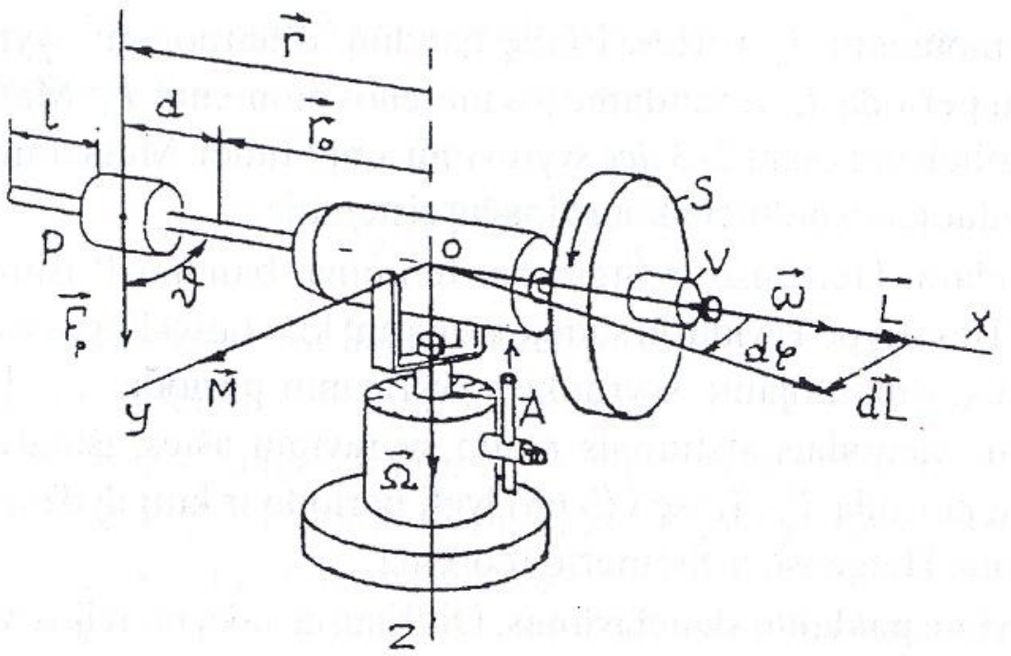
3.12. GIROSKOPO TYRIMAS

Užduotis. 1. Išmatuoti giroskopo inercijos momentą dinaminiu būdu. 2. Ištirti giroskopo precesijos kampinio greičio priklausomybę nuo išorinės jėgos momento ir patikrinti precesijos kampinio greičio formulę.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Kampinis greitis ir pagreitis, jėgos momentas. 2. Pagrindinis sukamojo judėjimo dinamikos dėsnis. 3. Giroskopas, jo precesijos kampinis greitis. 4. Giroskopinės jėgos.

Tyrimo metodika ir aparatūra. Giroskopu vadinams masyvus vienalytis kūnas, basisukantis apie **laisvą ašį**, sutampančią su jo pagrindine **inercijos ašimi**. Pagal impulso momento tvermės dėsnį, besisukančio kūno impulso momentas nekinta, jei jį veikiančių išorinių jėgų momentas lygus nuliui. Taigi, kai nėra išorinių jėgų momento, impulso momento kryptis, o drauge ir giroskopo sukimosi ašis yra pastovios. Laisvosios sukimosi ašies pastovumas yra pagrindinė giroskopo savybė.

Giroskopo tyrimo įrenginio schema vaizduojama 42 pav. Tiriamą giroskopą sudaro elektros variklio rotorius su smagračiu S, pritvirtintu prie jo ašies. Priešingame gale, prie variklio korpuso, išilgai sukimosi ašies x pritvirtintas strypas, ant kurio užmautas ritinio formos pasvaras P. Šio padėtį galima keisti. Variklis įstatytas į kardaninio tipo pakabą; dėl to jis gali suktis apie gulsčiąją atraminę ašį y ir vertikaliąją ašį z.



42 pav. **Giroskopo tyrimo schema**

Pasvaro P padėtį galima parinkti taip, kad giroskopo sukimosi ašis x būtų horizontali. Tada atstojamasis sunkio jėgų momentas y ašies atžvilgiu lygus nuliui. Šiuo atveju pasvaro sunkio centro atstumą iki z ašies pažymėkime r_0.

Tarkime, giroskopo sukimosi kampinis greitis ω, o impulso momentas L. Pastumkime pasvarą į kitą padėtį, kurioje jo sunkio centro atstumas iki vertikaliosios ašies lygus r. Tokiu atveju giroskopą veiks momentas

$$\vec{M} = m[\vec{r} - \vec{r}_0, \vec{g}]; \qquad (3.70)$$

čia m – pasvaro P masė, $\vec{g}$ – laisvojo kritimo pagreitis. Pagal pagrindinį sukamojo judėjimo d inamikos dėsnį (3.26), tai sukels impulso momento $\vec{L}$ kitimą. Per laiką dt impulso momentas pakis dydžiu

$$d\vec{L} = \vec{M}dt\,. \qquad (3.71)$$

Vektorių $d\vec{L}$ ir $\vec{M}$ kryptys vienodos. Kadangi $\vec{M} \perp \vec{L}$, tai kis tik momento kryptis, o absoliutus dydis išliks nepakitęs. Per laiką dt vektorius $\vec{L}$ pasisuks kampu $d\varphi$. Kadangi dL daug mažesnis už L, tai jį galima laikyti centrinio kampo lanku ir užrašyti

$$dL = L\,d\varphi. \qquad (3.72)$$

Matome, kad giroskopo sukimosi ašis x suksis apie vertikalią ašį z tam tikru kampiniu greičiu $\Omega = \dfrac{d\varphi}{dt}$. Šis sukimasis vadinamas precesija. Iš (3.71) ir (3.72) lygčių gausime

$$\Omega = \frac{M}{L}. \tag{3.73}$$

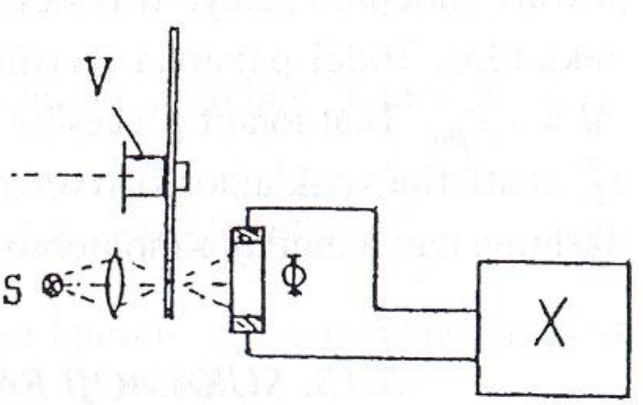
Nagrinėjamu atveju kampas tarp $\vec{r} - \vec{r}_0$ ir $\vec{g}$, $v = \pi/2$, todėl $M = mg(r - r_0) = mgd$. Giroskopo impulso momentas $L = I\omega$. Taigi precesijos kampinis greitis

$$\Omega = \frac{mgd}{I\omega}. \tag{3.74}$$

Jeigu kūno sukimosi ašis tvirtai susieta su kitu kūnu, tai šiam judant kinta ir ašies kryptis. Tada tarp jos ir kūno atsiranda šį judėjimą stabdančios jėgos, vadinamos giroskopinėmis. Šios jėgos paplitusios technikoje ir ypač veikia transporto priemones su greitai besisukančiomis turbinomis. Pavyzdžiui, dėl supimo atsiradusios giroskopinės jėgos pagreitina laivo turbinos ašies guolių susidėvėjimą. Analogiškos problemos kyla ir eksploatuojant lėktuvus. Važinėjant dviračiu, giroskopinės jėgos padeda išlaikyti pusiausvyrą. Giroskopo sukimosi ašies pastovumu pagrįstas girokompaso veikimas.

Eksperimentas. Išmatuojame giroskopo inercijos momentą dinaminiu būdu, aprašytu 3.10 poskyryje. Perstūmę pasvarą P prie variklio korpuso, horizontaliai orientuojame giroskopo sukimosi ašį. Šią padėtį fiksuojame specialia atrama A. Siūlą su pakabintu pasvaru pritvirtiname prie velenėlio V ir užvyniojame ant jo. Inercijos momentą apskaičiuojame pagal (3.57) formulę, išmatavę pasvaro judėjimo žemyn trukmę t ir kelią h bei pakilimo aukštį h'.

Sukimosi kampinį greitį ω galima rasti išmatavus apsisukimų dažnį n fotoelektriniu tachometru pagal 43 pav. pavaizduotą schemą. Prie velenėlio V galo pritvirtinamas diskas, turintis arti pakraščio simetriškai išdėstytas kiaurymes. Šviesa iš šaltinio S, pereidama besisukančio disko kiaurymes, patenka į fotodiodą. Jo elektriniai signalai siunčiami į elektroninį apsisukimų dažnio matuoklį X.



43 pav. **Sukimosi dažnio matavimo schema**

Matuojant precesijos kampinį greitį, darbo saugumo tikslu velenėlis V uždengiamas specialiu gaubtuku. Smagratis S visą laiką uždengtas. Atramą A nuleidžiame iki galo žemyn. Jėgos F petį įvertiname išmatavę pasvaro P atstumą l nuo strypo galo, nes $r - r_0 = l_0 - l = d$. Šį atstumą galima išmatuoti daug tiksliau ir lengviau negu atstumą r.

Ištiriame precesijos kampinio greičio priklausomybę nuo jėgos peties ilgio. Išmatavę precesijos laiką t_Ω ir jį atitinkančių apsisukimų skaičių n, randame precesijos kampinį greitį:

$$\Omega = \frac{2\pi n}{t}. \tag{3.75}$$

Matuojant precesijos trukmę t, būtina išvengti svyravimų apie y ašį (nutacijos). Tuo tikslu strypą palengva stumiame precesinio sukimosi kryptimi ir pamažu paleidžiame. Jei precesija gana lėta, imame tik dalį apsisukimo, pavyzdžiui, $n = 0{,}5$. Kai precesinio posūkio kampas φ matuojamas laipsniais, precesijos kampinis greitis

$$\Omega = \frac{\pi\varphi}{180 t_\Omega}. \tag{3.76}$$

Paskui apskaičiuojame precesijos kampinio greičio vertę Ω' pagal (3.74) formulę. Matavimų bei skaičiavimų rezultatus surašome į lentelę, o priklausomybę $\Omega = f(d)$ pavaizduojame grafiškai.

l	d	n	t_Ω	Ω	Ω'

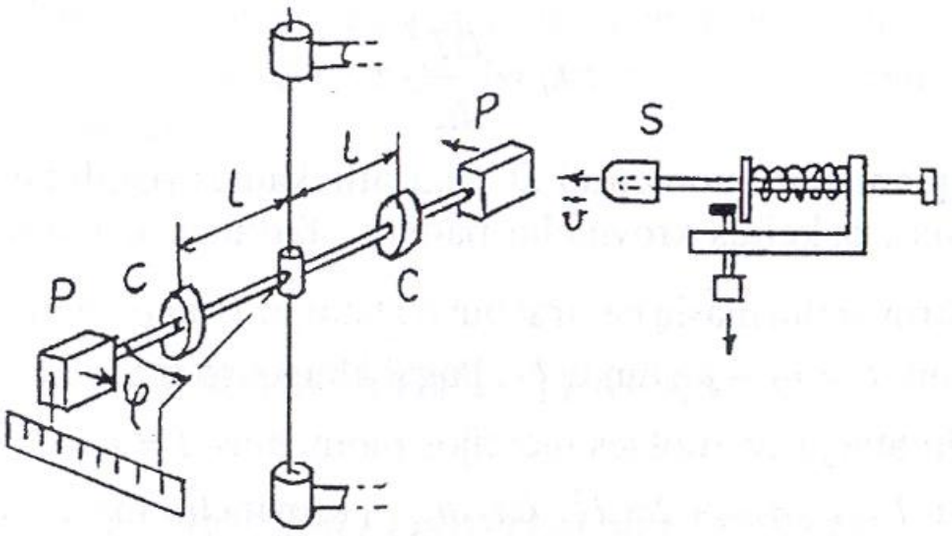
Paklaidų skaičiavimo ypatumai. Indercijos momento paklaidą lemia pasvaro judėjimo žemyn trukmės ir jo pakilimo aukščio h' atsitiktinės paklaidos. Todėl pakanka įvertinti tik vidutinę atsitiktinę paklaidą $\Delta\bar{I} = S_n t_{pn}$. Matuojant precesijos kampinį greitį, dominuoja trukmės t_Ω atsitiktinės paklaidos, o jo verčių, apskaičiuotų pagal (3.74) formulę, tikslumą lemia inercijos momento paklaida.

3.13. SUKAMOJI BALISTINĖ SVYRUOKLĖ

Užduotis. 1. Išmatuoti horizontaliai mesto kūno greitį. 2. Apskaičiuoti plastinės deformacijos darbą.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Impulso, impulso momento ir energijos tvermės dėsniai. 2. Tamprusis ir plastiškasis smūgiai. 3. Tamprumo jėgų darbas. 4. Plastinės deformacijos darbas.

Matavimo metodika ir aparatūra. Matavimo įrenginį sudaro sukamoji svyruoklė ir sviedinuko (S) paleidimo prietaisas (44 pav.). Prie vertikaliai įtemptos vielos ties viduriu pritvirtintas apvalus gulsčias strypelis. Ant jo užmauti du vienodi ritinio formos pasvarėliai, o prie galų pritvirtintos vienodos plokštelės (P). Viena jų pusė padengta plastilinu. Išmestas spyruokliniu prietaisu, sviedinukas pataiko į plokštelę ir prilimpa. Jeigu m masės sviedinukas lekia greičiu v, tai, jam smogus į plokštelę atstumu r nuo vielos vidurio, sukuriamas impulso momentas mvr.



44 pav. **Sukamosios balistinės svyruoklės schema**

Per smūgio trukmę svyruoklė praktiškai lieka pusiausvyros padėtyje, todėl sistemą sviedinukas – svyruoklė galima laikyti uždara. Tokiu atveju jos impulso momentai smūgio pradžioje ir jam pasibaigus yra vienodi:

$$mvr = I_1\omega_1; \tag{3.77}$$

čia I_1 – svyruoklės su prilipusiu sviedinuku inercijos momentas, ω_1 – jos kampinis greitis tuoj po smūgio.

Tuoj po smūgio svyruoklės kinetinė energija $W_K = \frac{I\omega_1^2}{2}$. Jai nukrypus nuo pusiausvyros maksimaliu kampu φ_1, potencinė energija $W_p = \frac{D\varphi_1^2}{2}$. Kadangi sistemą galima laikyti uždara, tai $W_K = W_P$:

$$I_1\omega_1^2 = D\varphi_1^2 \cdot \tag{3.78}$$

Taigi kampinis greitis tuoj po smūgio

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{D}{I_1}}\varphi_1 . \tag{3.79}$$

Iš (3.78) ir (3.77) lygčių gausime, kad

$$v = \frac{\sqrt{l_1 D}}{mr}\varphi_1 . \tag{3.80}$$

Svyruoklės inercijos momentą I_1 ir jos svyravimų periodą T_1 sieja ryšys (6.41), todėl

$$I_1 = \frac{DT_1^2}{4\pi^2} . \tag{3.81}$$

Kreipiamajam momentui D rasti atliekamas papildomas periodo matavimas, pakeitus krovinėlių padėtis. Tarkime, matuojant periodą $T = T_1$, krovinėlių masių centrai buvo atstumu l_1 nuo svyravimų ašies, o matuojant $T = T_2$ – atstumu l_2. Pagal Heigenso ir Šteinerio teoremą, pirmuoju atveju svyruoklės inercijos momentas $I = I_1 = I_0 + 2m_c l_1^2$, o antruoju $I = I_2 = I_0 + 2m_c l_2^2$; čia m_c – krovinėlio masė. Įrašę šias išraiškas į (3.81), gausime:

$$I_0 + 2m_c l_1^2 = \frac{D}{4\pi^2} T_1^2 , \tag{3.82a}$$

$$I_0 + 2m_c l_2^2 = \frac{D}{4\pi^2} T_2^2 . \tag{3.82b}$$

Atėmę (3.82a) lygtį iš (3.82b), išreikšime kreipiamąjį momentą:

$$D = \frac{8\pi^2 m_c \left(l_2^2 - l_1^2\right)}{T_2^2 - T_1^2} . \tag{3.83}$$

Įrašę į (3.80) lygtį (3.81) ir (3.83) išraiškas, gausime, kad sviedinuko greitis

$$v = \frac{4\pi m_c \left(l_2^2 - l_1^2\right) T_1 \varphi_1}{mr\left(T_2^2 - T_1^2\right)} . \tag{3.84}$$

Plastinės deformacijos darbas lygus sviedinuko ir svyruoklės kinetinių energijų skirtumui:

$$A = \frac{1}{2}\left(mv^2 - D\varphi_1^2\right). \tag{3.85}$$

Pažymime, kad (3.84) ir (3.85) formulėse kampas išreikštas radianais.

Eksperimentas. Nustatę svyruoklės padėtį ties nuline kampo atskaitos padala, paleidžiame sviedinuką ir atskaitome jos maksimalaus nuokrypio kampą φ_1. Po to išmatuojame jos svyravimo periodą T_1. Paslinkę krovinėlius vienodais atstumais toliau nuo svyravimų ašies, išmatuojame periodą T_2. Apskaičiavę sviedinuko greitį ir plastinės deformacijos darbą, bandymą kartojame. Kadangi mases m ir m_c galima išmatuoti daug tiksliau negu kitus dydžius, todėl, įvertinant matavimų tikslumą, jų paklaidų galima nepaisyti.

4. VISUOTINĖ TRAUKA

4.1. NIUTONO GRAVITACIJOS DĖSNIS

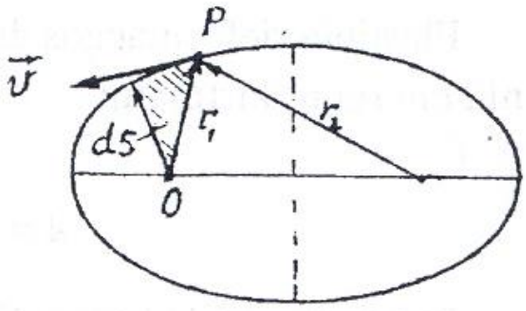
Visi kūnai veikia vienas kitą visuotinės traukos (gravitacijos) jėgomis. Šias jėgas apibūdina visuotinės traukos dėsnis, kurį 1683 m. atrado anglų fizikas I. Niutonas, išanalizavęs planetų judėjimo Keplerio dėsnius. Šis dėsnis formuluojamas taip: du kūnai, kuriuos galima laikyti materialiaisiais taškais, veikia vienas kitą jėga, proporcinga jų masių sandaugai ir atvirkščiai proporcinga atstumo tarp jų kvadratui. Kūnų mases pažymėję m_1 ir m_2, o atstumą tarp jų r, užrašysime

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}; \tag{4.1}$$

čia proporcingumo koeficientas $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{m^3}{kg \cdot s^2}$ vadinamas gravitacine konstanta.

Išnagrinėsime visuotinės traukos ir Keplerio dėsnių ryšį. Keplerio dėsniai teigia: 1) planetos juda elipsėmis, kurių viename židinyje yra

Saulė; 2) planetų judėjimo sektoriniai greičiai nekinta; 3) planetų apsisukimų periodų kvadratai proporcingi elipsių didžiųjų pusašių kubams.



45 pav. **Planetos judėjimas elipse**

Elipse vadinama geometrinė vieta taškų, kurių nuotolių nuo dviejų duotų taškų, vadinamų židiniais, suma yra pastovi (45 pav., $r_1 + r_2 = const.$). Planetos sektoriniu greičiu apibūdinama, kokį plotą nubrėžia jos radiusas vektorius per vienetinį laiko intervalą. Jeigu per laiką dt radiusas vektorius nubrėžia plotą dS, tai sektorinis greitis

$$u_S = \frac{dS}{dt}. \qquad (4.2)$$

Sektorinio greičio pastovumą lemia impulso momento tvermės dėsnis. Impulso momentas $m[\vec{r}\vec{v}] = const$, todėl ir $\frac{dS}{dt} = \frac{1}{2}|[\vec{r}\vec{v}]| = const$.

Panagrinėkime atvejį, kai dvi planetos juda apskritiminėmis orbitomis, kurių spinduliai r_1 ir r_2, o apsisukimo periodai – atitinkamai T_1 ir T_2. Reikia pažymėti, kad planetų orbitos iš tikrųjų mažai tesiskiria nuo apskritiminių. Jei planetų linijiniai greičiai v_1 ir v_2, tai įcentrinių pagreičių santykis $\frac{a_1}{a_2} = \frac{v_1^2 r_2}{v_2^2 r_1}$. Kadangi $v_1 = \frac{2\pi r_1}{T_1}$ ir $v_2 = \frac{2\pi r_2}{T_2}$, tai $\frac{a_1}{a_2} = \frac{T_2^2 r_1}{T_1^2 r_2}$. Pagal Keplerio dėsnį, $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$, todėl $\frac{a_1}{a_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$. Įcentriniai planetų pagreičiai atvirkščiai proporcingi atstumo iki sukimosi centro (Saulės) kvadratui. Jėga, suteikianti šį pagreitį, proporcinga planetos ir Saulės masių sandaugai. Tuo galima įsitikinti lyginant skirtingų masių planetų įcentrinius pagreičius. Proporcingumo koeficientas γ nepriklauso nuo sąveikaujančių kūnų masių ir atstumo tarp jų.

Dangaus kūnų judėjimo tyrimai rodo, kad visuotinės traukos jėgos pasireiškia visose iki šiol žinomose galaktikose ir jų sistemose. Jei planetų neveiktų tarpusavio traukos jėgos, jos judėtų tiesiomis linijomis. Esant gravitacijai, judėjimas vyksta su įcentriniu pagreičiu. Pavyzdžiui,

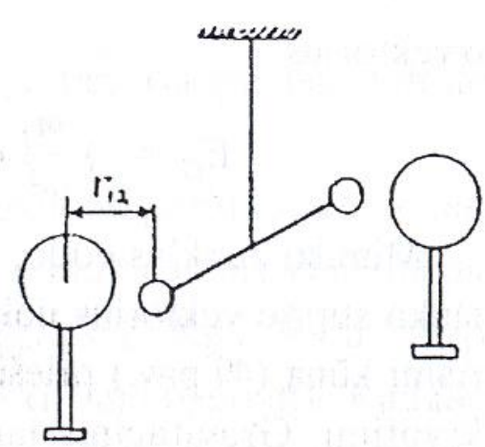
Mėnulį veikia Žemės traukos jėga, suteikdama jam pagreitį, nukreiptą į jos masės centrą. Šios jėgos veikiamas Mėnulis per sekundę pajudėtų 1,36 mm Žemės kryptimi, tačiau tiek pat jis nutoltų nuo jos, judėdamas tiesiaeigiškai turimu linijiniu greičiu. Kitaip tariant, gravitacinės jėga lygi išcentrinei inercijos jėgai: $G\frac{M_{\check{Z}}m}{r^2}=\frac{mv^2}{r}$; čia: $M_{\check{Z}}$ – Žemės masė, m – Mėnulio masė, r – atstumas tarp Žemės ir Mėnulio centrų. Taigi Mėnulio linijinis greitis

$$v=\left(G\frac{M_{\check{Z}}}{r}\right)^{\frac{1}{2}}. \qquad (4.3)$$

Bet kuris kūnas judės nenukrisdamas arti Žemės paviršiaus, jei horizontalia kryptimi suteiksime jam greitį, ne mažesnį kaip $\left(G\frac{M_{\check{Z}}}{R_{\check{Z}}}\right)^{\frac{1}{2}}$; čia $R_{\check{Z}}$ – Žemės spindulys. Šis greitis vadinamas pirmuoju kosminiu greičiu ir lygus maždaug 8 km/s. Kad kūnas nugalėtų Žemės trauką ir imtų judėti tarpplanetinėje erdvėje aplink Saulę, jam reikėtų suteikti antrąjį kosminį, maždaug 11,2 km/s greitį.

4.2. KAVENDIŠO EKSPERIMENTAS

Laboratorinėmis sąlygomis gravitacinę sąveiką ištyrė H. Kavendišas. Šiam tikslui skirto prietaiso sistema vaizduojama 46 pav. Tampria plona viela prikabinta lengva svirtis, prie kurios galų pritvirtinti švininiai rutuliukai. Šių rutuliukų sąveikos jėga su šalia jų esančiais dideliais rutuliais randama pagal siūlo užsukimo kampą. Matematiškai nesunku įrodyti, kad galiojant gravitacijos dėsniui (4.1) rutulių sąveikos jėga bus tokia pati kaip ir tokių pačių masių taškinių kūnų, esančių jų centruose.



46 pav. **Kavendišo eksperimento schema**

Gravitacinės jėgos yra labai silpnos, todėl jas matuoti reikia itin kruopščiai. Kavendišo eksperimentas svarbus tuo, kad pirmą kartą didelių tikslumu buvo išmatuota gravitacinė konstanta. Ją žinant nesunku rasti Žemės masę. Pavyzdžiui, m=1 kg masės kūną veikia F=9,81N sunkio jėga, Žemės spindulys $R_{\check{Z}}$=6370 km. Įrašę šias reikšmes į gravitacijos dėsnio išraišką, gausime, kad Žemės masė $M_{\check{Z}} = \frac{FR_{\check{Z}}^2}{Gm} = 5{,}97 \cdot 10^{24}\,kg$.

4.3. GRAVITACINIS LAUKAS

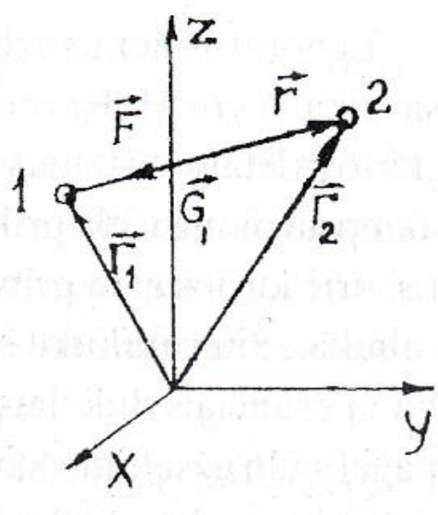
Nagrinėjant bet kokią sąveiką, neišvengiamai kyla klausimas, kaip ji perduodama ir kokiu greičiu. Į tai atsako Einšteino bendroji reliatyvumo teorija. Bandymais įrodyta, kad signalas gali būti perduotas greičiu, ne didesniu už šviesos greitį vakuume. Tai vienas iš pagrindinių šios teorijos principų. Kintant atstumui tarp sąveikaujančių kūnų, sąveikos jėga kis šiek tiek vėluodama. Tai rodo, kad gravitacinė sąveika vyksta ne tiesiogiai, o per ypatingos egzistavimo formos materiją – gravitacinį lauką. Šį lauką aplink save sukuria kiekvienas kūnas. Kuo didesnė kūno masė, tuo stipresnis jo sukurtas laukas. Gravitacinio lauko stiprį nusako vektorius, kurio absoliutus didumas lygus jėgai, tenkančiai jo veikiamo kūno masės vienetui –

$$\vec{E}_G = \frac{\vec{F}}{m}. \qquad (4.4)$$

Iš Niutono gravitacijos dėsnio išplaukia, kad m_1 masės materialiojo taško gravitacinio lauko, sukurto taške 2, stiprio absoliutus didumas $\vec{E}_G = \frac{F}{m_2} = \gamma\frac{m_1}{r^2}$, o vektorius

$$\vec{E}_G = -\gamma\frac{m_1}{r^3}\vec{r}. \qquad (4.5)$$

Minuso ženklas rodo, kad gravitacinio lauko stiprio vektorius nukreiptas į jį sukuriantį kūną (47 pav.) priešinga $\vec{r}$ vektoriui kryptimi. Gravitacinis laukas gali atlikti darbą, todėl turi tam tikrą potencinę energiją W ir ją atitinkančią masę $\Delta m = \frac{W}{c^2}$. Veikiant



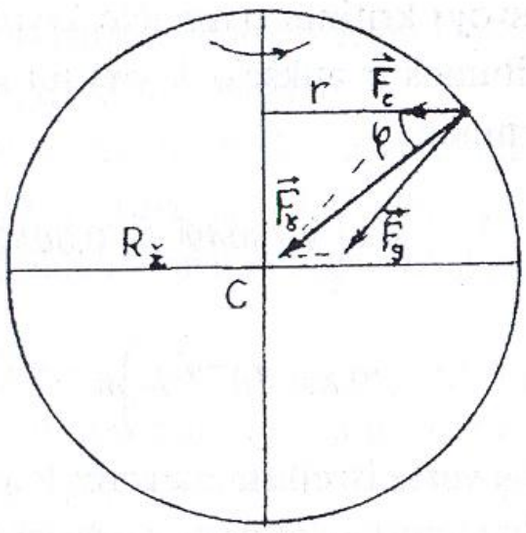
47 pav. **Taške 1 esantis kūnas sukuria gravitacinį lauką taške 2, kurio vektorius $\vec{G}_1$ nukreiptas į 1**

traukos jėgoms, planetos išlaiko formą, atitinkančią mažiausią potencinę energiją. Nesunku įrodyti, kad šią sąlygą tenkina rutulys. Gravitacinio lauko stiprio vektorius nukreiptas į rutulio centrą.

Žemės forma šiek tiek skiriasi nuo rutulio, ji artima sukimosi elipsoidui. Ties pusiauju Žemės spindulys lygus 6378 km, o ties ašigaliais – 6357 km. Šis skirtumas atsiranda dėl Žemės sukimosi.

4.4. SUNKIO JĖGOS PRIKLAUSOMYBĖ NUO GEOGRAFINĖS PADĖTIES

Traukos jėga, kuria Žemė veikia kūnus – sunkio jėga, nepriklauso nuo jų prigimties. Sunkio jėga suteikia kūnams laisvojo kritimo pagreitį. Bandymais įrodyta, kad visų kūnų laisvojo kritimo pagreitis yra vienodas. Pirmasis tai pastebėjo Galilėjus 1590 m. Kūnų laisvojo kritimo pagreitis priklauso nuo jų geografinės padėties ir aukščio. Panagrinėkime pagrindines tokios priklausomybės priežastis.



48 pav. **Žemės sukimosi įtaka sunkio jėgai**

Bet kurį m masės kūną, esantį aukštyje h, veikia gravitacijos jėga

$$F_\gamma = G\frac{mM_Ž}{(R_Ž + h)^2}. \qquad (4.6)$$

Vadinasi, kai aukštis tas pats, traukos jėga ties ašigaliu bus didesnė negu ties pusiauju.

Su Žeme susiję kūnai turi jos kampinį sukimosi greitį ω. Dėl to tam tikra gravitacijos jėgos $\vec{F}_\gamma$ komponentė $\vec{F}_c$ suteikia jiems įcentrinį pagreitį (48 pav.). Ji statmena Žemės sukimosi ašiai. Kita $\vec{F}_\gamma$ dalis yra sunkio jėga $\vec{F}_g$, suteikianti kūnams laisvojo kritimo pagreitįg. Kadangi $\vec{F}\gamma = \vec{F}_g + \vec{F}_c$, tai $\vec{F}g = \vec{F}_\gamma + \vec{F}_c$. Visi kūnai, su kuriais susiduriame, Žemės atžvilgiu yra materialieji taškai. Judėjimas veikiant tik sunkio jėgai vadinamas laisvuoju kritimu. Jei kūno masė m, tai pagal antrąjį

Niutono dėsnį, jo sunkio jėga $\vec{F}_g = m\vec{g}$. Jei kūnas yra ant Žemės paviršiaus, tai sunkio jėgą kompensuoja atramos reakcijos jėga.

Sunkio jėgos dydis ir kryptis priklauso nuo geografinės platumos V ir aukščio virš jūros lygio h. Šią priklausomybę lemia Žemės sukimasis apie savo ašį ir jos spindulio mažėjimas einant nuo pusiaujo prie ašigalio. Žemei sukantis kampiniu greičiu ω, įcentrinė jėga $F_c = m\omega^2(R_{\check{Z}} + h)\sin\vartheta$. Platumai kintant nuo 0 iki 90°, kampas tarp sunkio jėgos $\vec{F}_g$ ir gravitacijos jėgos $\vec{F}_\gamma$ didėja nuo nulio ties pusiauju iki maksimalios vertės ties 45° ir toliau mažėja iki nulio ašigalyje. Atitinkamai kinta ir laisvojo kritimo pagreičio kryptis. Jo priklausomybę nuo geografinės paltumos ir aukščio h virš jūros lygio galima aprašyti tokia empirine formule:

$$g = \left(9{,}78049\left(1 + 0{,}005288\sin V - 6\cdot 10^{-6}\sin^2 2V\right) - 30{,}86\cdot 10^{-7} h\right) m\cdot s^{-2}; \qquad (4.7)$$

čia h vertė išreikšta metrais. Pagal šią formulę laisvojo kritimo pagreitį galima apskaičiuoti ne mažesniu kaip 0,1 cm/s^2 tikslumu.

Tam tikrą įtaką, nors ir nedidelę, laisvojo kritimo pagreičiui daro artimesnieji dangaus kūnai. Ypač akivaizdi Mėnulio įtaka. Ji lemia vandenynų potvynius ir atoslūgius, kurie periodiškai kartojasi kas 12 valandų. Žemė ir Mėnulis sukasi vienodais kampiniais greičiais apie bendrą masių centrą, esantį Žemės viduje. Jų sąveikos jėgų veikimo taškai yra jų masių centrai. Vanduo, esantis arčiau Mėnulio, veikiamas stipresnės traukos negu vidutiniškai visa Žemė. Kadangi vanduo takus, jo masės pasislenka Mėnulio link ir atsiranda potvynio banga. Priešingoje Žemės pusėje vandens sluoksnius veikia silpnesnė Mėnulio traukos jėga negu jos masės centre. Dėl to tam tikra vandens masė dėl inercijos nutolsta nuo centro, sudarydama kitą potvynio bangą.

Tarptautinėje vienetų sistemoje (SI) sunkio ir svorio jėgos matuojamos niutonais, tačiau dažnai vartojamas ir techninis vienetas – jėgos kilogramas (kG). Jėga lygi vienam kilogramui (kG), jei ji vieno kilogramo (kg) masės kūnui suteikia $g = 9{,}80665\ m/s^2$ pagreitį. Vadinasi, 1 kG ≈ 9,81 N. Jėga, kuria kūnas veikia atramą, vadinama svorio jėga. Ši

jėga priklauso nuo atramos pagreičio sunkio jėgos veikimo kryptimi. Pavyzdžiui, jei liftas juda a pagreičiu aukštyn, tai jame esantis m masės kūnas veiks atramą jėga $F = m(g + a)$, jei žemyn, $F = m(g - a)$. Kai $a = 0$, svorio jėga lygi sunkio jėgai.

4.5. GRAVITACIJA IR INERTIŠKUMAS

Kaip fizikinis dydis masė įeina į nepriklausančius vienas nuo kito dėsnius: visuotinės traukos ir antrąjį Niutono dėsnį. Vadinasi, vienu atveju ji pasireiškia kaip gravitacinės sąveikos matas, t. y. gravitacinė masė, kitu – kaip inertiškumo matas – inercinė masė. Šiuo požiūriu į minėtus dėsnius įeinančios masės yra skirtingi fizikiniai dydžiai.

Kita vertus, reikia pažymėti, jog gravitacija ir inertiškumas yra neatsiejamos visų kūnų ypatybės. Didėjant kūnų gravitacinei sąveikai, proporcingai didėja ir jų inertiškumas. Šią priklausomybę dideliu tikslumu 1909 m. pirmasis patikrino L. J. Etvešas.

Inercijos ir gravitacijos proporcingumo ryšį dabar galima patikrinti kosminėse laboratorijose. Sunkus kosminis aparatas ir jo viduje esantys kūnai juda orbitoje tais pačiais įcentriniais pagreičiais ir neveikiant pašalinėms jėgoms nekeičia tarpusavio padėties.

Norint išmatuoti kūno masę, būtina ją palyginti su tam tikra etalonine mase. Kūno masę randame sverdami jį svirtinėmis svarstyklėmis, o sunkį – spyruoklinėmis. Svarstyklių svirties padėtis priklauso nuo kūno ir svarelių masių santykio, o spyruoklės įtempimas – tiek nuo kūno masės, tiek nuo laisvojo kritimo pagreičio.

4.6. MEDŽIAGOS TANKIS

Vienodų masių, tačiau skirtingų medžiagų kūnai ir vienodomis sąlygomis paprastai užima skirtingus tūrius. Jei kūnas vienalytis, jo masės ir tūrio santykis

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{4.8}$$

yra būdingas tai medžiagai dydis, parodantis, kokia masė atitinka vienetinį tūrį, ir vadinamas medžiagos tankiu. Jei kūnas nevienalytis, vartojama tankio funkcija $\rho(x, y, z)$, nusakanti jo priklausomybę nuo

koordinačių. Kūno tankis pasirinktame taške (x_1, y_1, z_1) vadinamas lokaliniu tankiu:

$$\rho(x_1, y_1, z_1) = \frac{dm}{dV}. \qquad (4.8\ a)$$

Tankio $\rho(x_1, y_1, z_1)$ skaitinė vertė parodo, kokia masė atitinka vienetinį tūrį šiame kūno taške.

Medžiagos tankis priklauso nuo jos atominės masės ir atomų tarpusavio išsidėstymo. Pavyzdžiui, vandens tankis maždaug 10^3 kartų didesnis už jo garų tankį normaliomis sąlygomis. Ličio (atominė masė 6,94) tankis lygus $0{,}53\ g/cm^3$, o geležies (atominė masė 55,86) – $7{,}86\ g/cm^3$. Žvaigždžių medžiagos tankis gali būti nepalyginti didesnis. Vieno kubinio centimetro baltosios nykštukės masė siekia kelias tonas, o neutroninės žvaigždės – vidutiniškai 240 milijonų tonų.

4.7. SUNKIO JĖGOS SUKELTAS SLĖGIS SKYSČIUOSE IR DUJOSE

Išskirtinė skysčių ir dujų savybė – takumas. Dėl takumo sunkio jėgos veikiamas skystis įgauna formą indo, į kurį jis įpiltas. Skysčio paviršius visada stengiasi užimti padėtį, statmeną jį veikiančios jėgos krypčiai. Rimties būsenoje skysčio ir dujų masė pasiskirsto taip, kad horizontalia kryptimi nebūtų slėgių skirtumo. Vadinasi, gylyje h esančios horizontalios plokštumos kiekvieną plotelį ΔS veiks jėga $F = \rho gh\Delta S$, lygia virš jos esančio skysčio stulpo sunkiui. Šios jėgos slėgis

$$P = \rho gh. \qquad (4.9\ a)$$

Oro tankis aukščiui didėjant nuosekliai mažėja.

Į skystį ar dujas vertikaliai panardinkime l ilgio ir ΔS skerspjūvio ploto stačiakampės formos strypelį. Kadangi slėgis horizontalia kryptimi nekinta, šoninius paviršius veikiančių jėgų atstojamoji lygi nuliui. Pagrindus veikiančios jėgos yra skirtingos. Jei slėgis į viršutinį pagrindą – P_1, tai į apatinį – $P_1 + \rho gl$. Vadinasi, strypelį veiks keliamoji jėga $F = \rho gl\Delta S$, lygi jo išstumto skysčio sunkiui.

Netaisyklingos formos kūną šiuo atveju galima nagrinėti kaip plonų vertikalių strypelių rinkinį. Vadinasi, kūną veiks nepriklausanti nuo jo

formos keliamoji jėga

$$F_A = \rho g V , \qquad (4.9)$$

lygi kūno išstumto skysčio sunkiui ir vadinama Archimedo jėga; čia V – kūno tūris.

4.8. KIETŲJŲ KŪNŲ, SKYSČIŲ IR DUJŲ MASĖS BEI TANKIO RADIMAS SVIRTINĖMIS SVARSTYKLĖMIS

Užduotis. 1. Išmatuoti svarstyklių jautrį. 2. Tiksliai pasverti taisyklingos formos kūną, apskaičiuoti jo tankį. 3. Rasti kietojo kūno ir skysčio tankį hidrostatiniu svėrimo būdu. 4. Išmatuoti oro tankį.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Visuotinės traukos dėsnis. 2. Sunkio jėga, jos priklausomybė nuo geografinės padėties. 3. Inercinė ir gravitacinė masės. 4. Medžiagos tankis. 5. Slėgis skystyje, keliamoji jėga. 6. Svirtinių svarstyklių jautrio formulė, svėrimo taisyklės.

Matavimo metodika ir aparatūra. Eksperimento pagrindą sudaro kūnų svėrimas ore ir skystyje svirtinėmis svarstyklėmis. Sveriama pagal svėrimo taisykles, neviršijant leidžiamos svarstyklių apkrovos, maksimalios sveriamosios masės. Svirties pusiausvyros padėtį atitinkančią skalės padalą apskaičiuojame pagal nuokrypių į kairę ir į dešinę vertes n_1 ir n_2: $n = \frac{1}{2}(n_1 + n_2)$. Jei nulis yra ties skalės viduriu, suma skliaustuose yra algebrinė. Jeigu svyravimai maži ir silpnai gęstantys, galima imti dviejų priešingų nuokrypių aritmetinį vidurkį. Svarstyklių jautrį c_n rasime pagal (1.2) formulę, uždėję ant vienos lėkštelės nedidelį masės svarelį ir išmatavę jo nulemtą nuokrypį.

Sverdami kūną, svarelių masę m_1 stengiamės parinkti taip, kad svarstyklių rodyklė grįžtų į pradinę pusiausvyros padėtį n_0. Jei tą padaryti ne visai pavyksta ir naująją pusiausvyrą atitinka padala n, tai kūno masė

$$m = m_1 + c_m(n - n_0). \qquad (4.10)$$

Kai $n > n_0$, rodyklė pakrypusi į dešinę, $m > m_1$; jei atvirkščiai – $n < n_0$, tai $m < m_1$.

Tiksliai sveriant būtina įvertinti oro keliamųjų jėgų, veikiančių tiek sveriamą kūną, tiek svarelius, įtaką. Pagal Archimedo dėsnį, kūną veikia

keliamoji jėga $F_k = \rho_0 V g$, o svarelius $F_s = \rho_0 V_1 g$; čia V ir V_1 – atitinkamai kūno ir svarelių tūriai, o ρ_0 – oro tankis. Kadangi $V = m/\rho$, tai

$$F_k = \rho_0 \frac{m}{\rho} g . \tag{4.11}$$

Pažymėję svarelių tankį ρ_1, užrašysime $V_1 = m_1/\rho_1$ ir $F_s = \rho_0 \frac{m_1}{\rho_1} g$.

Pusiausvyros padėtyje, kai svarstyklių rodyklė ties nuline padala, jų lėkšteles veikiančių jėgų algebrinės sumos lygios:

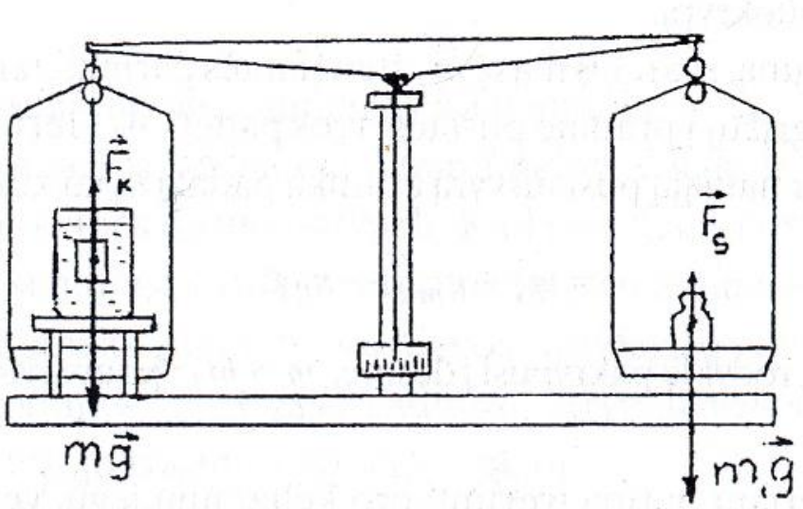
$$mg - m\frac{\rho_0}{\rho} g = m_1 g - m_1 \frac{\rho_0}{\rho_1} g . \tag{4.12}$$

Iš (4.12) lygties gauname, kad sveriamo kūno masė

$$m = m_1 \frac{1 - \rho_0/\rho_1}{1 - \rho_0/\rho} . \tag{4.13}$$

Matome, kad oro įtaka svėrimo rezultatui bus didelė tuo atveju, kai svarelių ir kūno tankiai gana skirtingi. Apskaičiavę kūno tūrį V pagal jo geometrinius matmenis, rasime jo tankį:

$$\rho = \frac{m_1}{V}\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_1}\right) + \rho_0 . \tag{4.14}$$



49 pav. **Tankio radimo hidrostatiniu svėrimo būdu schema**

Bet kokios formos kūno tankį galima rasti pasvėrus jį ore ir po to žinomo tankio skystyje, pavyzdžiui, vandenyje. Tiriamą kūną, pakabintą plona viela virš svarstyklių lėkštelės, pasveriame ore. Šiuo atveju svirties pusiausvyros sąlygą nusako (4.12) lygtis. Po to panardiname kūną į indą su vandeniu (49 pav.). Jį veiks vandens keliamoji jėga $F_V = m\frac{\rho_v}{\rho}g$; čia ρ_v – vandens tankis. Šiuo atveju svarelių masė m_2 bus mažesnė negu m_1. Juos veikia oro keliamoji jėga $F_c = m_2\frac{\rho_0}{\rho_1}g$. Svirtis bus pusiausvyroje, jei

$$mg - m\frac{\rho_v}{\rho}g = m_2 g - m_2\frac{\rho_0}{\rho_1}g. \qquad (4.15)$$

Iš (4.12) ir (4.15) lygčių gausime, kad kūno tankis

$$\rho = \frac{m_1\rho_v - m_2\rho_0}{m_1 - m_2}. \qquad (4.16)$$

Matuodami skysčio tankį hidrostatinio svėrimo metodu, žinomo tankio ρ kūną pasveriame tiriamame skystyje ir vandenyje. Sveriant kūną skystyje, svirties pusiausvyros sąlyga

$$mg - \frac{m}{\rho}\rho_s g = m_3 g - \frac{m_s}{\rho_1}\rho_0 g; \qquad (4.17)$$

čia ρ_s – skysčio tankis, o m_3 – svarelių masė.

Išsprendę (4.15) ir (4.17) lygčių sistemą, gausime, kad tiriamo skysčio tankis

$$\rho_s = \rho - \frac{m_3}{m_2}(\rho - \rho_v). \qquad (4.18)$$

Pažymėtina, kad (4.13), (4.14), (4.16) ir (4.18) formulės atitinka $n = n_0$ atvejį. Kai $n \neq n_0$, šiose formulėse prie svarelių masių m_1, m_2 ir m_3 algebriškai pridedame atitinkamą $c_m(n - n_0)$.

Dujų tankis randamas išmatavus masės pokytį Δm, atsiradusį įleidus jas į išsiurbtą žinomo tūrio V indą:

$$\rho = \frac{\Delta m}{V}. \tag{4.19}$$

Žinant kūno tankį ir molio masę, galima rasti atomų arba molekulių skaičių tūrio vienete. Viename molyje esančių molekulių arba atomų skaičius lygus Avogadro skaičiui N_A. Jei tiriamos medžiagos molio masė μ, tai molekulių skaičius tūrio vienete

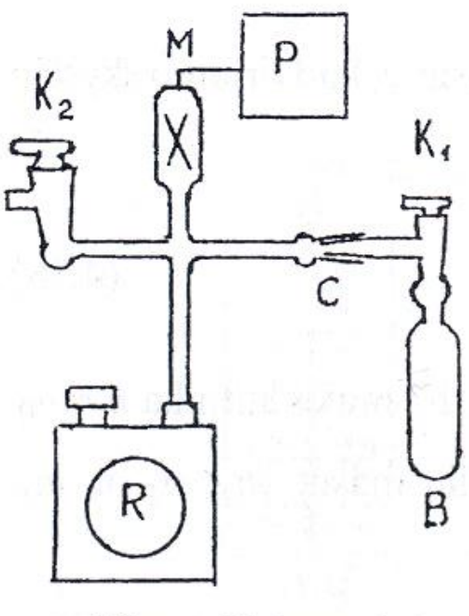
$$n = \frac{d}{\mu} N_A. \tag{4.20}$$

Santykis $\frac{\rho}{\mu}$ nusako molių skaičių, tenkantį tūrio vienetui. Apskaičiuokime vidutinį tarpatominį nuotolį a. Kadangi $a^3 n = 1$, tai

$$a = n^{-\frac{1}{3}}. \tag{4.21}$$

Eksperimentas. Matuojame svarstyklių jautrį ir jų skalės padalos vertę. Pasižymėję skalės padalą n_0, atitinkančią svirties pusiausvyros padėtį, uždedame ant dešinės lėkštelės nedidelį m masės svarelį ir išmatuojame rodyklės nuokrypį $n - n_0$.

Pasvėrę taisyklingos formos kūną, slankmačiu arba mikrometru išmatuojame jo matmenis ir apskaičiuojame tankį. Išmatuojame kelis skirtingų medžiagų bandinius. Tų pačių bandinių tankius randame hidrostatinio svėrimo būdu. Palyginame rezultatus, gautus skirtingais matavimo metodais. Paskui bandinius pasveriame nežinomame skystyje ir apskaičiuojame jo tankį.



50 pav. **Vakuuminė sistema**

Matuojant oro tankį, naudojamas vakuuminis siurblys (R) orui iš žinomo tūrio indelio (B) išsiurbti (50 pav.). Prijungę indelį B šlifine jungtimi C prie sistemos, atsukame čiaupą K_1. Užsukę čiaupą K_2, įjungiame vakuuminį siurblį. Slėgį matuojame vakuumetru P. M – manometrinė lempa. Pasiekę slėgį, mažesnį negu 10 Pa (~0,075 Tor), užsukame čiaupą K_1, išjun-

giame vakuuminį siurblį ir atsukame čiaupą K_2. Po to indelį B atjungiame nuo vakuuminės sistemos ir padedame ant svarstyklių lėkštelės.

Dedame svarelius ant kitos lėkštelės ir parenkame jų masę, atitinkančią svirties pusiausvyros padėtį. Tarkime, ją atitinka skalės padala n_0. Įleidę į indelį orą, dedame papildomus svarelius, grąžinančius svirtį į pusiausvyros padėtį. Jei šią padėtį atitinkanti skalės padala n, o papildomų svarelių masė m_1, tai įleisto į indelį oro masė

$$\Delta m = m_1 + c_m(n - n_0). \tag{4.22}$$

Apskaičiuojame bandinių atomų skaičių tūrio vienete ir vidutinius tarpatominius nuotolius. Palyginame juos su duomenimis, pateiktais literatūroje.

4.9. LAISVOJO KRITIMO PAGREIČIO MATAVIMAS

Užduotis. Išmatuoti laisvojo kritimo pagreitį: 1) tiriant kūno kritimą ore; 2) apverčiamąja svyruokle.

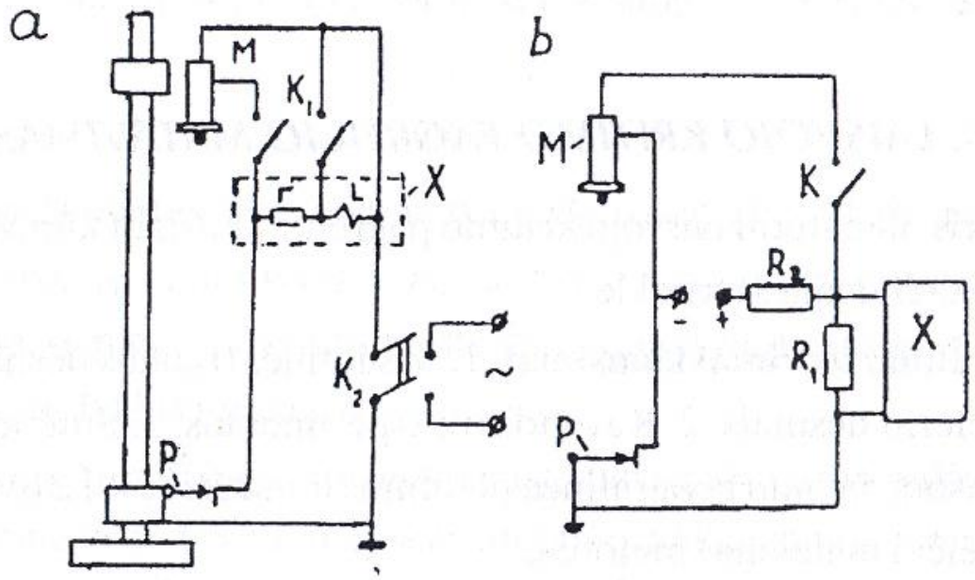
Pagrindiniai teoriniai klausimai: 1. Visuotinės traukos dėsnis, jo ryšys su Keplerio dėsniais. 2. Kavendišo eksperimentas. 3. Sunkio jėga ir jos priklausomybė nuo geografinės platumos ir aukščio. 4. Laisvojo kritimo pagreičio matavimo metodai.

Tyrimo metodika ir aparatūra. Kūnui krintant ore, pasipriešinimo jėga priklauso nuo jo judėjimo greičio. Greičiui didėjant, iš pradžių ji didėja tiesiai proporcingai, o vėliau – proporcingai jo kvadratui. Kritimo pradžioje oro pasipriešinimo jėga yra daug mažesnė už sunkio jėgą, o pagreitis praktiškai lygus laisvojo kritimo pagreičiui. Jį rasime išmatavę kūno kritimo aukštį h ir tam sugaištą laiką t:

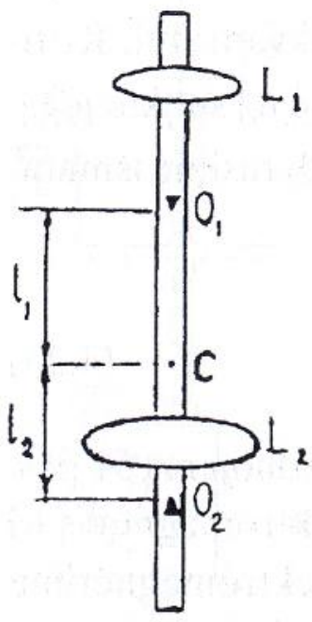
$$g = \frac{2h}{t^2}. \tag{4.23}$$

Tokiems matavimams skirtos aparatūros schema vaizduojama 51 pav. Ją sudaro vertikalus stovas, prie kurio pritvirtintas elektromagnetas M ir plokštelė išjungiklis P. Kritimo laiką matuojame elektromagnetiniu vibraciniu chronometru pagal a schemą arba elektroniniu „Kvarc“ chronometru pagal b schemą. Vibracinio chronometro schemoje a dvigubu

jungikliu K_1 įjungiama elektromagneto maitinimo srovė ir trumpai sujungiama chronometro vibratoriaus ritelė L. Jungikliu K_2 prijungiamas ir atjungiamas schemos matinimo šaltinis. Elektroninio chronometro schemoje *b* rezistorių varžos R_1 ir R_2 parenkamos pagal sąlygą $R_L << R_2 << R_1$; čia R_L – elektromagneto ritelės varža. Kai jungiklis K įjungtas, elektromagneto ritelė lygiagrečiai sujungta su rezistoriumi R_1, todėl jų bendra varža daug mažesnė už R_2 varžą. Tokiu atveju beveik visa šaltinio įtampa kris varžoje R_2. Jungiklį K išjungus, praktiškai visa šaltinio įtampa krinta R_1 varžoje. Tokiu atveju į chronometrą bus siunčiama reikiama įtampa ir jis skaičiuos laiką tol, kol krisdamas rutuliukas pasieks plokštelę P ir išjungs grandinę.



51 pav. **Kūno kritimo ore tyrimo schemos**



52 pav. **Apverčiamoji svyruoklė**

Laisvojo kritimo pagreičio matavimas apverčiamąja svyruokle pagrįstas fizinės svyruoklės periodo priklausomybe nuo sunkio jėgos. Apverčiamąją svyruoklę sudaro metalinis stiebas, ant kurio užmauti du lęšio formos pasvarai L_1 ir L_2 (52 pav.). Prie stiebo pritvirtintos dvi atraminės prizmės; dėl to jį galima pakabinti priešingose padėtyse. Sunkesnis pasvaras L_2 įtvirtintas nejudamai arčiau vidurio. Lengvesnio pasvaro padėtį galima keisti. Tarkime, svyruoklės svyravimų ašis eina per tašką O_1 statmenai brėžinio plokštumai. Inercijos momentą šios ašies atžvilgiu pažymėki-

me I_1, o apvertus ir pakabinus ją taške O_2– I_2. Pagal Heigenso ir Šteinerio teoremą, $I_1 = I_o + ml_1^2$, o $I_2 = I_0 + ml_2^2$; čia I_0 –svyruoklės inercijos momentas atžvilgiu ašies, lygiagrečios su svyravimų ašimi ir einančios per masės centrą C, o l_1 ir l_2 – atitinkamų svyravimų ašių atstumai iki masių centro. Pirmuoju atveju svyruoklės svyravimų periodas

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + ml_1^2}{mgl_1}}, \tag{4.24}$$

o antruoju –

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + ml_2^2}{mgl_2}}. \tag{4.25}$$

Iš (4.24) ir (4.25) lygčių sistemos gausime, kad

$$g = \frac{4\pi^2\left(l_2^2 - l_1^2\right)}{T_2^2 l_2 - T_1^2 l_1}. \tag{4.26}$$

Pasvaro L_2 padėtį galima parinkti taip, kad periodai abiejų svyravimo ašių atžvilgiu būtų vienodi: $T_1 = T_2 = T$. Tokiu atveju vietoj (4.25) užrašysime

$$g = \frac{4\pi^2 l_r}{T^2}; \tag{4.27}$$

čia $l_r = l_1 + l_2$ yra atstumas tarp pakabinimo prizmių – redukuotos šios fizinės svyruoklės ilgis. Šiai pasvaro L_2 padėčiai rasti strypo gale yra skalė. Pasvaro padėties pokytį galima nustatyti 0,1 mm tikslumu.

Eksperimentas. Matuojame kūno kritimo ore trukmę, pasirinkę kritimo aukštį h. Atliekame ne mažiau kaip dešimt matavimų. Apskaičiavę vidutinį kritimo laiką ir tiksliai išmatavę aukštį h, rasime laisvojo kritimo pagreitį. Matavimą pakartojame, trečdaliu sumažinę kritimo aukštį.

Matuodami apverčiamosios svyruoklės svyravimų periodus T_1 ir T_2, atskaitome po šimtą svyravimų (n = 100). Svyravimų amplitudė turi būti maža $(2-3)^0$. Iš pradžių išmatuojame svyravimų periodus, kai pasvaras

yra arti stiebo galo, o paskui – paslinkę jį maždaug 4 cm. Pavaizduojame gautas periodų priklausomybes nuo pasvaro koordinatės x atskaitos skalėje dviejų tiesių pavidalu. Šių tiesių susikirtimo taškas padės apytikriai nustatyti pasvaro koordinatę X_r, atitinkančią svyravimo periodų lygybę. Perkėlę pasvarą į taip surastą padėtį, vėl matuojame svyravimų periodus ir galutinai randame tikslią X_r vertę. Gautas T_1 ir T_2 priklausomybes nuo koordinatės x pavaizduojame grafiškai. Matavimo rezultatus surašome į lentelę.

X, mm	t_1, s	t_2, s	T_1, s	T_2, s

Laisvojo kritimo pagreitį randame pagal (4.27) formulę. Norint jį apskaičiuoti pagal (4.26) formulę, reikia rasti svyruoklės masės centro padėtį, padėjus ją ant specialios prizmės briaunos.

Laisvojo kritimo pagreičio vertes, gautas matuojant skirtingais būdais, palyginame tarpusavyje ir su apskaičiuota pagal (4.7) formulę. Išnagrinėjame oro pasipriešinimo įtaką bandinio kritimui.

5. TAMPRUMAS

5.1. TAMPRIOSIOS DEFORMACIJOS

Jėgų veikiami kūnai keičia savo formą – deformuojasi. Pagal proceso grįžtamumą deformacijos skirstomos į tampriąsias (elastines) ir plastines. Jeigu, nustojus veikti jėgai, kūnas atgauna pradinę formą, deformacija vadinama elastine, o jeigu lieka deformuotas – plastine. Griežtos ribos tarp šių deformacijos rūšių nėra.

Pagal tai, kaip dalelės pasislenka deformacinio trikdymo sklidimo krypties atžvilgiu, deformacijos skirstomos į du tipus: tempimo (gniuždymo) ir šlyties. Kūną gniuždant arba tempiant, dalelės pasislenka deformacijos sklidimo kryptimi, o šlyties atveju – statmenai. Abiejų tipų deformacijos gali vykti tuo pačiu metu.

5.2. TEMPIMO DEFORMACIJA IR HUKO DĖSNIS

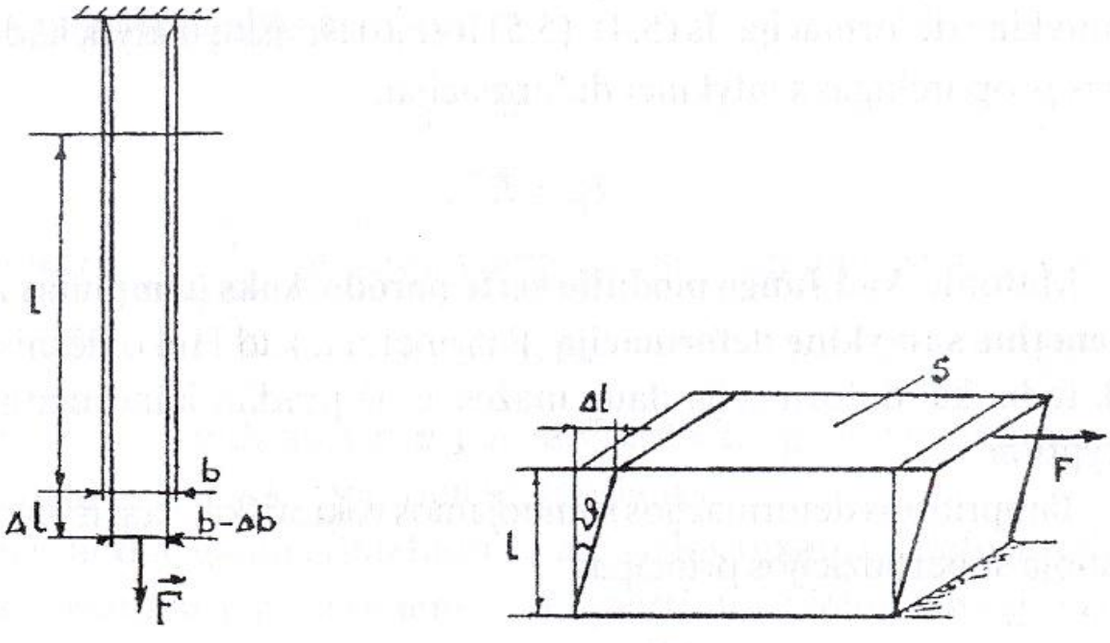
Vienalytį, viename gale įtvirtintą l ilgio strypelį tempkime jėga $\vec{F}$, statmena jo skerspjūvio plotui (53 pav.). Tokio pat dydžio jėga $\vec{F}_n = -\vec{F}$ strypelis priešinasi tempimui. Tai tamprumo jėga, kuri visada priešinga deformacijos krypčiai. Tarkime, strypelis pailgėjo dydžiu $\overrightarrow{\Delta l}$. Pagal Huko dėsnį, kūno tamprioji deformacija proporcinga jį veikiančiai jėgai:

$$\overrightarrow{\Delta l} = c\vec{F} . \qquad (5.1)$$

Proporcingumo koeficientas c vadinamas tamprumo (elastingumo) koeficientu. Tamprumo jėga proporcinga deformacijai ir priešinga jos krypčiai

$$\vec{F}_n = -k\overrightarrow{\Delta l} . \qquad (5.2)$$

Koeficientas k vadinamas standumu. Jis priklauso nuo kūno formos ir medžiagos savybių. Matome, kad $k = \frac{1}{c}$.



53 pav. **Tempimo ir šlyties deformacijos**

Veikiant tai pačiai jėgai, strypelio pailgėjimas tuo didesnis, kuo didesnis pradinis ilgis l ir mažesnis skerspjūvio plotas S, todėl

$$k = E\frac{S}{l} . \qquad (5.3)$$

Proporcingumo koeficientas E, vadinamas Jungo moduliu, priklauso nuo medžiagos savybių. Išraišką (5.3) įrašę į (5.2), gausime, kad tamprumo jėgos modulis

$$F_n = E\frac{\Delta l}{l}S\,. \tag{5.4}$$

Kai $\Delta l << l$, skerspjūvio ploto kitimo galima nepaisyti. Dydis, apibūdinantis, kokia tamprumo jėga tenka ploto vienetui, vadinamas įtempimu:

$$P_n = \frac{F_n}{S}\,. \tag{5.5}$$

Taigi įtempimas lygus išorinių jėgų slėgiui ir priešingas jo krypčiai. Santykis

$$\xi = \frac{\Delta l}{l} \tag{5.6}$$

parodo, kokia deformacija tenka pradinio ilgio vienetui, ir vadinamas santykine deformacija. Iš (5.4), (5.5) ir (5.6) išraiškų matyti, kad įtempimas proporcingas santykinei deformacijai:

$$P_n = E\xi\,. \tag{5.7}$$

Matome, kad **Jungo modulio vertė parodo, koks įtempimas atitinka vienetinę santykinę deformaciją**. Pažymėtina, kad Huko dėsnis galioja tik tada, kai deformacija daug mažesnė už pradinį kūno matmenį jos kryptimi.

Tampriosios deformacijos sumuojamos vektoriškai kaip ir jėgos. Joms galioja superpozicijos principas.

5.3. PUASONO KOEFICIENTAS

Tempiamo arba gniuždomo kūno matmenys kinta ne tik jėgos kryptimi, bet ir jai statmena (53 pav., a). Galiojant Huko dėsniui, kūno matmenų santykinis pokytis statmena išorinei jėgai kryptimi proporcingas jo matmens santykiniam pokyčiui jėgos veikimo kryptimi. Jeigu tempiamas l ilgio strypelis pailgėjo dydžiu Δl, jo skersmuo b sumažėjo dydžiu Δb, tai

$$\frac{\Delta b}{b} = \sigma \frac{\Delta l}{l}. \tag{5.8}$$

Proporcingumo koeficientas σ vadinamas Puasono koeficientu. Didžiausia jo vertė sudaro 0,5.

5.4. ŠLYTIES DEFORMACIJA

Šlyties deformacija sudaroma veikiant pritvirtinto kūno laisvąjį paviršių lygiagrečia jam jėga F (53 pav., b). Kūno sluoksniai pasislenka jėgos veikimo kryptimi tuo daugiau, kuo jie arčiau veikiamo paviršiaus. Galiojant Huko dėsniui, tamprumo jėga $\vec{F}_T = -\vec{F}$ proporcinga deformacijai Δl, todėl analogiškai (5.4) išraiškai užrašysime, kad

$$F_T = G \frac{\Delta l}{l} S. \tag{5.9}$$

Proporcingumo koeficientas G vadinamas šlyties moduliu. Jis priklauso nuo kūno medžiagos savybių. Nagrinėjamu atveju santykinė deformacija lygi deformacijos kampui:

$$\vartheta = \frac{\Delta l}{l}. \tag{5.10}$$

Santykis $P_T = \frac{F_T}{S}$ vadinamas tangentiniu įtempimu. Matome, kad

$$P_T = G\vartheta. \tag{5.11}$$

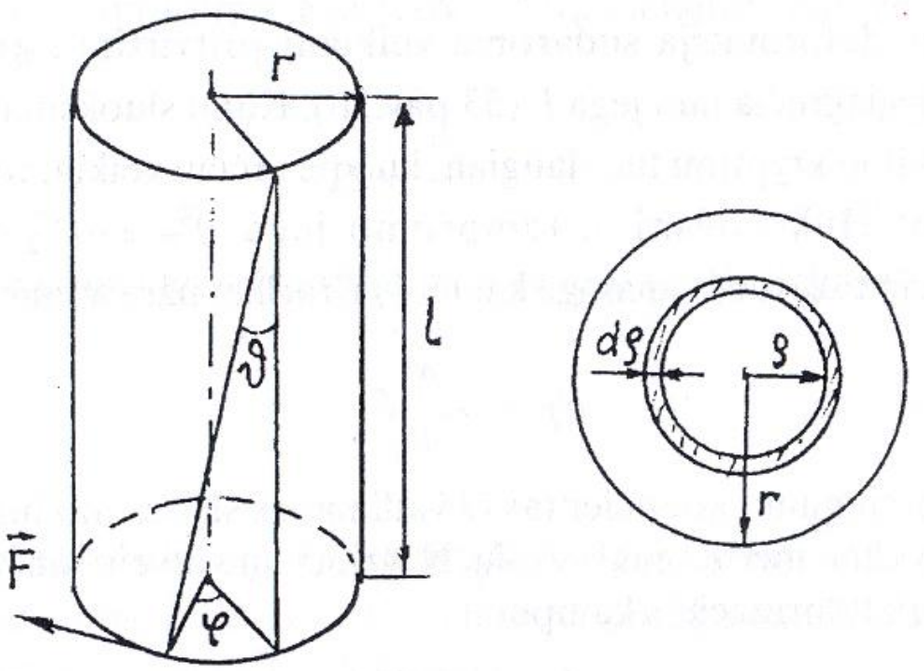
Taigi šlyties modulio vertė parodo, koks tangentinis įtempimas atitinka deformacijos kampo vienetą (radianą).

Šlyties modulį galima išmatuoti tiriant vielos sukamąją deformaciją. Veikdami išorinių jėgų momentu $\vec{M}$ įtvirtintos vielos laisvąjį galą, pasukime ją tam tikru kampu φ (54 pav.). Esant pusiausvyrai, išorinių jėgų momentas lygus tamprumo jėgų momentui. Jeigu Huko dėsnis galioja, tamprumo jėgų momentas proporcingas posūkio kampui:

$$M = D\varphi. \tag{5.12}$$

Koeficientas D vadinamas sukamuoju standumu arba kreipiamuoju momentu. Jis parodo, koks tamprumo jėgos momentas atitinka vienetinį posūkio kampą.

Nagrinėjamu atveju šlyties deformacija vyksta statmena sukimosi spinduliui kryptimi. Artėjant prie sukimosi ašies, jie artėja prie nulio. Padalinkime vielą į labai plonus $d\rho$ storio cilindro sluoksnius. Tokiame sluoksnyje deformacijos priklausomybės nuo atstumo ρ iki sukimo ašies galima nepaisyti. Sluoksnio pagrindo plotelį $ds = 2\pi\rho d\rho$ veikia jam lygiagreti jėga dF. Pagal Huko dėsnį,



54 pav. **Šlyties deformacija sukant vielą**

$$dF = G2\pi\vartheta\rho d\rho. \tag{5.13}$$

Šlyties kampą ϑ su posūkio kampu φ sieja ryšys $l\vartheta = \rho\varphi$; todėl

$$dF = G2\pi\frac{\varphi}{l}\rho^2 d\rho. \tag{5.14}$$

Atitinkamas jėgos momentas $dM = \rho dF$, todėl

$$dM = G2\pi\frac{\varphi}{l}\rho^3 d\rho. \tag{5.15}$$

Pilnutinį tamprumo jėgos momentą gausime susumavę visų sluoksnių sukamuosius momentus integravimo būdu:

$$M = G\frac{2\pi\varphi}{l}\int_0^r \rho^3 d\rho. \tag{5.16}$$

Kadangi $\int_0^r \rho^3 d\rho = \frac{r^4}{4}$, tai padaliję abi (5.16) lygybės puses iš φ gausime, kad

$$D = G\frac{\pi r^4}{2l}. \tag{5.17}$$

Taigi, išmatavę jėgos momentą M ir jo sukeltą vielos posūkio kampą φ, šlyties modulį apskaičiuosime pagal formulę

$$G = \frac{2Ml}{\pi r^4 \varphi}. \tag{5.18}$$

Čia posūkio kampas φ išreiškiamas radianais.

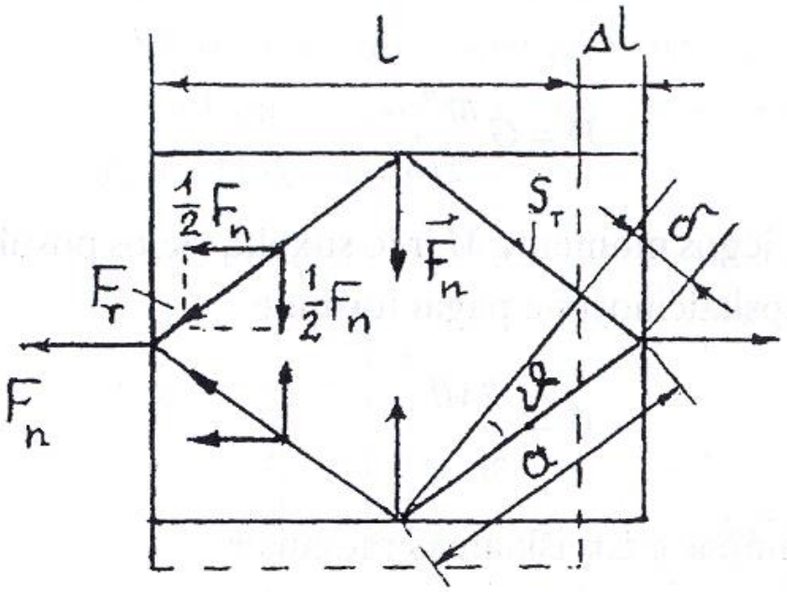
5.5. PAGRINDINIŲ TAMPRUMO KONSTANTŲ TARPUSAVIO RYŠYS

Šlyties deformaciją galima nagrinėti kaip tarpusavyje statmenų tempimo ir gniuždymo deformacijų rezultatą. Veikime kubo formos kūną statmenai jo paviršiams vienodo dydžio tempimo ir gniuždymo jėgomis (55 pav.). Kubo kraštinės ilgis l. Sujungę tiesėmis kraštinių vidurius, sudarykime stačiakampę prizmę ir panagrinėkime jos deformaciją. Kiekvieno jos šoninio paviršiaus plotas $S_T = la$. Šiuo atveju $a = \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \frac{l}{\sqrt{2}}$, todėl $S_T = \frac{l^2}{\sqrt{2}}$ Juos veikia tangentinės jėgos $F_T = \sqrt{\left(\frac{F_n}{2}\right)^2 + \left(\frac{F_n}{2}\right)^2} = \frac{F_n}{\sqrt{2}}$. Matome, kad $\frac{F_T}{S_T} = \frac{F_n}{l^2}$ arba $P_T = P_n$. Pagal Huko dėsnį šlyties deformacijai,

$$P_T = G\vartheta. \tag{5.19}$$

Šiuo atveju $\vartheta = \frac{\delta}{a}$. Kadangi $\delta = \sqrt{(\Delta l)^2 + (\Delta l)^2} = \Delta l\sqrt{2}$, tai $\delta = \frac{\Delta l\sqrt{2}}{a}$. Įrašę a išraišką per l gausime, kad $\vartheta = \frac{2\Delta l}{l}$, todėl

$$P_T = 2G\frac{\Delta l}{l}. \tag{5.20}$$



55 pav. **Tempimo ir šlyties deformacijų ryšio modelis**

Nagrinėjamu atveju deformaciją Δl sukelia dvi tarpusavyje statmenos tempimo ir gniuždymo jėgos, todėl $\Delta l = \Delta l_{//} + \Delta l_{\perp}$. Panaudoję sąryšį (5.8) gausime, kad $\Delta l_{\perp} = \sigma \Delta l_{//}$. Taigi $\Delta l = \Delta l_{//}(1+\sigma)$. Pagal Huko dėsnį (5.4) $\Delta l_{//} = \frac{1}{E} l P_n$, todėl

$$\Delta l = \frac{1}{E} l P_n (1+\sigma). \tag{5.21}$$

Įrašę Δl išraišką į (5.20), po algebrinių pertvarkymų gausime, kad

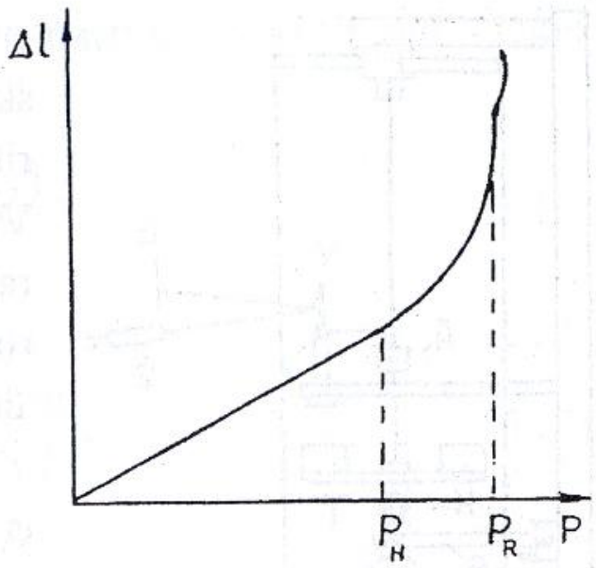
$$\sigma = \frac{E}{2G} - 1. \tag{5.22}$$

Maksimali σ vertė atitinka $E = 3G$.

5.6. TAMPRUMO IR ATSPARUMO RIBOS

Kaip jau minėjome, Huko dėsnis galioja tik esant gana mažoms deformacijoms. Įtempimui viršijus būdingą tai medžiagai vertę P_H, atsiranda negrįžtami kūno formos pokyčiai. Įtempimą toliau didinant, deformacija didėja sparčiau negu tiesiškai (56 pav.). Pasiekus takumo ribą P_R, deformacija tolydžiai didėja ir esant pastoviam įtempimui. Šį įtem-

pimo vertė yra ir atsparumo riba, nes tokiu atveju kūnas pagaliau nutrūksta. Techniniuose skaičiavimuose atsparumo riba laikomas įtempimas, atitinkantis takumo ribą.



56 pav. **Kietojo kūno deformacijos priklausomybė nuo įtempimo**

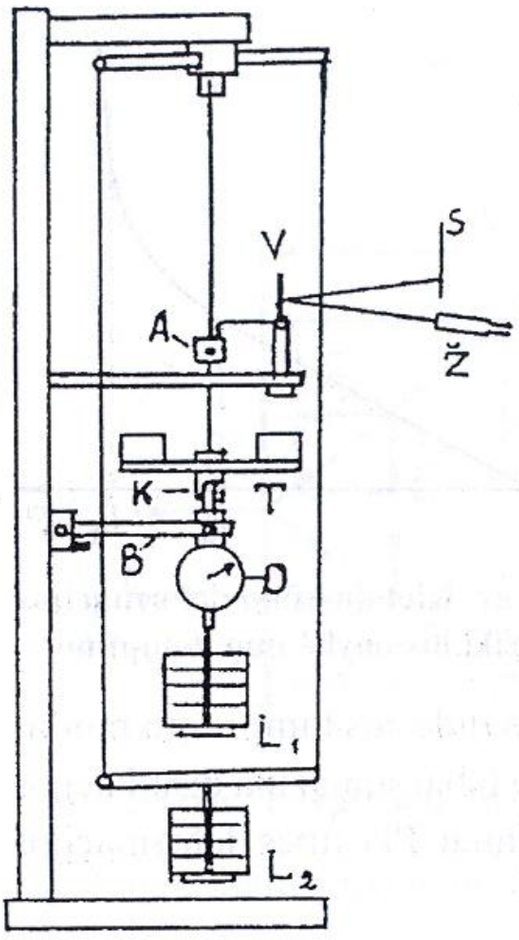
Kūnų atsparumas ir tamprumas priklauso nuo jų atomų ir molekulių sąveikos jėgų. Tiksliau tariant, kūno tamprumą nusako jo atomų sąveikos potencinės energijos priklausomybė nuo atstumo tarp jų. Kuo sparčiau didėja potencinė energija, pasislenkant atomui nuo pusiausvyros padėties, tuo didesnis tamprumo modulis. Mechaninį atsparumą ir ribinį įtempimą labai sumažina dislokacijos ir kiti atomų periodiško išsidėstymo pažeidimai. Plastinės deformacijos metu atsiranda naujų struktūros defektų.

5.7. HUKO DĖSNIO TIKRINIMAS IR PAGRINDINIŲ TAMPRUMO KONSTANTŲ MATAVIMAS

Užduotis. 1. Patikrinti Huko dėsnį tampimo deformacijai ir rasti Jungo modulį. 2. Išmatuoti šlyties modulį sukamųjų svyravimų metodu. 3. Apskaičiuoti Puasono koeficientą.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Deformacijų klasifikacija. 2. Tempimo ir šlyties deformacijos. 3. Puasono koeficientas. 4. Pagrindinių tamprumo koeficientų ryšys.

Tyrimo metodika ir aparatūra. Tamprumo modulį randame išmatavę vielos pailgėjimą mikrometru arba optiniu būdu, tempdami ją žinomo dydžio jėga. Šlyties modulį randame iš sukamųjų svyravimų. Matavimo prietaisas vielos pailgėjimui matuoti optiniu būdu vaizduojamas 57 pav. Jį sudaro stovas su vielos tempimo sistema. Tempimo jėga matuojama dinamometru D arba randama pagal tempiančių pasvarų masę. Viela tempiama perkeliant pasvarus nuo apatinės lentynėlės L_2 ant viršutinės L_1. Taip išlaikoma pastovi stovo apkrova ir jis tempiant vielą papildomai nesideformuoja.



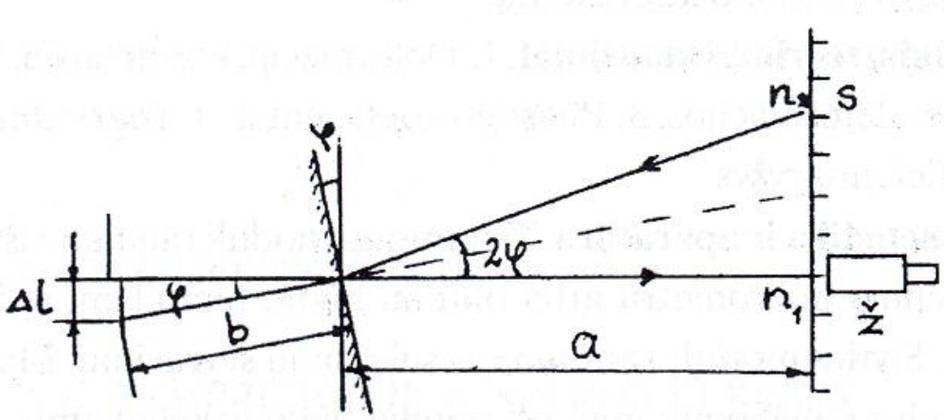
57 pav. **Tamprumo konstantų matavimo optiniu būdu prietaisas**

Didinant krovinėlių ant lentynėlės L skaičių, viela ilgėja. Pritvirtintas prie jos ritinėlis A leidžiasi žemyn, o veidrodėlio V posūkio kampas φ didėja. Šį kampą rasime stebėdami pro žiūroną Ž milimetrinės skalės S vaizdo poslinkį (58 pav.). Tarkime, padidėjus tempimo jėgai nuo F_1 iki F_2, veidrodėlis pasisuko kampu φ, o skalės vaizdas pasislinko nuo padalos n_1 iki n_2. Atstumą nuo veidrodėlio sukimosi ašies iki jo atramos į ritinėlį taško pažymėkime b. Pagal 58 pav. pavaizduotą schemą vielos pailgėjimas

$$\Delta l = b \sin \varphi \,. \qquad (5.23)$$

Kadangi atstumas a nuo veidrodėlio iki skalės žinomas, tai kampą φ rasime pagal vaizdo poslinkį. Veidrodėliui pasisukus kampu φ, atsispindėjęs spindulys pasisuks kampu 2φ, todėl

$$\frac{n_2 - n_1}{a} = tg\,2\varphi \,. \qquad (5.24)$$



58 pav. **Vielos pailgėjimo matavimo optiniu būdu schema**

Taigi vielos pailgėjimas

$$\Delta l = b \sin \frac{1}{2} arctg \frac{n_2 - n_1}{a} \,. \qquad (5.25)$$

Kai $\Delta l << b$ ir $n_2 - n_1 << a$, $sin\varphi \approx \varphi$ *(rad)* ir $tg\, 2\varphi \approx 2\varphi$ *(rad)*. Tokiu atveju

$$\Delta l = \frac{b(n_2 - n_1)}{2a}. \tag{5.26}$$

Pagal Huko dėsnį (5.4),

$$F_2 - F_1 = E\pi r^2 \frac{\Delta l}{l}, \tag{5.27}$$

todėl Jungo modulis

$$E = \frac{(F_2 - F_1)l}{\pi r^2 \Delta l}; \tag{5.28}$$

čia r – vielos spindulys.

Įrašę (5.26) išraišką į (5.28), gausime

$$E = \frac{2al(F_2 - F_1)}{\pi r^2 b(n_2 - n_1)}. \tag{5.29}$$

Šlyties moduliui matuoti įmontuota simetriška lentynėlė, ant kurios vienodais atstumais nuo vielos dedami vienodi ritės formos pasvarai. Atkabinę kabliuką K ir pasukę veidrodėlį taip, kad jo laikiklis nesiremtų į ritinėlį A, leidžiame sistemai svyruoti apie vertikaliąją ašį nedidele amplitude. Tarkime, sistemos be krovinėlių inercijos momentas I_1, o tamprumo jėgų kreipiamasis momentas D. Tokios fizinės svyruoklės periodas

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_1}{D}}. \tag{5.30}$$

Uždėjus krovinėlius ant lentynėlės T, sistemos svyravimo periodas

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I + I_1}{D}}; \tag{5.31}$$

čia I – krovinėlių inercijos momentas svyravimų ašies atžvilgiu. Kadangi krovinėliai yra ritinio formos, o jų ašys lygiagrečios su svyravimų ašimi, tai jų inercijos momentas

$$I = m\left(R^2 + \frac{1}{2}d^2\right); \tag{5.32}$$

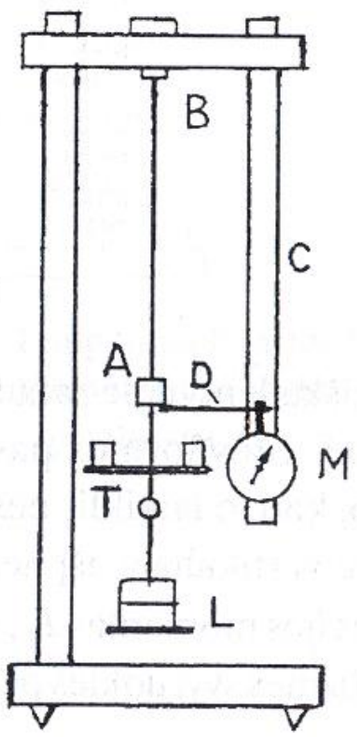
čia m – krovinėlio masė, R – jo spindulys, o d – atstumas tarp krovinėlių ašių. Iš (5.30) ir (5.31) lygčių gauname, kad kreipiamasis momentas

$$D=\frac{4\pi^2 l}{T_2^2-T_1^2}. \tag{5.33}$$

Įrašę (5.33) išraišką į (5.17), gausime, kad šlyties modulis

$$G=\frac{8\pi lI}{r^4\left(T_2^2-T_1^2\right)}. \tag{5.34}$$

Puasono koeficientą rasime pagal (5.22) formulę.



59 pav. **Pagrindinių tamprumo konstantų matavimo rodykliniu mikrometru prietaiso schema**

Prietaiso, skirto deformacijai Δl matuoti rodykliniu mikrometru, principinė schema pavaizduota 59 pav. Prie vertikalaus stovo gulsčios lentynėlės B pritvirtinta tiriamoji viela ir strypeliu C mikrometras M. Prie jo atraminės galvutės pritvirtinta standi metalinė juostelė D. Matuojant vielos pailgėjimą Δl, mikrometras pritvirtinamas tokioje padėtyje, kad juostelė D remtųsi į ritinėlį A iš apačios. Dėdami pasvarus ant lentynėlės L, didiname vielos įtempimą ir matuojame jos pailgėjimą. Kadangi viela ir mikrometras pritvirtinti prie tos pačios lentynėlės, stovo deformacija praktiškai neturi įtakos matavimo rezultatui. Vielos ilgis lygus atstumui tarp įtvirtinimo prie lentynėlės B ir ritinėlio A vidurio.

Matuodami šlyties modulį, lentynėlę L nuimame, o mikrometrą nuleidžiame žemiau. Išmatuojame svyravimų periodus, padėję krovinėlius ant lentynėlės T ir be jų. Šiuo atveju vielos ilgį l sudaro atstumas tarp vielos įtvirtinimų prie lentynėlių B ir T.

Eksperimentas. Didindami vielos įtempimą, stebime mikrometro rodmenis arba žiūronu skalės vaizdo padalas. Išmatuojame vielos pailgėjimo priklausomybę nuo įtempimo jėgos F. Bandymą atliekame di-

dindami ir mažindami vielos įtempimą. Matavimų duomenis surašome į lentelę.

m_i	m	F	n	Δl

Šioje lentelėje m_1 – viršutinio pasvaro masė, o m – pasvarų, esančių ant lentynėlės, masių suma. Pavaizdavę matavimo rezultatus grafiškai, patikriname Huko dėsnį ir apskaičiuojame Jungo modulį. Matuojame šlyties modulį. Atkabiname vielos tempimo lentynėlę. Deformacijos optinio matavimo prietaiso veidrodėlį, atlaisvinę jo varžtelius, pastumiame toliau nuo vielos. Mikrometrą nuleidžiame žemiau, kad juostelė D neliestų ritinėlio A. Išmatuojame sistemos svyravimų periodus be krovinėlių ir su jais (T_1 ir T_2), atskaitydami ne mažiau kaip po 30 svyravimų du kartus. Jeigu pakartojus matavimą svyravimų trukmės skiriasi daugiau negu viena sekunde, matuojama dar kartą.

Matavimo paklaidų skaičiavimo ypatumai. Šiame darbe tikslumą lemia sisteminės paklaidos. Skaičiuojant E ir G paklaidas, racionalu naudoti santykinės paklaidos formules, prieš tai įvertinus $T_2^2 - T_1^2$, $F_2 - F_1$ ir $n_2 - n_1$ paklaidas. Inercijos momento ir Puasono koeficiento paklaidų formules tikslinga užrašyti absoliučiuoju pavidalu. Pavyzdžiui,

$$\Delta\sigma = \sqrt{\left(\frac{\partial\sigma}{\partial E}\Delta E\right)^2 + \left(\frac{\partial\sigma}{\partial G}\Delta G\right)^2}\ . \qquad (5.35)$$

Išvestinių $\frac{\partial\sigma}{\partial E}$ ir $\frac{\partial\sigma}{\partial G}$ formules užrašome atskirai.

6. SVYRAVIMAI

6.1. PAGRINDINĖS SĄVOKOS

Svyravimu vadinamas pasikartojantis kūno judėjimas pusiausvyros atžvilgiu. Vieno svyravimo trukmė vadinama svyravimo periodu *(T)*. Jis lygus laiko intervalui, per kurį kūnas pakartotinai pereina pusiausvyros padėtį ta pačia kryptimi. Svyravimų skaičius, tenkantis vienetiniam laiko

intervalui, vadinamas svyravimo dažniu: $\nu = {}^{1}\!/_{T}$. Svyravimų dažnio SI vienetas hercas (Hz) atitinka vieną svyravimą per sekundę. Maksimalus nuokrypis nuo pusiausvyros vadinamas svyravimo amplitude. Pastovaus dažnio svyravimai vadinami periodiniais, o nepastovaus – aperiodiniais.

Svyruojantį kūną veikia jėga, nukreipta į pusiausvyros padėtį. Be to, praktiškai visada veikia tam tikra pasipriešinimo jėga. Svyravimai, vykstantys veikiant šioms jėgoms, vadinami **laisvaisiais**. Laisvieji svyravimai gali vykti tik tada, kai darbas, atliktas prieš pasipriešinimo jėgą per vieną periodą, yra mažesnis už kūno potencinę energiją esant maksimaliam nuokrypiui nuo pusiausvyros. Jeigu greta šių jėgų kūną veikia išorinė periodinė jėga, svyravimai vadinami **priverstiniais**. Svyruojančio kūno kiekvieno taško nuokrypis x (poslinkis) nuo pusiausvyros padėties kinta. Pagal jo priklausomybę nuo laiko svyravimai skirstomi į **harmoninius** ir **anharmoninius**. Svyravimai vadinami harmoniniais, jeigu poslinkis x yra harmoninė (*sin* arba *cos*) laiko funkcija.

6.2. HARMONINIAI SVYRAVIMAI

Laisvieji svyravimai yra harmoniniai tik tada, kai kūną veikianti jėga proporcinga jo nuokrypiui nuo pusiausvyros. Pagal Huko dėsnį:

$$\vec{F} = -k\vec{x}\,; \tag{6.1}$$

čia k – proporcingumo koeficientas, vadinamas standumu. Neelastinės jėgos, tenkinančios tokią priklausomybę, vadinamos kvazielastinėmis.

Panagrinėkime svyruoklės, kurią sudaro lengva spyruokle pakabintas m masės rutuliukas, vertikalius svyravimus (60 pav.) Esant pusiausvyrai, rutuliuko sunkio jėgą $\vec{F}_g = m\vec{g}$ kompensuoja spyruoklės tamprumo jėga $\vec{F}_t$ (60 pav., a). Jeigu pakabinus rutuliuką svyruoklė pailgėjo dydžiu Δl, tai

$$m\vec{g} = -k\Delta\vec{l}\,. \tag{6.2}$$

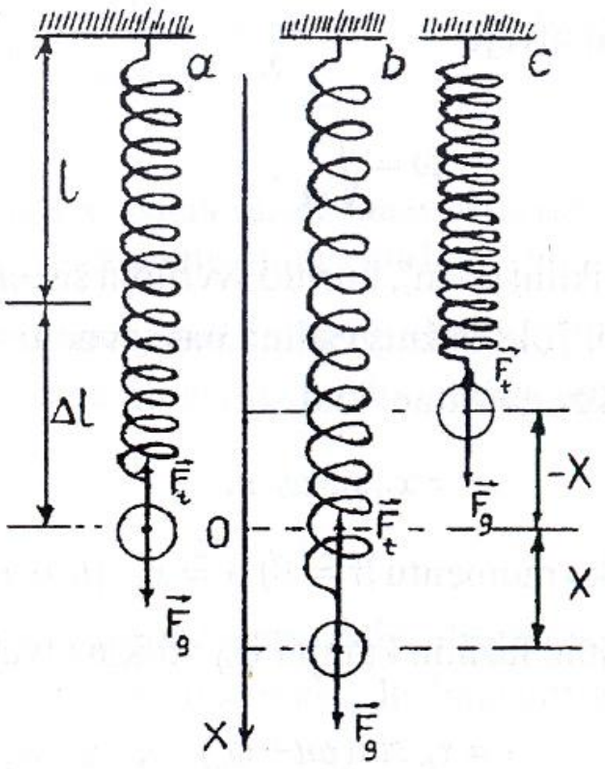
Šiuo atveju proporcingumo koeficientas k vadinamas spyruoklės standumu. Pasislinkus rutuliukui nuo pusiausvyros atstumu x žemyn, tamprumo jėga viršys sunkio jėgą, o jų atstojamoji $\vec{F} = -k\left(\Delta\vec{l} + \vec{x}\right)$ bus

nukreipta į viršų (60 pav., b). Kai poslinkis x nukreiptas į viršų, tamprumo jėga mažesnė už sunkio ir jų atstojamoji nukreipta žemyn. Taigi jėga $\vec{F}$ visada nukreipta į pusiausvyros padėtį. Pagal antrąjį Niutono dėsnį, jos suteiktas rutuliukui pagreitis

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{kx}{m}. \tag{6.3}$$

Matome, kad kūno poslinkio x antroji išvestinė lygi pačiam poslinkiui,-padaugintam iš koeficiento su minuso ženklu. Tokią priklausomybę tenkina tik sinuso arba kosinuso funkcijos. Poslinkio x priklausomybę nuo laiko aprašančios harmoninės funkcijos argumentas φ vadinamas faziniu kampu arba svyravimo faze. Svyravimo periodą T atitinka fazinis kampas 2π, todėl bet kurį laiko momentą t atitinka fazinis kampas:

$$\varphi = 2\pi\frac{t}{T}. \tag{6.4}$$



60 pav. **Stangria spyruokle pakabinto kūno svyravimai**

Jeigu svyravimo amplitudė x, o jį aprašome *sin* funkcija, tai

$$x = x_0 \sin 2\pi\frac{t}{T}, \tag{6.5}$$

o jeigu *cos* funkcija –

$$x = x_0 \cos 2\pi \frac{t}{T} . \qquad (6.6)$$

Laiko atskaitos pradžioje, kai t=0, pirmuoju atveju $x=0$, o antruoju – $x = x_0$. Taigi skiriasi pradinės sąlygos. Jeigu vyksta du svyravimai, aprašomi (6.5) ir (6.6) lygtimis, jų fazių skirtumas sudaro $\frac{\pi}{2}$, nes $\sin\varphi = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)$. Rutuliuko svyravimą aprašysime *sin* funkcija. Įrašę x (6.5) išraišką į (6.3) lygtį ir atlikę diferencijavimą, gausime

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} . \qquad (6.7)$$

Svyravimo kampinis (ciklinis) dažnis

$$\omega = \frac{2\pi}{T} . \qquad (6.8)$$

Matome, kad šiuo atveju

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} . \qquad (6.9)$$

Apskaičiavome ciklinį dažnį, kuriuo svyruoja sistema, kai slopinimo jėgų galima nepaisyti. Toks dažnis vadinamas savuoju svyravimų dažniu. Iš (6.5) ir (6.8) išraiškų gausime, kad

$$x = x_0 \sin\omega \cdot t . \qquad (6.10)$$

Jeigu pradiniu laiko momentu $(t = 0)$ $x = x_1$, (6.10) lygties argumentą reikia papildyti pradiniu faziniu kampu φ_0. Tokiu atveju $x = x_0 \sin\varphi_0$, o

$$x = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0). \qquad (6.11)$$

6.3. HARMONINIŲ SVYRAVIMŲ APRAŠYMAS KOMPLEKSINIAIS SKAIČIAIS

Bet kokio svyravimo matematiniu modeliu gali būti vektoriaus, besisukančio stačiakampėje koordinačių sistemoje, projekcija į x arba y

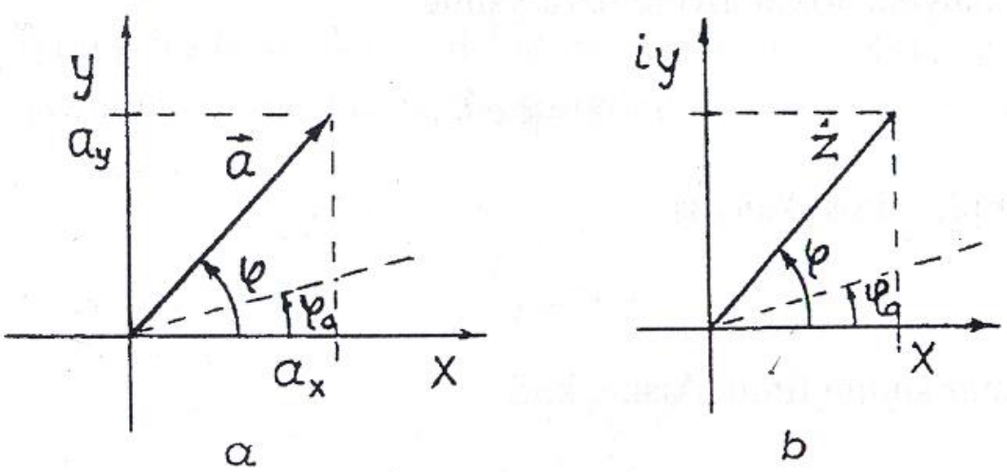
ašį. Pavyzdžiui, vektorius $\vec{a}$ sukasi pastoviu kampiniu greičiu ω. Jeigu pradiniu laiko momentu ($t = 0$) jis sutampa su x ašimi, tai laiko momentu t jo posūkio kampas $\varphi=\omega t$. Tokiu atveju vektoriaus projekcija į x ašį (60 pav., a)

$$a_x = a\cos\omega \cdot t, \tag{6.12}$$

projekcija į y ašį –

$$a_y = a\sin\omega \cdot t. \tag{6.13}$$

Jeigu pradiniu laiko momentu $\varphi = \varphi_0$, tai $a_x = a\cos(\omega t + \varphi_0)$.



60 pav. **Harmoninio svyravimo vaizdavimas besisukančiu vektoriumi (a) ir kompleksiniu skaičiumi (b)**

Harmoninių svyravimų analizei daug didesnių galimybių teikia kompleksiniai skaičiai. Kompleksinį skaičių sudaro realioji ir menamoji dalys:

$$\dot{z} = x + iy; \tag{6.14}$$

čia $i = \sqrt{-1}$. Kompleksinės skaičiaus dalys atitinka vektoriaus projekcijas į x ir y ašis, o modulis – vektoriaus absoliučiąją vertę (60 pav., b). Kompleksinio skaičiaus modulis

$$|\dot{z}| = \sqrt{x^2 + y^2} \tag{6.15}$$

atitinka jį vaizduojančios atkarpos ilgį.

Kadangi

$$x = |\dot{z}|\cos\varphi \tag{6.16}$$

ir

$$y = |\dot{z}|\sin\varphi\,, \tag{6.17}$$

tai

$$\dot{z} = |\dot{z}|(\cos\varphi + i\sin\varphi). \tag{6.18}$$

Sumą skliaustuose galima išreikšti Eilerio formule:

$$\cos\varphi + i\sin\varphi = e^{i\varphi}\,. \tag{6.19}$$

Naudojant šią formulę, labai patogu ir paprasta atlikti kompleksinių skaičių dalybą. Tokiu atveju užrašysime

$$\dot{z} = |\dot{z}|e^{i\varphi}\,. \tag{6.20}$$

Kompleksinis skaičius

$$\dot{z}^* = x - iy \tag{6.21}$$

vadinamas sujungtiniu. Aišku, kad

$$\dot{z}\dot{z}^* = |\dot{z}|^2\,. \tag{6.22}$$

Aprašydami svyruoklės išilginius svyravimus kompleksiniu skaičiumi, vietoj (6.10) gausime

$$\dot{x} = x_0 e^{i\omega t}\,, \tag{6.23}$$

o vietoj (6.11) –

$$\dot{x} = x_0 e^{i(\omega t+\varphi_0)} \tag{6.24}$$

Pažymėję

$$\dot{x}_0 = x_0\varphi^{i\varphi_0}\,, \tag{6.25}$$

užrašysime

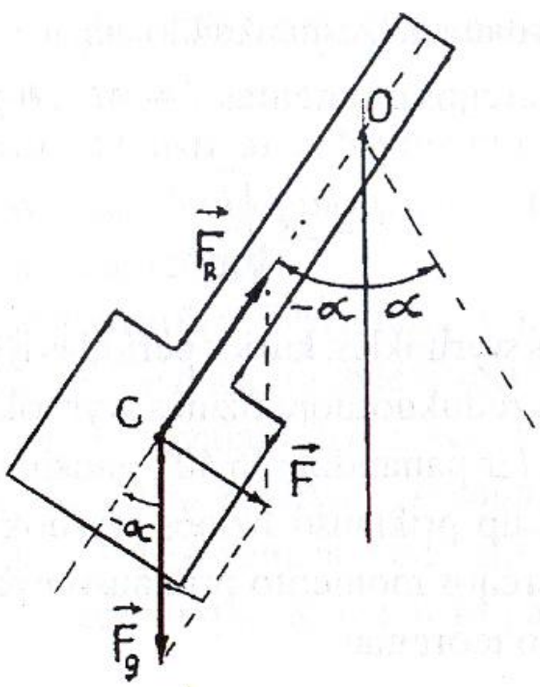
$$\dot{x} = \dot{x}_0 e^{i\omega t}\,; \tag{6.26}$$

čia parametras $\dot{x}_0$ vadinamas kompleksine amplitude.

6.4. FIZINĖ SVYRUOKLĖ

Fizine svyruokle vadinamas bet koks kietas kūnas, galintis svyruoti apie nejudamą ašį. Išnagrinėsime kūno sukamuosius svyravimus apie gulsčią ašį (61 pav.). Jo masės centro atstumas iki svyravimų ašies ($l = OC$) vadinamas fizinės svyruoklės ilgiu. Tokia svyruoklė yra pusiausvyroje, kai sunkio jėgos veikimo linija eina per sukimosi ašį. Tada atkarpa OC vertikali. Svyruoklę veikia sunkio jėga F_g ir pakabinimo ašies reakcijos jėga $\vec{F}_R$. Kai nuokrypio nuo pusiausvyros padėties kampas lygus $-\alpha$, šių jėgų atstojamoji $F = mg\sin(-\alpha) = -mg\sin\alpha$, o jos momentas $M = -mgl\sin\alpha$. Jėgos F ir kampo α vertės yra teigiamos, kai jos atitinka sukimo kryptį prieš laikrodžio rodyklę. Svyruoklės kampinį pagreitį bet kuriuo laiko momentu rasime pagal pagrindinį sukamojo judėjimo dėsnį:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -\frac{mgl}{I}\sin\alpha\,; \tag{6.37}$$



61 pav. **Fizinė svyruoklė**

čia I – svyruoklės inercijos momentas. Kai nuokrypio kampas α neviršija 3^0, $\sin\alpha$ praktiškai lygi kampo α vertei, išreikštai radianais. Tokiu atveju užrašysime

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -\frac{mgl}{I}\alpha\,. \tag{6.38}$$

Gavome jau pažįstamą diferencialinę lygtį, aprašančią harmominius kampo α kitimus. Taigi šios lygties sprendinys

$$\alpha = \alpha_0 \sin 2\pi \frac{t}{T}; \tag{6.39}$$

čia α_0 – maksimalus nuokrypio kampas – svyravimo amplitudė. Įrašę (6.39) išraišką į (6.38) ir atlikę diferencijavimą, gausime, kad svyravimo periodas

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}. \tag{6.40}$$

Pagal (5.12) lygtį $mgl = D$, todėl

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}. \tag{6.41}$$

Jeigu fizinę svyruoklę sudaro ilgu netąsiu plonu siūlu pakabintas kūnas, kurio matmenys daug mažesni už siūlo ilgį, ji vadinama matematine. Tokios svyruoklės inercijos momentas $I = ml^2$, o periodas

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \tag{6.42}$$

Ilgis matematinės svyruoklės, kurios periodas lygus fizinės svyruoklės periodui, vadinamas redukuotuoju fizinės svyruoklės ilgiu. Pažymėję šį ilgį (6.42) formulėje l ir panaudoję (6.40), gausime, kad $l_r = I/ml$.

Išnagrinėkime, kaip priklauso fizinės svyruoklės periodas nuo jos ilgio. Svyruoklės inercijos momento priklausomybę nuo ilgio l nusako Heigenso ir Šteinerio teorema:

$$I = I_0 + ml^2; \tag{6.43}$$

čia I_0 – svyruoklės inercijos momentas atžvilgiu ašies, einančios per jos masės centrą lygiagrečiai su svyravimų ašimi. Įrašę (6.43) išraišką į (6.40), gausime

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{mgl} + \frac{l}{g}}. \tag{6.44}$$

Matome, kad l didėjant pirmasis pašaknio narys mažėja, o antrasis – didėja. Kai l pakankamai mažas dydis, antrojo nario galima nepaisyti. Tada l didėjant periodas mažėja. Priešingu atveju dominuoja antrasis narys ir periodas didėja. Esant tam tikrai svyruoklės ilgio vertei $l = l_m$, periodas minimalus. Suradę periodo išraiškos (6.44) išvestinę pagal l ir prilyginę ją nuliui, gausime, kad minimalų periodą atitinkantis svyruoklės ilgis

$$l_m = \sqrt{\frac{I_0}{m}} . \qquad (6.45)$$

Matome, kad l_m lygus svyruoklės inercijos spinduliui.

6.5. FIZINĖS SVYRUOKLĖS TYRIMAS

Užduotis. 1. Ištirti dviejų fizinių svyruoklių – apvalaus strypo ir pakabinto rutulio pavidalo – svyravimų periodų priklausomybes nuo jų ilgių ir svyravimų amplitudės. 2.Palyginti eksperimentinių tyrimų rezultatus su teoriniais skaičiavimais.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Svyravimų klasifikacija. 2. Harmoniniai svyravimai veikiant tamprumo jėgai. 3. Fizinė svyruoklė, jos judėjimo lygtis ir svyravimų periodas.

Tyrimo metodika ir aparatūra. Svyruoklių tyrimo prietaiso schema vaizduojama 62 pav. Jį sudaro masyvus dviejų vertikalių strypų stovas T, kurio skersinis H yra strypo pavidalo fizinės svyruoklės atrama. Skersinyje simetriškai išpjauta pailga kiaurymė, o šalia jos pritvirtintos trikampės atraminės prizmės. Į jas remiasi nedidelis ritinukas D, užmautas ant apvalaus svyruoklės strypo. Keičiant jo padėtį, keičiamas svyruoklės ilgis.

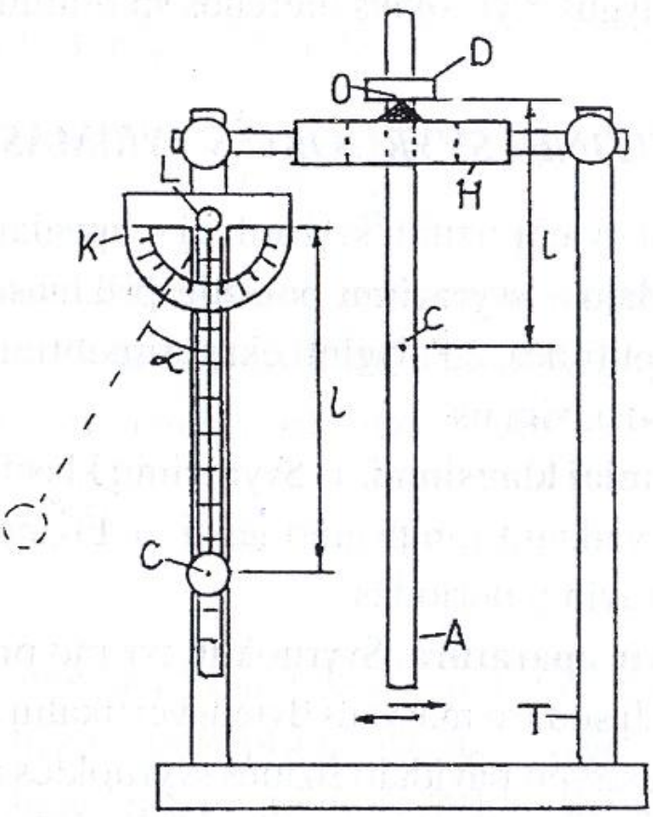
Svyruoklę, artimą matematinei, sudaro mažas rutuliukas, pakabintas plonu siūlu prie horizontalaus laikiklio L, pritvirtinto prie stovo T. Siūlo ilgis keičiamas atlaisvinant jo fiksatorių. Svyravimo amplitudė matuojama kampamačiu K. Tokios svyruoklės inercijos momentas $I = m\left(\frac{2}{5}r^2 + l^2\right)$. Jeigu rutuliuko spindulys r mažas $(r << l)$, tai $I = ml^2$; čia l – atstumas nuo svyravimų ašies iki rutuliuko masės centro. Tokiu

atveju svyruoklės periodo priklausomybė nuo jos ilgio aprašoma (6.41) formule.

Strypo pavidalo svyruoklės atraminio ritinėlio inercijos momentas labai mažas. Jo galima nepaisyti lyginant su strypo inercijos momentu. Todėl svyruoklės inercijos momentą gana tiksliai galima aprašyti apvalaus strypo inercijos momento formule:

$$I = m\left(\frac{l_0^2}{12} + l^2\right); \tag{6.46}$$

čia l_0 – strypo ilgis, m – jo masė.



62 pav. **Fizinės svyruoklės tyrimo prietaiso schema**

Įrašę (6.46) išraišką į (6.40), gausime, kad tiriamos fizinės svyruoklės periodas

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_0^2}{12gl} + \frac{l}{g}}. \tag{6.47}$$

Šiuo atveju svyruoklės ilgis l lygus atstumui nuo atramos taško iki strypo vidurio.

Eksperimentas. Ištiriame svyruoklės, artimos matematinei, periodo priklausomybę nuo jos ilgio, esant mažai svyravimo amplitudei. Matuo-

dami periodą, atskaitome ne mažiau kaip 50 svyravimų. Svyravimų periodo priklausomybę nuo amplitudės tiriame parinkę nedidelį, 10–15 cm svyruoklės ilgį. Grafiškai pavaizduojame $T = T(\sqrt{l})$ ir T = T(α) priklausomybes.

Išmatuojame strypo pavidalo svyruoklės periodus esant įvairiems jos ilgiams. Palyginame jų vertes su apskaičiuotais pagal (6.47) formulę ir pavaizduojame grafiškai. Paskui išmatuojame svyravimų periodą esant didelei, maždaug 30°, svyravimo amplitudei.

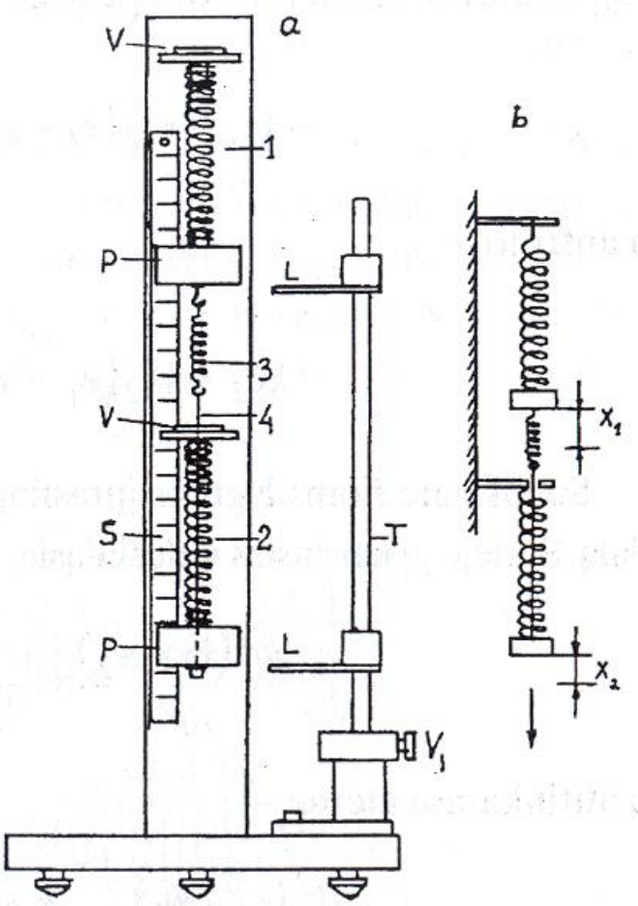
Paklaidų įvertinimas. Periodo tikslumą lemia svyravimų trukmės paklaida, todėl $\Delta T = \frac{\Delta t}{n}$. Apskaičiuotų periodų paklaidos formules gausime diferencijuodami (6.41) ir (6.47) formules pagal l, todėl $\Delta T = \frac{dT}{dl}\Delta l$. Kitus dydžius galima laikyti tiksliais.

6.6. SURIŠTŲJŲ SVYRUOKLIŲ IŠILGINIŲ SVYRAVIMŲ TYRIMAS

Užduotis. 1. Rasti surištųjų svyruoklių sistemos savituosius ir mušimų dažnius pagal jos fizikinius parametrus. 2. Išmatuoti sistemos savituosius dažnius ir mušimų dažnį.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Harmoniniai svyravimai. 2. Surištųjų svyruoklių dinamikos lygtys ir jų sprendiniai. 3. Svyravimų mušimų priežastis.

Tyrimo metodika ir aparatūra. Tarpusavyje sąveikaujančios svyravimų (virpesių) sistemos vadinamos surištosiomis. Surištosios svyravimų sistemos turi ne mažiau kaip du laisvės laipsnius.



63 pav. **Surištųjų svyruoklių išilginių svyravimų tyrimo schema**

Išnagrinėsime išilginius svyravimus sistemos, sudarytos iš dviejų vienodų spyruoklinių svyruoklių, surištų daug mažesnio standumo spyruokle. Tokia sistema turi du laisvės laipsnius. Jos svyravimų tyrimo prietaisas vaizduojamas 63 pav. Vienodų masių m pasvarai P pritvirtinti prie vienodų spyruoklių 1 ir 2. Spyruoklių standumus k galima suvienodinti keičiant jų ilgius. Tuo tikslu spyruoklė tvirtinama prie kronšteino, įsukant į ją atitinkamo žingsnio ir skersmens varžtą V. Svyruoklės ilgis keičiamas parenkant varžto įsukimo gylį. Ryšio spyruoklė 3, kurios standumas $k_{12} << k$, plona viela prijungta prie pavarų P.

Privertę vieną svyruoklę svyruoti, pamatysime, kad pradeda svyruoti ir antra. Svyravimai perduodami per ryšio spyruoklę. Jeigu viršutinio pasvaro poslinkis nuo pusiausvyros padėties x_1, o apatinio $-x_2$, tai ryšio spyruoklės ilgio pokytis $x_1 - x_2$ (63 pav., b). Pasvarus veikia sunkio ir spyruoklių tamprumo jėgos. Ryšio spyruoklės tamprumo jėga $k_{12}(x_1 - x_2)$ viršutinį pasvarą veikia žemyn, o apatinį – aukštyn. Pakabinimo spyruoklių tamprumo jėgos – atitinkamai kx_1 ir kx_2. Pagal antrąjį Niutono dėsnį, pirmojo pasvaro judėjimą aprašo lygtis

$$-kx_1 - k_{12}(x_1 - x_2) = m\frac{d^2x_1}{dt^2}, \tag{6.48}$$

o antrojo –

$$-kx_2 + k_{12}(x_1 - x_2) = m\frac{d^2x_2}{dt^2}. \tag{6.49}$$

Suteiksime šioms lygtims įprastinį harmoninių svyravimų lygties pavidalą. Sudėję jų kairiąsias ir dešiniąsias puses bei padaliję iš m, gausime, kad

$$\frac{d^2(x_1 + x_2)}{dt^2} = -\frac{k}{m}(x_1 + x_2), \tag{6.50}$$

o atitinkamai atėmę –

$$\frac{d^2(x_1 - x_2)}{dt^2} = -\frac{k + 2k_{12}}{m}(x_1 - x_2). \tag{6.51}$$

Aišku, kad abiejų lygčių sprendiniai yra harmoninės funkcijos:

$$x_1 + x_2 = (x_{01} + x_{02})\sin\omega_1 t\,, \tag{6.52}$$

$$x_1 - x_2 = (x_{01} - x_{02})\sin\omega_2 t\,. \tag{6.53}$$

Šiose išraiškose x_{01} ir x_{02} – poslinkių x_1 ir x_2 amplitudės.

Matome, kad nagrinėjama sistema turi du savituosius dažnius:

$$\omega_1 = \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{6.54}$$

ir

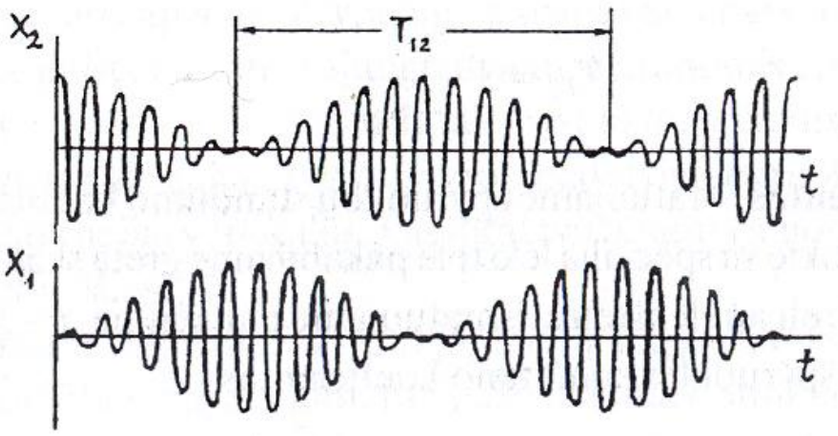
$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k + 2k_{12}}{m}}\,. \tag{6.55}$$

Taigi dažnis ω_1 lygus svyruoklės laisvųjų svyravimų dažniui. Išreiškę iš (6.52) ir (6.53) lygčių x_1 ir x_2, gausime:

$$x_1 = \frac{x_{01} + x_{02}}{2}\sin\omega_1 t + \frac{x_{01} - x_{02}}{2}\sin\omega_2 t, \tag{6.56}$$

$$x_2 = \frac{x_{01} + x_{02}}{2}\sin\omega_1 t - \frac{x_{01} - x_{02}}{2}\sin\omega_2 t\,. \tag{6.57}$$

Antrasis šių lygčių narys lygus nuliui, jeigu $x_{01} = x_{02} = x_0$. Tokiu atveju $x_1 = x_2 = x_0 \sin\omega_1 t$. Kai fazės ir amplitudės vienodos, svyruoklių sistema svyruoja ω_1 dažniu. Pirmieji nariai lygūs nuliui, jeigu $x_{01} = -x_{02} = -x_0$. Tada $x_1 = -x_0 \sin\omega_2 t$, o $x_2 = x_0 \sin\omega_2 t$. Sistema svyruoja ω_2 dažniu, kai svyruoklių svyravimo fazės yra priešingos, o amplitudės vienodos.



64 pav. **Surištųjų svyruoklių svyravimų amplitudžių kitimas**

Tarkime, sukėlėme vienos svyruoklės svyravimus, o iki tol abi buvo pusiausvyroje. Antrosios svyruoklės svyravimų amplitudė pamažu ims didėti. Iš pradžių galios nelygybė $x_{01} >> x_{02}$. Tokiu atveju išraiškas (6.56) ir (6.57) užrašysime taip:

$$x_1 = \frac{x_{01}}{2}(\sin\omega_1 t + \sin\omega_2 t), \tag{6.58}$$

$$x_2 = \frac{x_{01}}{2}(\sin\omega_1 t - \sin\omega_2 t). \tag{6.59}$$

Atlikę pakeitimą pagal žinomas trigonometrines formules, gausime, kad

$$x_1 = x_{01}\sin\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t\cdot\cos\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t, \tag{6.60}$$

$$x_2 = x_{02}\cos\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t\cdot\sin\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t. \tag{6.61}$$

Matome, kad $x_1(t)$ ir $x_2(t)$ yra harmoninės $\frac{\omega_1+\omega_2}{2}$ dažnio funkcijos, kurių amplitudės moduliuotos $\frac{1}{2}(\omega_2-\omega_1)$ cikliniu dažniu. Toks svyravimo amplitudžių kitimas vadinamas mušimais, o $\omega_{12}=\omega_2-\omega_1$ – mušimų cikliniu dažniu. Šių funkcijų grafikai vaizduojami 64 pav. Mušimų dažnis

$$\upsilon_{12} = \frac{\omega_{12}}{2\pi} = \upsilon_2 - \upsilon_1, \tag{6.62}$$

o periodas

$$T_{12} = \frac{1}{\upsilon_2 - \upsilon_1}. \tag{6.63}$$

Eksperimentas. Matuojame spyruoklių standumo koeficientus k_{12} ir k. Ryšio spyruoklę su specialia lėkštele pakabiname greta skalės S. Padėję m_1 masės svarelį ant lėkštelės, išmatuojame pailgėjimą $x - x_0$. Gauname, kad ryšio spyruoklės standumo koeficientas

$$k_{12} = \frac{m_1 g}{x - x_0}. \tag{6.64}$$

Pagrindinių spyruoklių standumus šmatuojame padėję simetriškai ant pasvarų P du vienodus svarelius.

Išmatuojame svyruoklių savituosius dažnius ν_0 ir įsitikiname, ar jie matavimų tikslumo ribose yra vienodi. Po to matuojame sistemos sinfazinių svyravimų dažnį υ_1 ir patikriname lygybę . Sinfaziniams svyravimams sukelti naudojamos lentynėlės l, pritvirtintos prie vertikalaus strypo, kurio aukštį galima keisti. Padedame lentynėles po pasvarais prie pat jų pagrindų. Pakėlę strypą aukščiau, fiksuojame jį laikiklyje varžtu ν_1. Atsukus šį varžtą, lentynėlės su strypu krinta žemyn ir prasideda sinfaziniai svyravimai.

Antifazinius svyravimus sukeliame pastumdami pasvarus P vienodai į priešingas puses. Išmatuojame šių svyravimų dažnį ν_2. Panaudoję išmatuotas ν_1 ir ν_2 vertes, randame ν_{12} ir T_{12}.

Svyravimų mušimus sukeliame pastumdami vieną pasvarą žemyn. Išmatuojame mušimų dažnį ν_{12} ir periodą T_{12}. Palyginame mušimų periodų T_{12} verčių, gautų trimis būdais, tikslumus.

6.7. SURIŠTŲJŲ SVYRUOKLIŲ SUKAMŲJŲ SVYRAVIMŲ TYRIMAS

Užduotis. 1. Išmatuoti svyruoklių sistemos savituosius dažnius ir mušimų dažnį. 2. Rasti sistemos savitųjų dažnių santykį, panaudojant jos techninius parametrus.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Harmoniniai svyravimai. 2. Surištųjų sukamųjų svyruoklių dinamikos lygtys ir jų sprendiniai. 3. Svyravimų mušimų priežastis.

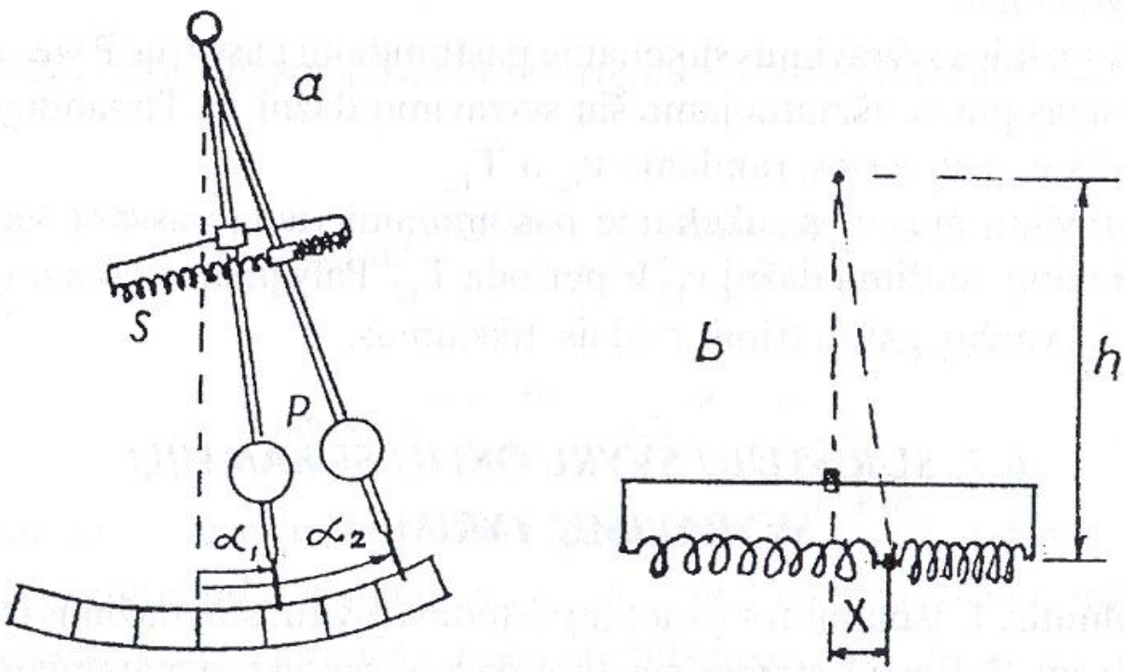
Tyrimo metodika ir aparatūra. Surištųjų sukamųjų svyruoklių sistemos laisvųjų svyravimų tyrimo schema vaizduojama 65 pav. Sukamąsias svyruokles sudaro apvalūs strypeliai su užmautais pasvarais P, galintys svyruoti apie gulsčią ašį. Jie sujungti dviem vienodomis ryšio svyruoklėmis S. Prie vieno strypelio pritvirtintas spyruoklių laikiklis, o prie kito – laisvieji spyruoklių galai. Pusiausvyros padėtyje spyruoklės vienodai įtemptos, o strypeliai vertikalūs. Pasvarai tvirtinami vienodais atstumais nuo svyravimų ašies.

Išnagrinėsime surištųjų svyruoklių laisvuosius sukamuosius svyravimus. Svyruoklės inercijos momentą pažymėkime I, sunkio jėgos sąlygojamą kreipiamąjį momentą – D, o ryšio spyruoklės kreipiamąjį momentą – D_{12}. Pagal pagrindinį sukamojo judėjimo dinamikos dėsnį,

$$I\frac{d^2\alpha_1}{dt^2} = -D\alpha_1 - D_{12}(\alpha_1 - \alpha_2), \tag{6.65}$$

$$I\frac{d^2\alpha_2}{dt^2} = -D\alpha_2 + D_{12}(\alpha_1 - \alpha_2); \tag{6.66}$$

čia $D\alpha_1$ ir $D\alpha_2$ – sunkio jėgų momentai, o $D_{12}(\alpha_1 - \alpha_2)$ – ryšio spyruoklių tamprumo jėgos momentas.



65 pav. **Surištųjų svyruoklių sukamųjų svyravimų tyrimo schema**

Atlikę analogiškus šių lygčių pertvarkymus kaip ir išilginių svyravimų atveju, gausime:

$$\frac{d^2(\alpha_1 + \alpha_2)}{dt^2} = -\frac{D}{I}(\alpha_1 + \alpha_2), \tag{6.67}$$

$$\frac{d^2(\alpha_1 - \alpha_2)}{dt^2} = -\frac{D + 2D_{12}}{I}(\alpha_1 - \alpha_2). \tag{6.68}$$

Tokių lygčių sprendiniai mums jau žinomi:

$$\alpha_1 + \alpha_2 = (\alpha_{01} + \alpha_{02})\sin\omega_1 t, \tag{6.69}$$

$$\alpha_1 - \alpha_2 = (\alpha_{01} - \alpha_{02})\sin\omega_2 t. \tag{6.70}$$

Įrašę šias funkcijas į (6.67) ir (6.68) lygtis, gausime sistemos savitųjų dažnių $\nu_1 = \frac{\omega_1}{2\pi}$ ir $\nu_2 = \frac{\omega_2}{2\pi}$ išraiškas:

$$\nu_1 = \nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{I}}, \tag{6.71}$$

$$\nu_2 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D + 2D_{12}}{I}}. \tag{6.72}$$

Šių dažnių santykis

$$\frac{\nu_2}{\nu_1} = \sqrt{1 + \frac{2D_{12}}{D}}. \tag{6.73}$$

Ryšio spyruoklių tamprumo jėga $F_{12} = 2k_{12}x$ (65 pav. b), o jos momentas $\mu_{12} = 2k_{12}xh$. Pažymėję kampą tarp strypelių α_{12}, o spyruoklių deformaciją x, užrašysime $x = \alpha_{12}h$ ir $\mu_{12} = 2k_{12}h^2\alpha_{12}$. Taigi ryšio spyruoklių kreipiamasis momentas

$$D_{12} = 2k_{12}h^2. \tag{6.74}$$

Kreipiamąjį momentą D lemia strypelio ir pasvaro sunkio jėgos. Strypelio sunkio jėgos momentas $\mu_l = m_l g \, {}^{l}\!/_{2} \sin\alpha$, o pasvaro – $\mu_p = m_p g l_p \sin\alpha$; čia m_l – strypelio masė, l – ilgis, α – jo nuokrypio nuo vertikalės kampas, m_g – pasvaro masė, l_p – jo masės centro atstumas iki svyravimų ašies. Esant nedidelei svyravimų amplitudei, $\sin\alpha \approx \alpha(rad)$. Tokiu atveju strypelio kreipiamasis momentas $D_l = \frac{1}{2}m_l g l$, o pasvaro – $m_p g l_p$. Taigi svyruoklės sunkio jėgos kreipiamasis momentas

$$D = \left(\frac{1}{2}m_l l + m_p l_p\right)g. \tag{6.75}$$

Įrašę (6.74) ir (6.75) išraiškas į (6.73), gausime

$$\frac{\nu_2}{\nu_1} = \sqrt{1 + \frac{8k_{12}h^2}{(m_l l + 2m_p l_p)g}}. \tag{6.76}$$

Eksperimentas. Išmatuojame ryšio spyruoklių standumo koeficientus k_{12} 6.6 paragrafe aprašytu būdu. Jeigu jie nėra visiškai vienodi, randame jų aritmetinį vidurkį. Pritvirtiname ryšio spyruokles su laikikliu ir pasvarus P pasirinktais atstumais nuo svyravimų ašies. Leidžiame svyruoklėms svyruoti sinfaziškai ir išmatuojame savitąjį dažnį ν_1. Po to pastumiame svyruokles priešingomis kryptimis ir sukeliame antifazinius svyravimus. Išmatuojame savitąjį dažnį ν_2. Suteikę impulsą vienai svyruoklei, stebime mušimus. Išmatuojame jų dažnį ν_{12}. Bandymus kartojame, o matavimo rezultatus rašome į lentelę.

t_1	n_1	ν_1	t_2	n_2	ν_2	t_{12}	n_{12}	ν_{12}

Apskaičiuojame savitųjų dažnių santykį pagal (6.76) formulę bei pasinaudodami išmatuotomis ν_1 ir ν_2 vertėmis.

Paklaidų įvertinimo ypatumai. Dažnių santykio, randamo pagal (6.76) formulę, tikslumą lemia spyruoklių standumo koeficiento k_{12} paklaida. Jos formulę išvedame diferencijuodami (6.76) funkciją pagal k_{12}. Savitojo dažnio paklaidą randame naudodami atitinkamo svyravimo trukmės santykinę paklaidą.

6.8. SLOPINAMIEJI SVYRAVIMAI

Svyruoklės laisvųjų svyravimų amplitudė visada mažėja, nes negalima išvengti slopinimo jėgų. Jos svyravimų energija pamažu perduodama aplinkai.

Išnagrinėsime kūno, kurį galima laikyti materialiuoju tašku, svyravimus, kai jį veikia kvazielastinė jėga $\vec{F} = -k\vec{x}$ ir proporcinga judėjimo greičiui pasipriešinimo jėga $\vec{F}_r = -r\vec{v}_k$; čia r – pasipriešinimo koeficientas.

Maždaug šitokia situacija susidarys svyruojant tarp dviejų lengvų spyruoklių rutuliukui, užmautam ant plono strypelio S, ištepto skystu tepalu (66 pav.). Rutuliuko masę pažymėsime m. Pagal antrąjį Niutono dėsnį,

$$-kx - r\frac{dx}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2}. \qquad (6.77)$$

Padaliję abi lygybės puses iš m, užrašysime

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0\,. \tag{6.78}$$

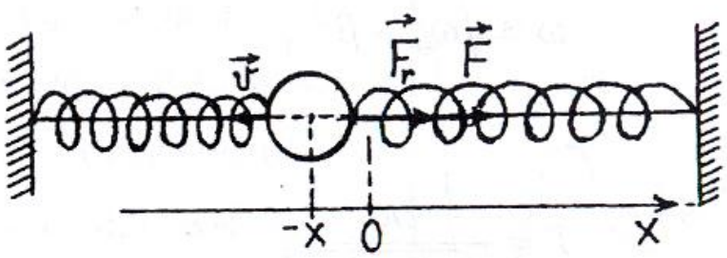
Šioje lygtyje $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ – savitasis dažnis, o $\beta = \frac{r}{2m}$ – slopinimo koeficientas. Jos sprendinys turi būti toks, kad r = 0 atveju jis būtų harmoninė funkcija. Kadangi veikiant slopinimo jėgoms svyravimo amplitudė mažėja, tai $x_0 = x_0(t)$. Atsižvelgdami į tai užrašysime, kad

$$x = x_0(t)e^{i(\omega t+\varphi_0)}; \tag{6.79}$$

čia φ_0 – pradinė fazė. Funkciją $x_0(t)$ reikia rasti. Įrašysime šį sprendinį į (6.78) lygtį ir atlikę diferencijavimą padalinsime ją iš $e^{i(\omega t+\varphi_0)}$. Gausime tokią lygtį:

$$\frac{d^2x_0(t)}{dt^2} + 2\beta\frac{dx_0(t)}{dt} + \left(\omega_0^2 - \omega^2\right)x_0(t) +$$

$$+ i2\omega\left(\frac{dx_0(t)}{dt} + \beta x_0(t)\right) = 0\,. \tag{6.80}$$



66 pav. **Slopinamųjų svyravimų prietaiso schema**

Ši lygtis galioja esant bet kokioms t vertėms tik tada, kai lygios nuliui atskirai realioji ir menamoji dalys. Prilyginę nuliui menamąją dalį, užrašysime

$$\frac{dx_0(t)}{x_0(t)} = -\beta dt\,. \tag{6.81}$$

Apskaičiuosime, kokia bus amplitudė praėjus laikui t, jeigu pradinė amplitudė (kai $t = 0$) yra x_0. Kadangi $\frac{dx_0(t)}{x_0(t)} = d\ln x_0(t)$, tai suintegravę (6.81) lygtį $[x_0, x_0(t)]$ ir $[0,t]$ ribose gausime, kad

$$\ln x_0(t) - \ln x_0 = -\beta t . \tag{6.82}$$

Matome, kad svyravimo amplitudės mažėjimą aprašo funkcija

$$x_0(t) = x_0 e^{-\beta t} . \tag{6.83}$$

Pagal (6.79) ir (6.83) momentinė poslinkio nuo pusiausvyros vertė

$$x = x_0 e^{i(\omega t + \varphi_0 + i\beta t)} . \tag{6.84}$$

Užrašius trigonometriniu pavidalu,

$$x = x_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0) . \tag{6.85}$$

Tokios funkcijos grafikas vaizduojamas 67 pav. Prilyginę realiąją (6.80) lygties dalį nuliui ir įrašę į ją (6.83), po nesudėtingų pertvarkymų gausime, kad ciklinis laisvųjų svyravimų dažnis

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} , \tag{6.86}$$

o periodas –

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} . \tag{6.87}$$

Svyravimai gali vykti tik tokiu atveju, kai $\omega_0^2 > \beta^2$, t. y. kai ω yra realusis skaičius. Kai $\omega_0^2 < \beta^2$, ω yra menamas. Tokiu atveju kūnas pamažu artėja prie pusiausvyros padėties. Jeigu slopinimas mažas, $\beta^2 << \omega_0^2$, $T \approx \frac{2\pi}{\omega_0} = T_0$.

6.9. SVYRAVIMŲ SLOPINIMO PARAMETRAI

Amplitudės mažėjimo spartą nusako slopinimo koeficientas β. Pagal (6.83) lygtį $x_0(t)=x_0e^{-1}$, jeigu $\beta=\frac{1}{t}$. Taigi **slopinimo koeficiento atvirkštinė vertė lygi svyravimų trukmei, per kurią amplitudė sumažėja e kartų.** Ši svyravimų trukmė $t=\tau=\frac{1}{\beta}$ vadinama relaksacijos trukme.

Gretimų amplitudžių santykis vadinamas slopinimo dekrementu. Kadangi laikas tarp dviejų gretimų svyravimų lygus svyravimo periodui, tai pagal (6.83)

$$\frac{x_0(t)}{x_0(t+T)}=e^{\beta T}. \qquad (6.88)$$

Slopinimo dekremento logaritmas vadinamas logaritminiu slopinimo dekrementu.

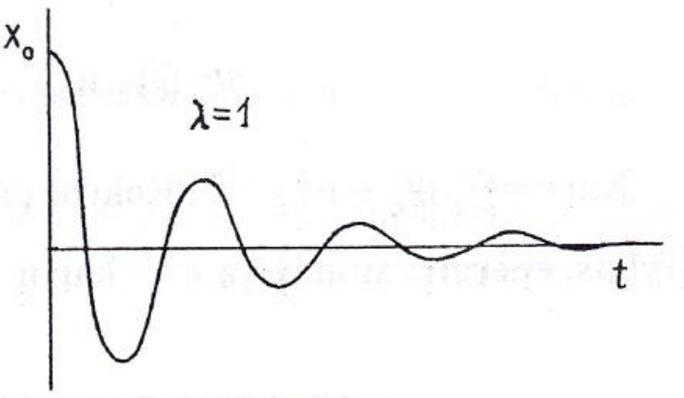
$$\lambda=\ln\frac{x_0(t)}{x_0(t+T)}. \qquad (6.89)$$

Pagal (6.89) ir (6.88)

$$\lambda=\beta T. \qquad (6.90)$$

Jeigu svyravimų trukmė sudaro sveiką periodų skaičių n ($t=nT$), tai (6.83) išraiškoje pažymėję $x_0(t)=x_n$ užrašysime

$$\frac{x_0}{x_n}=e^{\beta nT}. \qquad (6.91)$$



67 pav. **Slopinamųjų svyravimų grafikas**

Iš (6.90) ir (6.91) gausime

$$\frac{x_0}{x_n}=e^{n\lambda}. \qquad (6.92)$$

Matome, kad **logaritminio slopinimo dekremento atvirkštinė vertė lygi skaičiui svyravimų, kurių metu amplitudė sumažėja e kartų.**

Kai $n=\frac{1}{\lambda}$, $x_n = x_0 e^{-1}$.

Išlogaritmavę (6.92) išraišką, gausime

$$\lambda = \frac{1}{n}\ln\frac{x_0}{x_n}. \tag{6.93}$$

Tampriųjų svyravimų energiją nusako kvazielastinių jėgų darbas. Svyravimo potencinė energija

$$W_0(t) = \frac{kx_0(t)^2}{2}. \tag{6.94}$$

Atsižvelgę į (6.92), užrašysime

$$W_n(t) = W_0 e^{-2n\lambda}. \tag{6.95}$$

Svyravimų energijos mažėjimo spartai apibūdinti naudojamas dydis, vadinamas sistemos kokybe –

$$Q = \frac{\pi}{\lambda}. \tag{6.96}$$

Įrašę tai į (6.95) išraišką, gausime

$$W_n(t) = W_0 e^{-2\pi\frac{n}{Q}}. \tag{6.97}$$

Kai $n=Q$, $W_n = W_0 e^{-2\pi}$. **Kokybė parodo, kokiam svyravimų skaičiui įvykus, energija sumažėja $e^{2\pi}$ kartų.**

6.10. PRIVERSTINIAI SVYRAVIMAI

Svyravimai, kurie vyksta veikiant periodinei jėgai, vadinami priverstiniais. Išnagrinėsime svyravimus, sukeliamus harmoningai kintančios jėgos, kurios amplitudė F_0, o ciklinis dažnis ω.

$$F = F_0 e^{i\omega t}. \tag{6.98}$$

Apsiribosime mažų greičių ir amplitudžių atveju, kai kūną veikia kvazielastinė jėga $k\vec{x}$ ir trinties jėga $r\frac{\vec{dx}}{dt}$. Pagal antrąjį Niutono dėsnį,

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - r\frac{dx}{dt} + F_0 e^{i\omega t}. \qquad (6.99)$$

Padaliję abi lygybės puses iš m ir panaudoję ankstesnius žymėjimus, užrašysime

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}e^{i\omega t}. \qquad (6.100)$$

Aišku, kad tokios lygties sprendinys gali būti tik harmoninė funkcija, kintanti priverstinės jėgos dažniu. Todėl nusistovėjusius svyravimus aprašysime harmonine funkcija

$$x = x_0 e^{i(\omega t-\varphi)}; \qquad (6.101)$$

čia φ – fazių skirtumas tarp priverstinės jėgos ir svyruoklės svyravimų, kuris, kaip ir x_0, priklauso nuo priverstinės jėgos dažnio. Įrašę (6.101) į (6.100) lygtį ir padaliję ją iš daugiklio $e^{i(\omega t-\varphi)}$, gausime

$$x_0\left[\left(\omega_0^2 - \omega^2\right) + i2\beta\omega\right] = \frac{F_0}{m}e^{i\varphi}. \qquad (6.102)$$

Lygybė, galiojanti kompleksiniams skaičiams, galioja ir jų moduliams. Kairiosios pusės modulis $x_0\left[\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\beta^2\omega^2\right]^{\frac{1}{2}}$, o dešiniosios – $\frac{F_0}{m}$, todėl

$$x_0 = \frac{F_0}{m\left[\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\beta^2\omega^2\right]^{\frac{1}{2}}}. \qquad (6.103)$$

Esant tam tikram dažniui $\omega = \omega_r$, svyravimo amplitudė didžiausia. Tokiu atveju (6.103) lygties pošaknio reiškinio reikšmė yra mažiausia, o išvestinė pagal dažnį ω lygi nuliui. Atsižvelgę į tai užrašysime

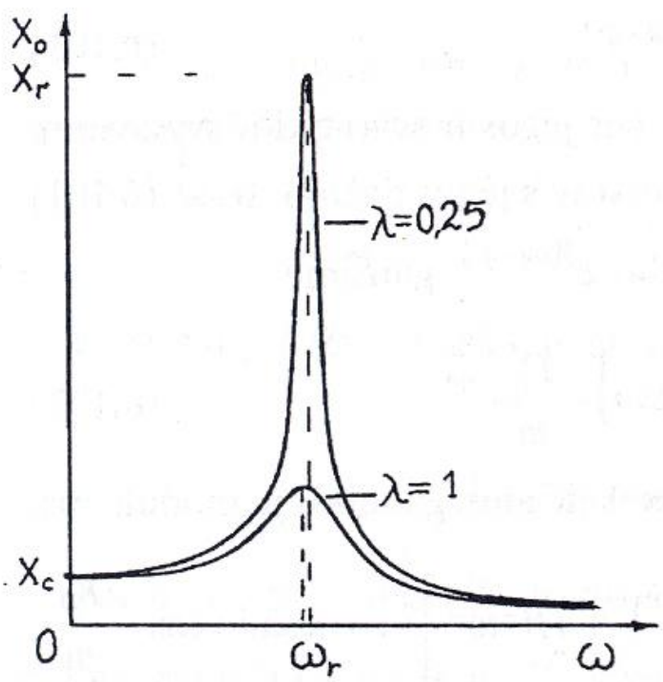
$$-4\left(\omega_0^2-\omega_r^2\right)\omega_r+8\beta^2\omega_r=0\,. \tag{6.104}$$

Taigi rezonansinis dažnis

$$\omega_r=\sqrt{\omega_0^2-2\beta^2}\,. \tag{6.105}$$

Kai slopinimas nedidelis, $\beta^2 << \varpi_0^2$, $\omega_r \approx \omega_0$. Kuo didesnis slopinimas, tuo rezonansinis dažnis mažesnis už savitąjį svyravimų dažnį. Svyravimų amplitudės padidėjimas esant tam tikram priverstinės jėgos dažniui vadinamas rezonansu. Kai $\omega=\omega_r$, rezonansinė svyravimo amplitudė

$$x_r=\frac{F_0}{2\beta m\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}}. \tag{6.106}$$



68 pav. **Svyravimų amplitudės priklausomybė nuo priverstinės jėgos dažnio**

Svyravimų amplitudės priklausomybė nuo priverstinės jėgos dažnio vaizduojama 68 pav. Kuo mažesnis slopinimo dekrementas, tuo aštresnė rezonansinė kreivė. Jeigu svyruoklę veikia pastovi jėga, lygi priverstinės jėgos amplitudei , tai pagal (6.103) nuokrypis nuo pusiausvyros padėties

$$x_c=\frac{F_0}{m\omega_0{}^2}\,. \tag{6.107}$$

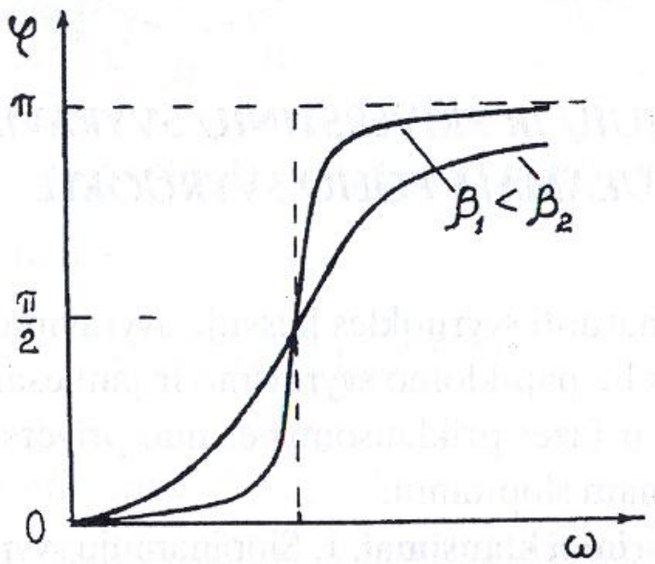
Rezonansinės amplitudės santykis su nuokrypiu nuo pusiausvyros padėties, veikiant priverstinės jėgos amplitudės dydžio F_0 pastoviai jėgai, vadinamas sistemos kokybe:

$$Q=\frac{x_r}{x_c}\,. \tag{6.108}$$

Įrašius (6.106) ir (6.107) išraiškas,

$$Q=\frac{\omega_0^2}{2\beta\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}}. \qquad (6.109)$$

Ši išraiška atitinka (6.96), nes $\omega_0=\frac{2\pi}{T_0}$, o $\beta T_0=\lambda$.



69 pav. **Fazių skirtumo priklausomybė nuo priverstinės jėgos dažnio**

Išnagrinėsime fazių skirtumo φ priklausomybę nuo priverstinės jėgos dažnio. Pertvarkykime (6.102) lygtį, užrašę jos fazinį daugiklį trigonometriniu pavidalu $e^{i\varphi}=\cos\varphi+i\sin\varphi$.

$$\frac{F}{m}(\cos\varphi+i\sin\varphi)=x_0\left(\omega_0^2-\omega^2+i2\beta\omega\right). \qquad (6.110)$$

Lygių kompleksinių skaičių menamųjų dalių santykiai su realiosiomis tarpusavyje lygūs, todėl

$$tg\varphi=\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2-\omega^2}. \qquad (6.111)$$

Dažniui kintant nuo nulio iki begalybės, fazių skirtumas tarp priverstinės jėgos ir svyruoklės svyravimų kinta nuo 0 iki π. Kai $\omega=\omega_0$, $\varphi=\frac{\pi}{2}$. Rezonanso atveju $\omega=\omega_r$, todėl pagal (6.105) ir (6.111)

$$tg\varphi_r = \frac{\omega_0^2 - 2\beta^2}{\beta}. \qquad (6.112)$$

Kai β artėja prie nulio $\left(\beta^2 << \varpi^2\right)$, φ_r artėja prie $\frac{\pi}{2}$. Fazių skirtumo φ priklausomybė nuo priverstinės jėgos dažnio vaizduojama 69 pav. Kuo silpnesnis slopinimas, tuo staigesnis fazių skirtumo kitimas artėjant prie rezonansinio dažnio.

6.11. SLOPINAMŲJŲ IR PRIVERSTINIŲ SVYRAVIMŲ TYRIMAS SUKAMAJA POLIO SVYRUOKLE

Užduotis. 1. Išmatuoti svyruoklės laisvųjų svyravimų periodą ir slopinimo parametrus be papildomo svyravimo ir jam esant. 2. Ištirti svyravimų amplitudės ir fazės priklausomybes nuo priverstinės jėgos dažnio, esant papildomam slopinimui.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Slopinamųjų svyravimų judėjimo lygties fizikinė prasmė. 2. Svyravimų slopinimo parametrai. 3. Priverstinių svyravimų amplitudės ir fazės priklausomybė nuo jėgos dažnio.

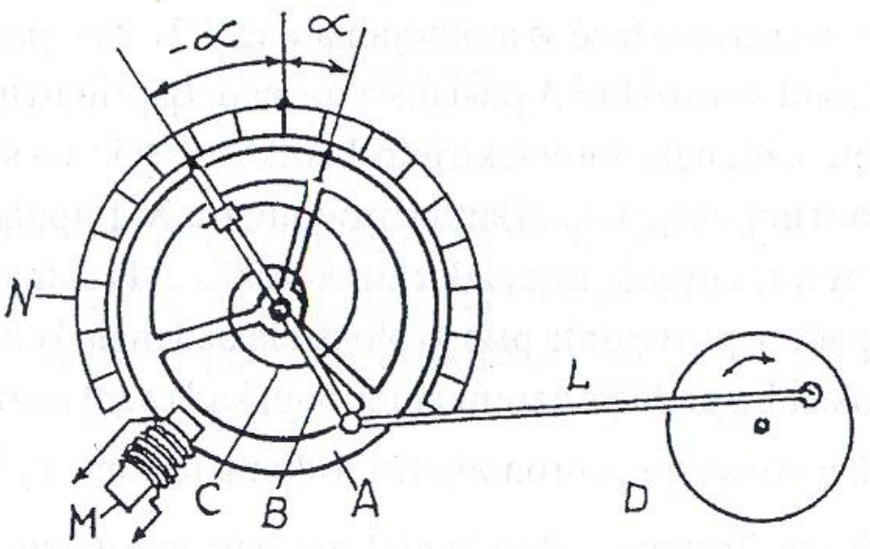
Tyrimo metodas ir aparatūra. Sukamosios Polio svyruoklės schema vaizduojama 70 pav. Ją sudaro ratas A su švaistikliu B, sujungti tarpusavyje spyruokle C, galintys suktis apie gulsčią ašį, einančią per tašką O. Švaistiklis sujungtas svirtele L su disku D, o šis per reduktorių – su elektros varikliu. Diskui besisukant, švaistiklio svyravimai perduodami per spyruoklę ratui A. Tokiu atveju ratą veikia harmoningai kintantis jėgos momentas

$$M = M_0 \sin\omega t. \qquad (6.113)$$

Be to, svyruoklę veikia tamprumo jėgos momentas $-D\alpha$ ir pasipriešinimo jėgos momentas $-r\frac{d\alpha}{dt}$. Tokios sistemos judėjimo lygtis

$$-D\alpha - r\frac{d\alpha}{dt} + M_0 \sin\omega t = J\frac{d^2\alpha}{dt^2}; \qquad (6.114)$$

čia J – rato A inercijos momentas. Rato posūkio kampas α kinta harmoningai priverstinės jėgos dažniu.



70 pav. **Sukamosios Polio svyruoklės principinė schema**

Šios lygties sprendinys –

$$\alpha = \left(1 - e^{-\beta t}\right)\alpha_0 e^{i(\omega t - \varphi)}. \tag{6.115}$$

Čia slopinimo koeficientas $\beta = \frac{r}{2J}$.

Didėjant svyravimų trukmei, antrasis narys skliaustuose artėja prie nulio, o svyravimo amplitudė – prie α_0. Tokiu atveju

$$\alpha = \alpha_0 e^{i(\omega t - \varphi)}. \tag{6.116}$$

Svyravimų amplitudės dažninė priklausomybė aprašoma analogiška (6.103) išraiška

$$\alpha_0 = \frac{M_0}{I\left[\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\beta^2\omega^2\right]^{1/2}}. \tag{6.117}$$

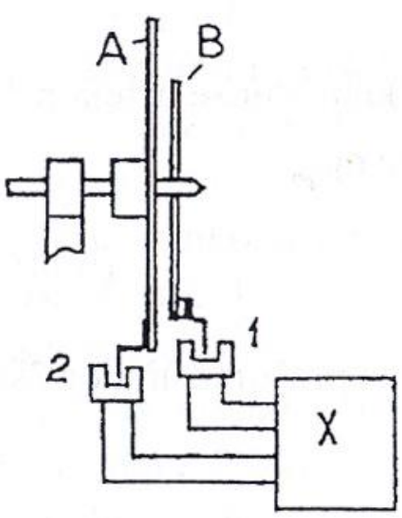
Čia savitasis ciklinis dažnis

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{J}}. \tag{6.118}$$

Papildomam svyravimų slopinimui skirtas elektromagnetas M, kurio magnetinis laukas statmenas rato plokštumai. Pageidaujamą slopinimą parenkame keisdami elektromagneto maitinimo srovės stiprį.

Svyruoklės svyravimų fazė φ matuojama pagal 71 pav. pavaizduotą schemą. Praeinant švaistikliui A pusiausvyros padėtį, pritvirtinta prie jo pailga plokštelė uždengia fotoelektrinio keitiklio 1 šviesos srautą. Tai sukuria elektrinį impulsą, paleidžiantį chronometrą X. Impulsą, sustabdantį chronometrą, sąlygoja fotoelektrinis keitiklis 2. Praeinant ratui B pusiausvyros padėtį, pritvirtinta prie jo plokštelė uždengia keitiklio šviesos srautą. Plokštelių padėtys parenkamos taip, kad esant dažniui, daug mažesniam už rezonansinį, chronometro rodoma trukmė τ_0 būtų kiek įmanoma mažesnė. Trukmė τ, atitinkanti fazių skirtumą φ, bus τ_0 dydžiu mažesnė už chronometro rodomą τ_i vertę, todėl $\tau = \tau_i - \tau_0$. Ieškomas fazių skirtumas

$$\varphi = 2\pi \frac{\tau}{T}. \qquad (6.119)$$



71 pav. **Fazių skirtumo matavimo principinė schema**

Eksperimentas. Iš pradžių atliekame matavimus nesant papildomo slopinimo. Išmatuojame laisvųjų svyravimų periodą T_0. Kadangi slopinimas silpnas, jį galima laikyti savituoju svyravimų periodu. Išmatavę logaritminį dekrementą λ, apskaičiuojame slopinimo koeficientą β ir kokybę Q. Esant silpnam slopinimui, patariama išmatuoti skaičių svyravimų, kuriems įvykus amplitudė sumažėja dvigubai. Tokiu atveju $\lambda = \frac{1}{n} ln 2$.

Įjungiame elektromagneto maitinimo srovę, sukurdami papildomą slopinimą. Išmatuojame svyravimų periodą ir slopinimo parametrus. Tiriame svyravimų amplitudės ir fazės priklausomybę nuo priverstinės jėgos dažnio. Priverstinės jėgos amplitudę galima keisti. Ji turi būti tokia, kad rezonanso atveju svyravimų amplitudė neviršytų skalės ribų. Pakeitę dažnį, amplitudę *a* ir svyravimų trukmę *t* matuojame tik nusistovėjus svyravimams. Matavimo duomenis rašome į lentelę.

n	t	ω	a	τ	φ

Fazių skirtumo φ dažninės priklausomybės tyrimų rezultatus palyginame su apskaičiuotais pagal (6.111) formulę. Amplitudės ir fazės dažninės priklausomybes pavaizdavę grafiškai, apskaičiuojame kokybę pagal (6.108) ir (6.109) formules.

7. TAMPRIOSIOS BANGOS

7.1. SKERSINĖS IR IŠILGINĖS BANGOS

Dalelių sistemoje impulsas perduodamas dėl jų sąveikos. Kietuosiuose kūnuose tarp atomų veikia elektromagnetinės sąveikos jėgos. Atomų tarpusavio atstumai atitinka minimalią potencinę sąveikos energiją. Šiems atstumams didėjant arba mažėjant, atsiranda jėga, nukreipta į pusiausvyros padėtį. Pirmu artutinumu šią jėgą galima laikyti kvazielastine, t. y. proporcinga poslinkiui pusiausvyros padėties atžvilgiu. Kaip jau žinome, veikiant tokioms jėgoms, galimi harmoningi svyravimai. Jie atsiras suteikus dalelei arba jų grupei impulsą, išvedantį jas iš pusiausvyros.

Aplinkoje sklindantys virpesiai vadinami bangomis. Jeigu svyravimai vyksta išilgai jų sklidimo krypties, bangos vadinamos **išilginėmis**, o jei statmenai – **skersinėmis**. Skersinėje bangoje dalelių poslinkiai atitinka šlyties deformaciją, o išilginėje – tempimo arba gniuždymo. Kadangi kietuosiuose kūnuose galimos abi deformacijų rūšys, tai juose gali sklisti tiek skersinės, tiek išilginės bangos. Dujose dalelių sąveika nedidelė, impulsas perduodamas tarpusavio smūgių metu, todėl jose galimos tik išilginės bangos. Sklindant išilginei bangai, vyksta dalelių sutankėjimai ir praretėjimai jos greičio vektoriaus kryptimi. Dalelių svyravimo momentiniai greičiai sklindant skersinei bangai vaizduojami 72 pav.

Suteikus dalelei tam tikrą impulsą, ji pradės judėti pusiausvyros padėties atžvilgiu. Dėl ryšio jėgų dalis jos energijos bus perduota gretimai dalelei, nuo jos dar kitai ir t. t. Tolstančios nuo pusiausvyros padėties

dalelės greitis mažėja. Esant tam tikram atstumui, ji sustoja. Tamprumo jėgų veikiama dalelė pradeda judėti atgal. Jos judesį atitinkamai vėluodamos kartoja gretimos dalelės. Jeigu energija periodiškai papildoma, sklinda negęstantys virpesiai.

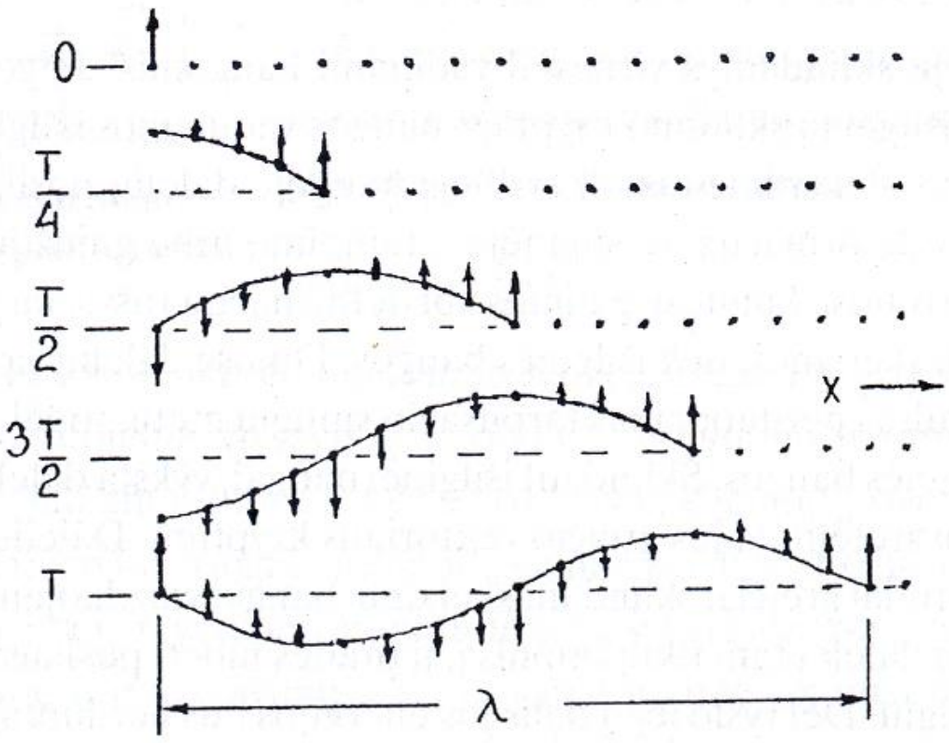
7.2. BANGŲ SKLIDIMAS TAMPRIOJOJE APLINKOJE

Išnagrinėsime svyravimų sklidimą ilgame strype, kurio viename gale sukelta periodinė deformacija

$$u = u_0 e^{i\omega t}. \tag{7.1}$$

Tokią deformaciją gausime priglaudę prie strypo galo pjezoelektriko kristalą, kuriame sudaromas kintamasis elektrinis laukas, sukeliantis jo periodinę deformaciją. Šios deformacijos nulemti strypo atomų sutankėjimai ir praretėjimai sklinda išilgai jo, sąveikaujant atomams. Šia kryptimi nukreipsime koordinačių ašį (73 pav.). Strypu sklinda tampriosios deformacijos. Išnagrinėkime jo mažos atkarpos dx judėjimą veikiant tamprumo jėgoms. Tarkime, tam tikru laiko momentu tokios atkarpos deformacija du. Pagal Huko dėsnį, tamprumo jėga

$$F = E\frac{du}{dx}\Delta S. \tag{7.2}$$



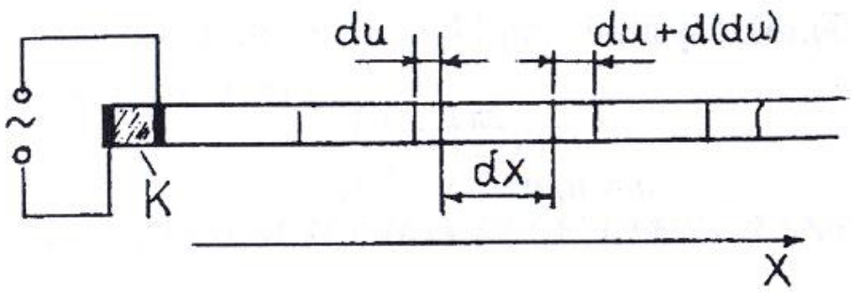
72 pav. **Dalelių judėjimas sklindant skersinei bangai**

Santykinė deformacija $\frac{du}{dx}$ priklauso nuo koordinatės x. Kai koordinatės pokytis mažas, jo ribose šią priklausomybę galima laikyti tiesine. Tokiu atveju gretimos atkarpos dx absoliučioji deformacija bus $du+d(du)$, o santykinė – $\frac{du}{dx}+d\left(\frac{du}{dx}\right)=\frac{du}{dx}+\frac{d^2u}{dx^2}dx$. Atitinkamo tamprumo jėga

$$F+dF=E\left(\frac{du}{dx}+\frac{d^2u}{dx^2}dx\right)\Delta S. \tag{7.3}$$

Taigi kiekvieną atkarpą dx veikia priešingų krypčių jėgos F ir $F+dF$, kurių atstojamoji

$$dF=E\frac{d^2u}{dx^2}dx\Delta S. \tag{7.4}$$



73 pav. **Išilginės bangos sukėlimo ir jos sklidimo schema**

Atkarpos masė $dm=\rho dx\Delta S$; ρ – strypo medžiagos tankis. Jėgos dF suteiktas pagreitis

$$\frac{d^2u}{dt^2}=\frac{dF}{\rho dx\Delta S}. \tag{7.5}$$

Įrašę dF išraišką į (7.5) lygtį, gausime

$$\frac{d^2u}{dx^2}=\frac{\rho}{E}\frac{d^2u}{dt^2}. \tag{7.6}$$

Ši lygtis aprašo neslopinamųjų virpesių sklidimą aplinkoje. Ji sieja deformacijos pagreitį su jos antrąja išvestine pagal koordinatę ir vadinama bangos lygtimi. Aišku, kad tokios lygties sprendinys gali būti tik harmoninė funkcija $e^{i\varphi}$, priklausanti nuo laiko ir koordinatės. Jos

argumento φ išraišką reikia rasti. Atstumas, kurį nusklinda banga per vieną periodą, vadinamas bangos ilgiu. Jeigu banga sklinda v greičiu, tai bangos ilgis

$$\lambda = vT. \tag{7.7}$$

Kadangi harmoninės funkcijos periodas 2π, bangos periodiškumą laike nusako santykis $\frac{t}{T}$, o pagal koordinatę – $\frac{x}{\lambda}$, tai fazinis kampas

$$\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T} \mp \frac{x}{\lambda}\right). \tag{7.8}$$

Taigi (7.6) lygtį tenkina funkcija

$$u = u_0 e^{i2\pi\left(\frac{t}{T} \mp \frac{x}{\lambda}\right)}. \tag{7.9}$$

Atsižvelgę į (7.7), užrašysime

$$u = u_0 e^{i\frac{2\pi}{T}\left(t \mp \frac{x}{v}\right)}. \tag{7.10}$$

Santykis

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \tag{7.11}$$

vadinamas bangos skaičiumi. Vektorius k, turintis absoliutų didumą $\frac{2\pi}{\lambda}$ ir bangos sklidimo kryptį, vadinamas bangos vektoriumi. Kadangi $\omega = \frac{2\pi}{T}$, tai iš (3.7) ir (3.11) lygčių gausime, kad

$$k = \frac{\omega}{v}. \tag{7.12}$$

Įrašę į (7.10) funkciją ω ir k dydžius, užrašysime

$$u = u_0 e^{i(\omega t \mp kx)}. \tag{7.13}$$

Šios funkcijos trigonometrine forma pasirinksime funkciją

$$u = u_0 \sin(\omega t \mp kx). \tag{7.14}$$

Įrašę (7.12) į (7.6) ir atlikę diferencijavimą, gausime

$$k^2 = \frac{\rho}{E}\omega^2. \tag{7.15}$$

Iš (7.12) ir (7.15) lygčių gausime sąryšį

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \tag{7.16}$$

Santykis $\frac{x}{v}$ parodo laiką, kuris praeina sklindant bangai iš atskaitos taško ($x = 0$) iki stebėjimo taško x. Atskaitos taške svyravimai aprašomi harmonine funkcija $u = u_0 e^{i\omega t}$. Sklindančios x kryptimi bangos fazė stebėjimo taške x atsiliks dydžiu $2\pi\frac{x}{\lambda}$ nuo svyravimų atskaitos taške fazės. Tokiu atveju bangos funkcijos fazinio kampo išraiškoje rašysime minuso ženklą – $(\omega t - kx)$. Jeigu banga sklinda į atskaitos tašką – x kryptimi, rašysime ženklą $(\omega t + kx)$.

7.3. PLOKŠČIOSIOS IR SFERINĖS BANGOS

Pagal (7.9) bangos fazė konkrečiu laiko momentu t priklauso tik nuo koordinatės x. Taigi plokštumoje, statmenoje bangos sklidimo krypčiai, svyravimų fazės yra vienodos. Tokiu atveju vienodų fazių paviršius yra plokštuma, o banga vadinama plokščiąja. Vienodų fazių paviršius taip pat vadinamas bangos frontu. Pagal bangos fronto apibrėžtį jis yra geometrinė vieta taškų, kuriuos pasiekia per pasirinktą laiką banga, sklisdama nuo virpesių šaltinio.

Jeigu virpesiai sklinda iš taškinio šaltinio vienodu greičiu visomis kryptimis, bangos frontas yra sfera. Tokia banga vadinama sferine. Jos amplitudė sklidimo kryptimi mažėja ir nesant energijos sugerties. Bangos energija proporcinga amplitudės kvadratui kaip ir tampriosios deformacijos energija. Jeigu šaltinio spinduliavimo galia pastovi, energijos kiekis, pereinantis jį gaubiančią sferą, taip pat pastovus. Tokiu atveju $u_c^2(r)4\pi r^2 = const$. Matome, kad $u_0(r) \sim \frac{1}{r}$. Jeigu prie pat šaltinio

virpesių amplitudė u_0, tai atstumu r bus $\frac{u_0}{r}$. Pagal (7.13) pakeitę x į r, užrašysime

$$u = \frac{u_0}{r} e^{i(\omega t - kr)}. \tag{7.17}$$

Ši formulė galioja tik tada, kai atstumas r daug didesnis už šaltinio matmenis, nes r artėjant prie nulio santykis $\frac{u_0}{r}$ artėja į begalybę.

7.4. BANGOS SKLIDIMO GREITIS DUJOSE

Greičio išraišką (7.16) nesunku pritaikyti dujinei aplinkai. Įsivaizduokime, kad banga sklinda dujų pripildytu vamzdžiu, kurio skerspjūvio plotas S. Išskirkime pakankamai mažą elementą dx, kuriame slėgio priklausomybės nuo koordinatės galima nepaisyti. Šio elemento tūris $V = Sdx$. Dalelėms praretėjant ir sutankėjant, atitinkamai kinta ir lokalinis slėgis. Slėgiui pakitus dydžiu dp, tos pačios masės dujų tūris pakis $dV = Sdu$; čia du – ilgio dx pokytis. Matome, kad santykinė deformacija $\frac{du}{dx} = \frac{dV}{V}$. Dujų slėgis pasireiškia kaip tamprumo jėga, tenkanti ploto vienetui, todėl pagal Huko dėsnį

$$dp = -E\frac{dV}{V}. \tag{7.18}$$

Minuso ženklas rodo, kad tūrio padidėjimą atitinka slėgio sumažėjimas. Iš (7.18)

$$E = -\frac{dp}{dV}V. \tag{7.19}$$

Sklindant bangai, slėgis kinta labai greitai, todėl šilumos apykaita su aplinka labai nedidelė. Esant tokioms sąlygoms, procesas yra adiabatinis, todėl galioja Puasono lygtis

$$pV^{\gamma} = const. \tag{7.20}$$

Diferencijuodami šią lygtį, gausime

$$dpV^{\gamma} + \gamma pV^{\gamma-1}dV = 0, \tag{7.21}$$

todėl

$$V\frac{dp}{dV}=-\gamma p. \tag{7.22}$$

Matome, kad dujų tamprumo modulis

$$E=-\gamma p. \tag{7.23}$$

Įrašę tai į (7.16), gausime, kad bangos greitis dujose

$$v=\sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}. \tag{7.24}$$

Pagal idealiųjų dujų būsenos lygtį tankis

$$\rho=\frac{p\mu}{RT}; \tag{7.25}$$

čia μ – molio masė, R – universalioji dujų konstanta, T – absoliučioji temperatūra. Taigi galutinai užrašysime

$$v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}. \tag{7.26}$$

Matome, kad kylant temperatūrai garso greitis dujose didėja proporcingai $\sqrt{T}$.

7.5. BANGŲ INTERFERENCIJA IR STOVINČIOSIOS BANGOS

Persiklojant bangoms, aplinkos dalelės dalyvauja atstojamajame judėjime taip, kad **kiekvienas jų poslinkis yra atskirų bangų sąlygojamų poslinkių vektorinė suma – superpozicija.** Jeigu fazių skirtumas tarp atskirų bangų sąlygojamų svyravimų priklauso nuo laiko, atstojamojo svyravimo amplitudė yra laiko funkcija.

Ypatingas bangų superpozicijos atvejis yra interferencija. Ji pasireiškia vykstant koherentinių bangų superpozicijai. Virpesiai vadinami koherentiniais, jeigu jų fazių skirtumas pastovus. Vykstant tokių bangų superpozicijai, atstojamųjų virpesių amplitudė įvairiuose erdvės taškuose skirtinga, tačiau nuo laiko nepriklauso.

Tarkime, bangos sklinda iš dviejų koherentiškų vienodų fazių šaltinių (S_1 ir S_2 74 pav.) ir pasiekia tašką A. Pagal (7.8) bangų šiame taške fazės bus tokios:

$$\varphi_1 = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right), \tag{7.27}$$

$$\varphi_2 = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}\right). \tag{7.28}$$

Jeigu $\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi n$ (n = 0, 1, 2, ...), sumuojami virpesiai bus vienodų krypčių, o atstojamoji amplitudė maksimali. Matome, kad tokiu atveju bangų kelių skirtumas

$$x_2 - x_1 = n\lambda = 2n\frac{\lambda}{2}. \tag{7.29}$$

Kai $\varphi_2 - \varphi_1 = (2n+1)\pi$, virpesiai priešingų krypčių, o atstojamoji amplitudė minimali. Bangų nueitų kelių skirtumas

$$x_2 - x_1 = (2n+1)\frac{\lambda}{2}. \tag{7.30}$$

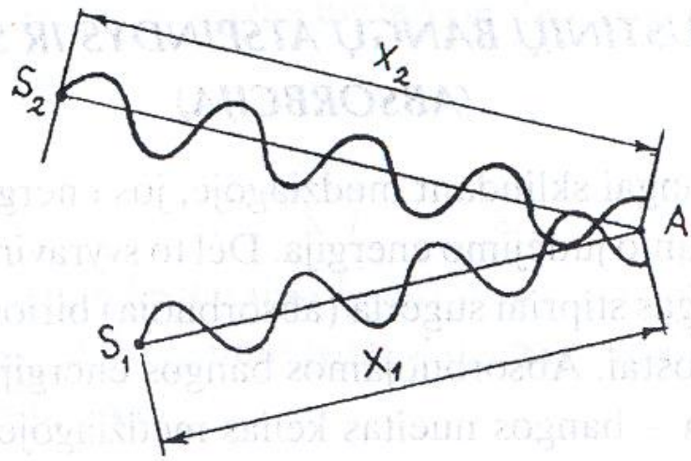
Persiklojančios koherentinės bangos viena kitą maksimaliai stiprina, kai jų nueitų kelių skirtumas lygus lyginiam pusbangių skaičiui, o silpnina – kai šis skirtumas sudaro nelyginį pusbangių skaičių.

Ypatingas bangų interferencijos atvejis – **stovinčiosios bangos. Jos susidaro sąveikaujant priešingų krypčių ir vienodų amplitudžių koherentinėms bangoms.** Pagal (7.14) tokios bangos aprašomos funkcijomis

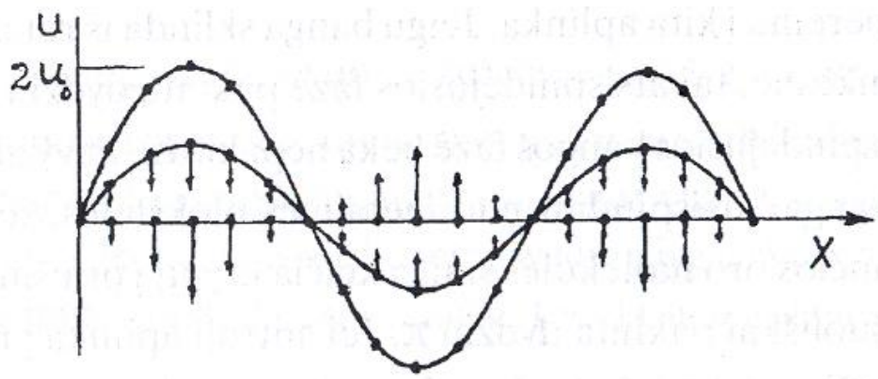
$$u_1 = u_0 \sin(\omega t - kx), \tag{7.31}$$

$$u_2 = u_0 \sin(\omega t + kx). \tag{7.32}$$

Medžiagos dalelių atstojamasis poslinkis $u = u_1 + u_2$. Sudėję (7.31) ir (7.32) ir atlikę pertvarkymą pagal trigonometrijos formulę $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$, gausime



74 pav. **Bangų interferencijos schema**



75 pav. **Dalelių judėjimas stovinčiosios bangos atveju**

$$u = 2u_0 \cos kx \cdot \sin \omega t \,. \tag{7.33}$$

Matome, kad virpesių amplitudė yra koordinatės x funkcija

$$A = 2u_0 \cos kx \,. \tag{7.34}$$

Didžiausia svyravimo amplitudė $A = 2u_0$ bus taškuose, kuriuose $\cos kx = 1$, t. y. kai $kx = n\pi$. Iš čia gauname, kad $x = n\dfrac{\lambda}{2}$. Tokie taškai, kuriuose virpesių amplitudė didžiausia, vadinami pūpsniais. Kai $kx = (2n+1)\dfrac{\pi}{2}$, $A = 0$. Stovinčiosios bangos taškai, kuriuose virpesių nėra, vadinami mazgais. Matome, kad jų koordinates nusako formulė $x = \dfrac{\lambda}{4}(2n+1)$.

Dalelių judėjimas susidarius stovinčiajai bangai vaizduojamas 75 pav. Būdinga, kad dalelės vienu metu praeina pusiausvyros padėtį, turėdamos skirtingus greičius.

7.6. AKUSTINIŲ BANGŲ ATSPINDYS IR SUGERTIS (ABSORBCIJA)

Akustinei bangai sklindant medžiagoje, jos energija pamažu virsta molekulių šiluminio judėjimo energija. Dėl to svyravimų amplitudė mažėja. Garso bangas stipriai sugeria (absorbuoja) birios medžiagos, įvairūs siūliniai pluoštai. Absorbuojamos bangos energija mažėja proporcingai e^{-Kx}; čia x – bangos nueitas kelias medžiagoje, o K – sugerties koeficientas.

Sutikusi dviejų skirtingų aplinkų ribą, banga iš dalies atsispindi nuo jos, iš dalies pereina į kitą aplinką. Jeigu banga sklinda iš retesnės aplinkos į daug tankesnę, tai atsispindėjusios fazė pakinta dydžiu π. Priešingu atveju atsispindėjusios bangos fazė lieka nepakitusi. Pavyzdžiui, sklindančiai ore bangai atsispindint nuo metalinės plokštelės, susidūrusios su ja svyruojančios oro molekulės staiga keičia kryptį į priešingą. Dėl to, bangos fazė šuoliškai pakinta dydžiu π. Jei antroji aplinka yra daug retesnė, ji praktiškai netrukdo tankesnės medžiagos dalelių svyravimams ir atsispindėjusios bangos fazė išlieka nepakitusi. Kai aplinkų tankiai ir tamprumai skiriasi nedaug arba riba tarp jų nėra griežta, fazės pokytis gali būti įvairus, t. y. tarp 0 ir π.

7.7. GARSO BANGOS

Garso bangomis vadinamos tokios akustinės bangos, kurių dažniai yra 16–20 000 Hz intervale. Mažesnio negu 16 Hz dažnio bangos vadinamos infragarsinėmis, o didesnio negu 20 kHz – ultragarsinėmis. Ypač didelio dažnio, viršijančio 1 MHz, bangos vadinamos hipergarsinėmis.

Žmogus girdi tik garsinių dažnių bangas. Oro slėgio kitimai virpina ausies būgnelį, kurio virpesiai perduodami į vidinį klausos aparatą, o iš ten nerviniais signalais – į centrinę nervų sistemą. Egzistuoja vadinamasis girdimumo slenkstis – minimalus intensyvumas garso, kurį dar junta žmogaus ausis. Girdimumo slenkstis priklausomai nuo bangos dažnio kinta nuo $10^{-16}\,\frac{W}{m^2}$ iki $10^{-20}\,\frac{W}{m^2}$. Žemutinė riba atitinka 3 kHz dažnį. Garso intensyvumas rodo, kokia galia tenka ploto, statmeno bangos

sklidimo krypčiai, vienetui. Jeigu į plotą S per laiką t pateko energija W, tai bangos intensyvumas

$$I = \frac{W}{S \cdot t}. \tag{7.35}$$

Garso intensyvumo dešimtainis logaritmas vadinamas intensyvumo lygiu. Dviejų bangų intensyvumo lygių skirtumas lygus jų intensyvumų logaritmų skirtumui, todėl

$$L_I = \lg \frac{I_2}{I_1}; \tag{7.36}$$

čia I_1 ir I_2 – bangų intensyvumai. Intensyvumo lygių skirtumo vienetas belas – skirtumas lygių tokių intensyvumų, kurių santykis lygus dešimčiai. Tokių intensyvumų santykio logarimtas lygus vienetui. Dešimtoji belo dalis vadinama decibelu. Išreiškę intensyvumo lygių skirtumą decibelais, gausime dešimteriopai didesnį skaičių, todėl tokiu atveju vietoje (7.36) užrašysime

$$L_I = 10 \lg \frac{I_2}{I_1}. \tag{7.37}$$

Sklindant bangai, medžiagoje vyksta periodiniai slėgio kitimai, vadinami garso slėgiu. Jo dydį nusako slėgio kitimo amplitudė, kadangi bangos intensyvumas proporcingas jos slėgio amplitudės kvadratui. Taigi garsinio slėgio lygių skirtumas decibelais

$$L_p = 20 \lg \frac{P_2}{P_1}. \tag{7.38}$$

Dažniausiai garsinio slėgio lygis atskaitomas atžvilgiu girdimumo slenksčio, atitinkančio $2 \cdot 10^{-5} \frac{N}{m^2}$ slėgį.

Garsas dažniausiai yra įvairių dažnių bangų superpozicija. Jį įprasta charakterizuoti atsižvelgiant į jo subjektyvų poveikį – tembrą, aukštį ir stiprumą. Garso tembrą nusako jo spektrinė sudėtis, t. y. jį sudarančių bangų dažniai ir intensyvumai. Didėjant garso dažniui ir intensyvumui, atitinkamai didėja jo aukštis ir stiprumas.

7.8. STRYPO IŠILGINIŲ VIRPESIŲ PRIKLAUSOMYBĖS NUO ŽADINIMO DAŽNIO TYRIMAS

Užduotis. 1. Ištirti strypo išilginių virpesių amplitudės priklausomybę nuo žadinančios jėgos dažnio. 2. Rasti virpesių sklidimo greitį ir tamprumo modulį.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Tampriosios bangos lygties ir jos sprendinio fizikinė prasmė. 2. Dalelių greičių pasiskirstymas sklindančios ir stovinčiosios bangų atvejais. 3. Sferinės ir plokščiosios bangos. 4. Tampriosios bangos sklidimo greitis. 5. Bangos fazės pokytis jos atspindžio metu. 6. Akustinis rezonansas.

Tyrimo metodika ir aparatūra. Strypo virpesius galima sukelti panaudojus kai kurių medžiagų savybę deformuotis veikiant elektriniam arba magnetiniam laukui, t. y. elektrostrikciją arba magnetostrikciją. Tarkime, priglaudę vibratorių prie l ilgio strypo galo, sukėlėme pageidaujamo dažnio harmonines deformacijas. Taip atsiradusi tamprioji banga sklis išilgai strypo, atsispindės nuo jo galo, grįš, vėl atsispindės ir t. t. Atspindžio metu bangos fazė nepakis, nes strypas ribojasi su daug retesne aplinka. Oras praktiškai netrukdo strypo virpesiams. Tokiu atveju grįžusios bangos fazė skirsis nuo vibratoriaus fazės dydžiu

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{2l}{\lambda}. \qquad (7.39)$$

Keičiant vibratoriaus dažnį, o kartu ir bangos ilgį, galima pasiekti, kad šis fazių skirtumas būtų lygus sveikajam 2π skaičiui, t. y. $\Delta\varphi = 2\pi n$ (n = 1, 2, 3, ...). Įrašę tai į (7.39) lygtį ir pažymėję skaičių n, atitinkantį bangos ilgį $\lambda = \lambda_n$, gausime

$$l = n\frac{\lambda_n}{2}. \qquad (7.40)$$

Galiojant šiai sąlygai, virpesių amplitudė smarkiai padidėja. Strype susidaro stovinčioji banga, nes interferuoja vienodos priešingų krypčių bangos. Toks reiškinys vadinamas akustiniu rezonansu. Rezonansinis dažnis $\nu_n = \frac{v}{\lambda_n}$. Pagal (7.40)

$$\nu_n = \frac{v}{2l} n . \qquad (7.41)$$

Pirmasis rezonansinis dažnis $\nu_1 = \frac{v}{2l}$ vadinamas pagrindiniu savituoju dažniu. Šiuo atveju strypo ilgyje telpa viena pusbangė. Jo galuose susidaro bangų pūpsniai, nes čia pagal atspindžio sąlygas jų fazės visada vienodos. Virpesių amplitudės pasiskirstymai esant įvairiems rezonansiniams dažniams vaizduojami 76 pav.

Gretimų rezonansinių dažnių skirtumas lygus pagrindiniam savajam dažniui

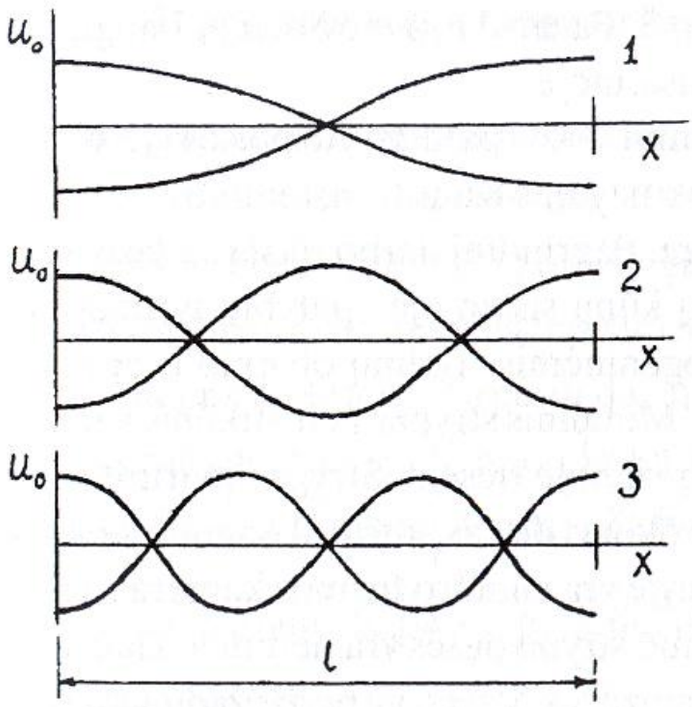
$$\nu_{n+1} - \nu_n = \frac{v}{2l} . \qquad (7.42)$$

Išmatavę gretimus rezonansinius dažnius, rasime bangos sklidimo greitį

$$v = 2l(\nu_{n+1} - \nu_n) . \qquad (7.43)$$

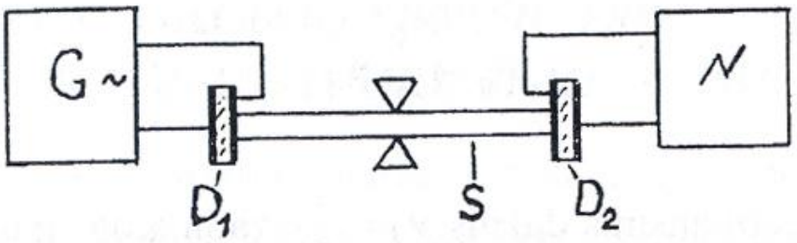
Žinodami medžiagos tankį ρ ir pasinaudoję sąryšiu (7.16), rasime tamprumo modulį pagal formulę

$$E = \rho v^2 . \qquad (7.44)$$



76 pav. **Strypo virpesių amplitudės pasiskirstymai akustinio rezonanso atvejais: 1 – n = 1; 2 – n = 2; 3 – n = 3**

Principinė tyrimo aparatūros schema vaizduojama 77 pav. Kintama sinusoidinė įtampa siunčiama iš generatoriaus G į pjezoelektriko plokštelę D_1, priglaustą prie galo tiriamojo strypelio, įtvirtinto ties viduriu, ir sukelia jo virpesius. Pjezoelektriko plokštelėje D_2 strypelio virpesiai sukuria kintamąją įtampą, kuri registruojama osciloskopu. Didėjant strypo virpesių amplitudei, kristalo generuojamos įtampos amplitudė proporcingai didėja.



77 pav. **Strypo išilginių virpesių priklausomybės nuo žadinimo dažnio tyrimo aparatūros schema**

Eksperimentas. Didindami generatoriaus įtampos dažnį, oscilografu matuojame strypo virpesių amplitudę. Ypač kruopščiai tiriame amplitudės maksimumų taškus. Amplitudę išreiškiame milivoltais, padauginę spindulio nuokrypį vertikalia kryptimi iš oscilografo įtampinio jautrio k_y, $\frac{mV}{cm}$. Pavaizdavę tyrimo rezultatus grafiškai, randame pirmąjį rezonansinį dažnį bei gretimų rezonansinių dažnių skirtumą ir apskaičiuojame garso sklidimo greitį bei tamprumo modulį.

7.9. STOVINČIŲJŲ BANGŲ KUNDTO SISTEMOJE TYRIMAS

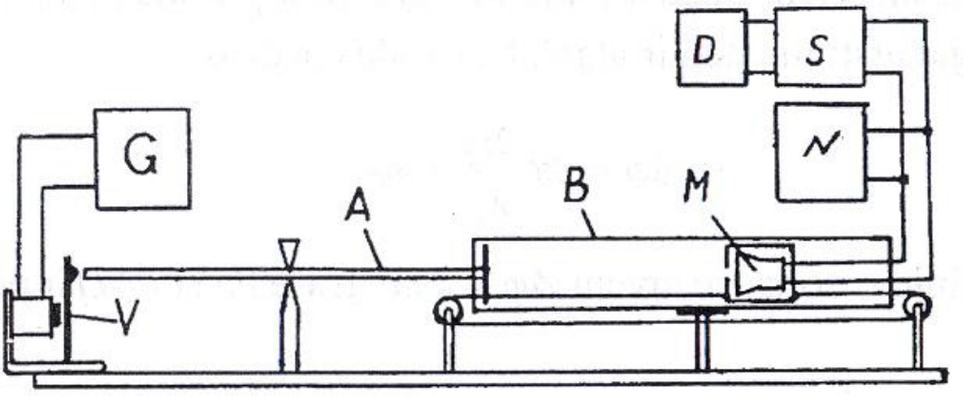
Užduotis. 1. Išmatuoti metalinio strypo pagrindinį savitąjį virpesių dažnį ir rasti garso sklidimo jame greitį. 2. Išmatuoti garso sklidimo ore greitį akustinio rezonanso būdu. 3. Pavaizduoti stovinčiųjų bangų amplitudės pasiskirstymą Kundto sistemoje.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1÷5 – pateikti 7.8 poskyryje. 6. Stovinčiųjų bangų amplitudės pasiskirstymas Kundto sistemoje.

Tyrimo metodika ir aparatūra. Pagrindinį darbo tikslą sudaro akustinio rezonanso skirtingų tankių kūnų sistemoje ypatybių tyrimas. Tokios sistemos vadinamos heterogeninėmis. Tyrimų objekto ir aparatūros schema vaizduojama 78 pav. Metalinis strypas A ir stiklinis vamzdis B įtvirtinti taip, kad jų ašys būtų vienoje tiesėje. Strypas įtvirtintas ties viduriu. Prie jo galo pritvirtintas plonas diskas, kurio skersmuo šiek tiek mažesnis negu vamzdžio. Vamzdyje yra cilindro formos kamera su mikrofonu M, kurios dugno centre nuo strypo pusės yra nedidelė kiaurymė. Kamerą galima paslinkti išilgai vamzdžio. Strypo virpesiai žadinami elektromagnetiniu vibratoriumi V, kurio plaktukėlis periodiškai smūgiuoja į jo galą. Vibratoriaus elektromagnetas maitinamas iš garsinio dažnio sinusinės įtampos generatoriaus.

Smogus vibratoriaus plaktukėliu, impulsas sklinda strypu iki jo galo, atsispindėjęs grįžta, vėl atsispindi ir t. t. Jeigu strypo ilgis l_1, o garso sklidimo greitis v_1, tai impulso sklidimo ten ir atgal trukmė $\tau_1 = \frac{2l_1}{v_1}$. Vibratoriaus dažnį galima parinkti tokį, kad jo virpesių periodas sudarytų sveikąjį τ_1 skaičių: $T = n\tau_1$. Tokiu atveju virpesių žadinimas bus efektyviausias. Smogiant į strypo galą, sukeliami įvairių dažnių virpesiai, tačiau daug didesnę amplitudę turi atitinkantieji pagrindinį savitąjį dažnį $\nu = \frac{v}{2l_1}$. Išmatavę šį dažnį, rasime bangos sklidimo strype greitį

$$v_1 = 2l_1\nu \,. \tag{7.45}$$



78 pav. **Stovinčiųjų bangų tyrimo Kundto sistemoje schema**

Tokiu atveju strype susidaro stovinčioji banga, kurios pūpsniai yra jo galuose, o mazgas – ties viduriu. Strypo galai virpa taip, kad jų momentiniai greičiai nukreipti į priešingas puses.

Mikrofonas oro virpesius transformuoja į elektrinius, kuriuos matome oscilografo ekrane. Virpesių dažnį išmatuojame oscilografu. Dydis, atvirkščias spindulio judėjimo x kryptimi greičiui, vadinamas skleistinės konstanta. Jos dimensija s/cm. Pažymėkime ją k_x. Jeigu skleidimo intervalas x, o jame telpa n_x periodų, tai vieno periodo trukmė $T = \frac{k_x x}{n_x}$, o virpesių dažnis

$$\nu = \frac{n_x}{k_x x}. \tag{7.46}$$

Siekiant tiksliau išmatuoti dažnį, naudojamas skaitmeninis dažniamatis D su stiprintuvu S.

Strypo virpesiai sukelia to paties dažnio bangas ore. Sklindančios vamzdžiu bangos amplitudė beveik nekinta. Atsispindėjusi nuo mikrofono dėklo, banga grįžta ir atsispindi nuo disko, pritvirtinto prie strypo galo. Šis procesas kartojasi, vyksta daugkartiniai atspindžiai. Keisdami mikrofono padėtį, keičiame ir oro stulpo ilgį l_2. Banga sklinda vamzdžiu nuo pritvirtinto prie strypo galo disko iki mikrofono kameros, atsispindėjusi nuo jos grįžta, atsispindi nuo disko ir t. t. Bangai atsispindint nuo kameros, fazė pakinta dydžiu π, prarandama pusbangė. Čia krintančios ir atsispindėjusios bangų fazės yra priešingos, todėl, susidarius stovinčiajai bangai, turėsime mazgą. Atsispindint nuo vibruojančio disko, fazės pokytis mažesnis negu π tam tikru dydžiu φ_0. Tokiu atveju, nusklindant bangai atstumą ten ir atgal, fazė pakis dydžiu

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{2l_2}{\lambda_2} - \varphi_0 . \qquad (7.47)$$

Akustinio rezonanso atveju $\Delta\varphi = 2\pi n$. Įrašę tai į (7.47) ir pertvarkę, gausime

$$l_2 = n\frac{\lambda_2}{2} + \delta ; \qquad (7.48)$$

čia $\delta = \frac{\varphi_0}{4\pi}\lambda_2$, o n = 0, 1, 2, ...

Kai $n = 0$, $l_2 = \delta$. Šiuo atveju gausime pirmąjį rezonansą – garso sustiprėjimą. Išmatavę δ, rasime fazės pokytį $\varphi_0 = \frac{4\pi\delta}{\lambda_2}$. Fazės pokytis atsispindint nuo disko $\varphi_1 = \pi - \varphi_0$, todėl

$$\varphi_1 = \pi - \frac{4\pi\delta}{\lambda_2} . \qquad (7.49)$$

Didindami atstumą l_2, pastebėsime keletą garso sustiprėjimų ir rasime jų skaičių n. Pagal (7.48) bangos ilgis ore

$$\lambda_2 = \frac{2(l_2 - \delta)}{n} . \qquad (7.50)$$

Kadangi virpesių dažniai ore ir strype vienodi, tai garso greitis ore $v_2 = \nu\lambda_2$. Išmatuotas greičių v_1 ir v_2 vertes palyginame su apskaičiuotomis atitinkamai pagal (7.16) ir (7.26) formules.

Eksperimentas. Padėję mikrofoną arti strypo, parenkame tokį generatoriaus įtampos dažnį ir vibratoriaus atstumą iki strypo galo, kad virpesių amplitudė, matoma oscilografo ekrane, būtų didžiausia. Po to pamažu didiname oro stulpo ilgį ir fiksuojame padėtis, atitinkančias amplitudės padidėjimus. Pagal gautus duomenis apskaičiuojame fazės pokytį φ_1. Išmatavę virpesių dažnį, randame garso greičių v_1 ir v_2 vertes. Žinodami mazgų ir pūpsnių padėtis, grafiškai pavaizduojame stovinčiosios bangos amplitudės pasiskirstymą Kundto sistemoje.

III skyrius
MOLEKULINĖ FIZIKA

1. IDEALIŲJŲ DUJŲ DĖSNIAI

1.1. ORO ŠILUMINĖS PLĖTROS KOEFICIENTO RADIMAS KALORIMETRINIU BŪDU

Užduotis. Išmatuoti dujinio termometro konstantą ir apskaičiuoti izobarinės plėtros koeficientą.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Šilumos fizikinė prigimtis ir temperatūros sąvoka. 2. Energijos tvermės dėsnis šiluminiuose procesuose. 3. Idealiųjų dujų dėsniai.

Dujų šiluminis plėtimasis. Šildomos dujos plečiasi daug smarkiau negu kietieji kūnai ir skysčiai. Kai slėgiai nedaug viršija atmosferinį, oras plečiasi kaip idealiosios dujos. Dujas idealiosiomis galima laikyti tada, kai aprašant jų slėgio, tūrio ir temperatūros tarpusavio ryšius molekulių savojo tūrio ir tarpusavio sąveikos jėgų galima nepaisyti. Tokios dujos elgiasi kaip tamprūs chaotiškai judantys rutuliukai, kurių matmenys daug mažesni už vidutinį atstumą tarp jų. Idealiųjų dujų slėgį P, tūrį V ir temperatūrą T sieja Klapeirono lygtis

$$PV = \frac{m}{\mu} RT; \tag{1.1}$$

čia m – dujų masė, μ – jų molio masė, R = 8,314 J/mol – universalioji dujų konstanta. Esant pastoviam slėgiui, dujų tūris tiesiai proporcingas temperatūrai. Ši priklausomybė vadinama Gei-Liusako dėsniu. Pakitus temperatūrai nuo T_0 iki T, dujų tūris

$$V = V_0 \frac{T}{T_0}; \tag{1.2}$$

čia T_0 = 273 K (tiksliau 273,15 K), o V_0 – tūris esant šiai temperatūrai.

Fizikinis parametras, parodantis, koks santykinis dujų tūrio pokytis atitinka vienetinį temperatūros pokytį, vadinamas dujų šiluminės plėtros koeficientu. Jeigu, pakilus temperatūrai nuo T iki ΔT, tūris padidėjo nuo V iki ΔV, šiluminės plėtros koeficientas

$$\alpha = \frac{\Delta V}{V \Delta T} . \tag{1.3}$$

Jeigu $\Delta V = V - V_0$, o $\Delta T = T - T_0$, tai

$$\alpha = \frac{V - V_0}{V_0 (T - T_0)} . \tag{1.4}$$

Įrašę (1.2) į (1.4), gausime

$$\alpha = \frac{1}{T_0} . \tag{1.5}$$

Matome, kad išmatavę idealiųjų dujų šiluminės plėtros koeficientą nustatysime absoliučiosios temperatūros skalės atskaitos tašką – nulį. Idealiųjų dujų modelį geriausiai tenkina vandenilis, helis ir azotas.

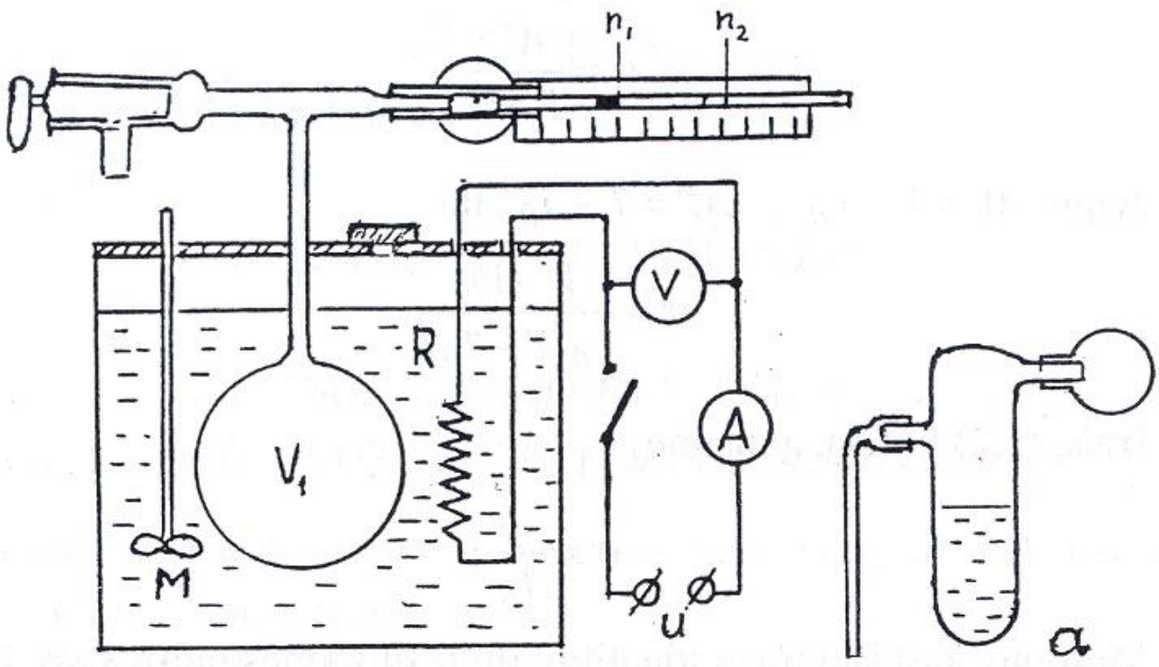
Energijos tvermės dėsnis šiluminiuose mainuose. Vykstant šilumos mainams termiškai izoliuotoje sistemoje, bendras šilumos kiekis lieka pastovus. Šilumos kiekių atskirose sistemos dalyse suma nekinta. Perduotų šilumos kiekių ΔQ_i suma lygi gautų šilumos kiekių ΔQ_j sumai:

$$\sum_i \Delta Q_i = \sum_j \Delta Q_j . \tag{1.6}$$

Matavimo metodas ir aparatūra. Matavimo aparatūros schema pavaizduota 1 pav. Termiškai izoliuotame inde su vandeniu yra dujinis termometras, kaitinimo spiralė R ir maišiklis M. Dujinį termometrą sudaro žinomo tūrio V_1 balionėlis, sujungtas su kapiliariniu žinomo skersmens d vamzdeliu, pritvirtintu prie milimetrinės skalės, ir oro įleidimo čiaupas. Kapiliariniame vamzdelyje yra neklampaus skysčio lašas, pavyzdžiui, transformatorių alyvos. Vamzdelio nuožulnumo kampą galima keisti pasukant jį apie gulsčią ašį. Kaitinimo spiralė įjungta į elektros grandinę, kurią sudaro srovės šaltinis, ampermetras, voltmetras ir jungiklis.

Dujų šiluminės plėtros koeficientą rasime kalorimetriškai išmatavę termometro konstantą. Tekant I stiprio srovei ir esant įtampai U, per laiką t_1 bus sunaudota elektros energija UIt_1. Pagal energijos tvermės dėsnį ji lygi kalorimetro gautam šilumos kiekiui, jeigu jos nuotėkio į aplinką galima nepaisyti. Jeigu temperatūra kalorimetre pakilo nuo T_1 iki T_2, tai

$$IUt_1 = K(T_2 - T_1); \tag{1.7}$$



1 pav. **Dujų izobarinės plėtros koeficiento matavimo aparatūros schema**

čia K – kalorimetro šiluminė talpa. Įpilkime į kalorimetrą papildomą m masės vandens kiekį. Jeigu to paties stiprio ir įtampos srovės tekėjimo trukmė t_2, o temperatūra kalorimetre pakilo nuo T_3 iki T_4, tai

$$IUt_2 = K(T_4 - T_3) + mc(T_4 - T_3); \tag{1.8}$$

čia c – vandens savitoji šiluma.

Temperatūrai kylant, lašelis kapiliare slenka proporcingai jos pokyčiui, todėl

$$\Delta T = \beta \Delta n; \tag{1.9}$$

čia Δn – lašelio poslinkis, β – termometro konstanta (padalos vertė). Taigi $T_2 - T_1 = \beta(n_2 - n_1)$ ir $T_4 - T_3 = \beta(n_4 - n_3)$. Įrašę tai į (1.7) ir (1.8) lygtis, gausime

$$\beta = \frac{IU}{mc}\left(\frac{t_2}{n_4 - n_3} - \frac{t_1}{n_2 - n_1}\right). \tag{1.10}$$

Papildomai įpilto vandens masė randama išmatavus jo tūrį V_V; $m = V_V \rho_V$.

Išnagrinėsime parametrų β ir α tarpusavio sąryšį. Lašo poslinkis kapiliare dydžiu Δn atitinka dujų tūrio pokytį

$$\Delta V = \pi r^2 \Delta n; \tag{1.11}$$

čia r – kapiliaro spindulys. Įrašę (1.9) ir (1.11) išraiškas į (1.3), gausime

$$\alpha = \frac{\pi r^2}{V_1 \beta}. \qquad (1.12)$$

Eksperimentas. Kalorimetro inde turi būti tiek vandens, kad termometro balionėlis būtų visiškai panardintas. Atsukę oro įleidimo čiaupą, pasukame kapiliarinį vamzdelį apie įtvirtinimo ašį, pakeldami jo laisvąjį galą aukščiau gulsčios padėties. Pipete įlašiname į vamzdelį lašą mažo klampumo alyvos. Nuslinkus lašui iki pasirinktos pradinės padalos, pasukame vamzdelį iki gulsčios padėties. Užsukę čiaupą, įjungiame kaitinimo srovę. Išmatuojame jos tekėjimo trukmę t_1 ir lašo poslinkį $n_2 - n_1$. Vandenį maišome ir išjungę srovę, kol lašas nustos slinkti.

Įpilame papildomą vandens kiekį ir jį išmaišome. Atsukę čiaupą, grąžiname lašą vamzdelyje į pradinę padėtį. Užsukame čiaupą ir vėl įjungiame kaitinimo srovę. Išmatuojame t_2 bei $n_4 - n_3$. Bandymą kartodami, papildomai įpiltą vandenį išsiurbiame 1 pav., a, pavaizduotu prietaisu.

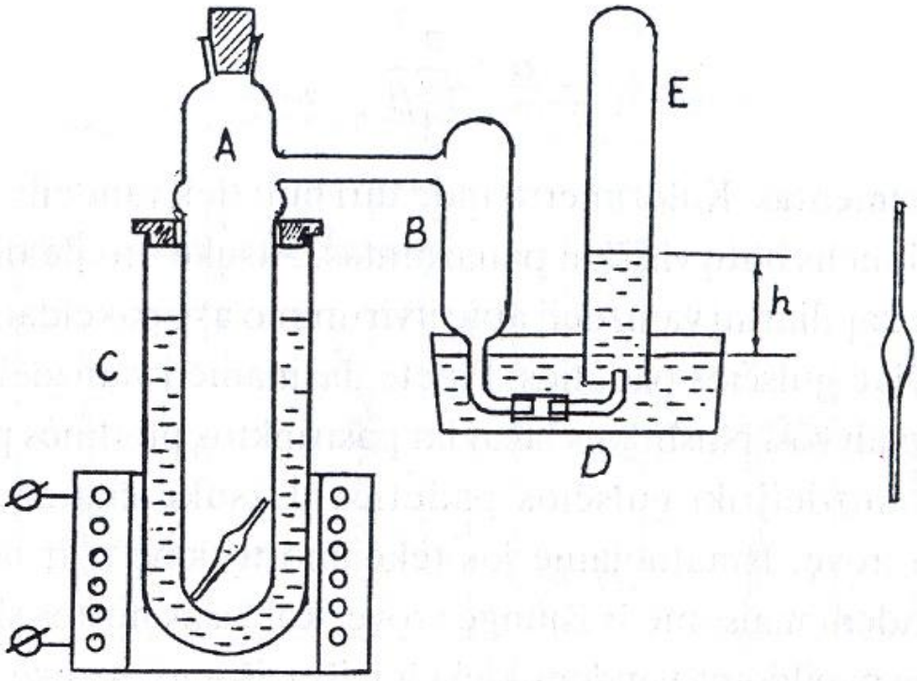
1.2. GARŲ MOLIO MASĖS MATAVIMAS MEJERIO BŪDU

Užduotis. Išmatuoti skysčio garų molio masę ir tankį.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Pagrindiniai idealiųjų ir realiųjų dujų skirtumai. 2. Klapeirono lygtis. 3. Avogadro dėsnis. 4. Ar teisingai išmatuotume garų molio masę, jeigu į eudiometrą patektų tiriamo skysčio garų.

Matavimo metodas ir aparatūra. Matavimų aparatūros schema pavaizduota 2 pav. Garinimo indas A, turintis specialią šoninę atšaką B, įstatytas į indą C su verdančiu vandeniu. Viršutinis jo galas sandariai uždarytas šlifu arba guminiu kamščiu. Esant nulaužtai ampulei indo dugne, tiriamas skystis iš jos išgaruoja, užimdamas apatinėje indo dalyje tam tikrą tūrį V', ir išstumia atitinkamą oro tūrį V_1 į eudiometrą E. Eudiometrą sudaro graduotas uždaru galu vamzdelis, pripildytas vandens ir apverstas įstatytas į indą D su vandeniu. Šiam tikslui galima naudoti 20–30 cm^3 tūrio matavimo cilindrą.

Įkaitę garai elgiasi kaip idealiosios dujos. Jeigu į apatinę kaitinimo indo dalį įleistume oro, tai jis, užimdamas tūrį V', išstumtų į eudiometrą tą patį oro tūrį V_1 kaip ir garai. Taigi šis procesas ekvivalentus idealiųjų dujų plėtimuisi kintant slėgiui ir temperatūrai, todėl



2 pav. **Molio masės matavimo Mejerio būdu schema**

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_aV'}{T'}; \tag{1.13}$$

čia P_a – aplinkos oro slėgis, P_1 – slėgis eudiometre, T' – vandens virimo temperatūra, T_1 – oro temperatūra eudiometre. Pagal Klapeirono lygtį

$$P_aV'=\frac{m}{\mu}RT'; \tag{1.14}$$

čia m – garų masė, o μ – jų molio masė. Iš (1.14) ir (1.13) lygčių gausime, kad

$$\mu=\frac{mRT_1}{P_1V_1}. \tag{1.15}$$

Atmosferos slėgį P_a atsveria oro slėgis endiometre ir aukščio h vandens stulpelio slėgis $\rho_v gh$, todėl $P_a = P_1 + \rho_v gh$. Taigi

$$P_1 = P_a - \rho_v gh. \tag{1.16}$$

Galutinai užrašysime

$$\mu=\frac{mRT_1}{\left(P_a-\rho_v gh\right)V_1}. \tag{1.17}$$

Garų tankis esant kaitinimo indo temperatūrai $\rho_g=\frac{m}{V'}$. Išreiškę V' iš (1.13) lygties ir panaudoję (1.17), gausime

$$\rho_g = \frac{\mu P_a}{RT'}. \qquad (1.18)$$

Eksperimentas. Įsitikinę, kad inde C yra pakankamai vandens, įjungiame krosnelės kaitinimą. Pasirenkame ampulę ir ją pasveriame. Jos forma pavaizduota 2 pav., dešinėje. Tarkime, kad ampulės masė m_1. Pripildome ją tiriamo skysčio įsiurbimo būdu ir laikome guslčioje padėtyje. Ampulę užlydome kaitindami kapiliarą spiritine lempute ties viduriu ir palengva tempdami. Po to ampulę su atskirtais kapiliarų galais pasveriame. Jeigu šiuo atveju masė m_2, tai skysčio masė $m = m_2 - m_1$. Pripildę eudiometro vamzdelį vandens, uždengiame jį plono popieriaus gabalėliu, kad jį apvertus ir laikant vertikaliai vanduo neišsilietų. Įstatę jį į indą D, kad atšakos B vamzdelio galas patektų į jo vidų, pritvirtiname specialiu laikikliu.

Orui inde A šylant, iš atšakos B vamzdelio eina burbuliukai. Kai per minutę pasirodo ne daugiau kaip vienas burbuliukas, oras pakankamai įkaitęs. Tokiu atveju atkemšame kamštį ir vertikaliai laikydami ampulę nulaužiame jos viršutinį kapiliarą. Įmetę ampulę į indą, jį nedelsdami užkemšame ir stebime eudiometrą. Išmatuojame į jį patekusio oro tūrį V_1 ir vandens stulpelio aukštį h.

Kartojant bandymą, būtina pašalinti garus iš kaitinimo indo. Tai atliekame pūsdami į jį orą. Išmatuotą molio masės vertę palyginame su apskaičiuota panaudojant tiriamo skysčio cheminę formulę. Cheminio elemento masės skaičiaus sveikoji dalis lygi jo pagrindinio izotopo molio masei, išreikštai gramais.

Paklaidų skaičiavimo ypatumai. Molio masės ir garų tankio matavimų tikslumą lemia masės m ir tūrio V_1 paklaidos. Kadangi $\rho_g gh$, palyginti su P_a, gana mažas dydis, jo įtakos matavimo tikslumui galima nepaisyti. Tokiu atveju μ ir ρ_g paklaidų formules tikslinga išreikšti per tiesiogiai matuojamų dydžių santykinių paklaidų formules.

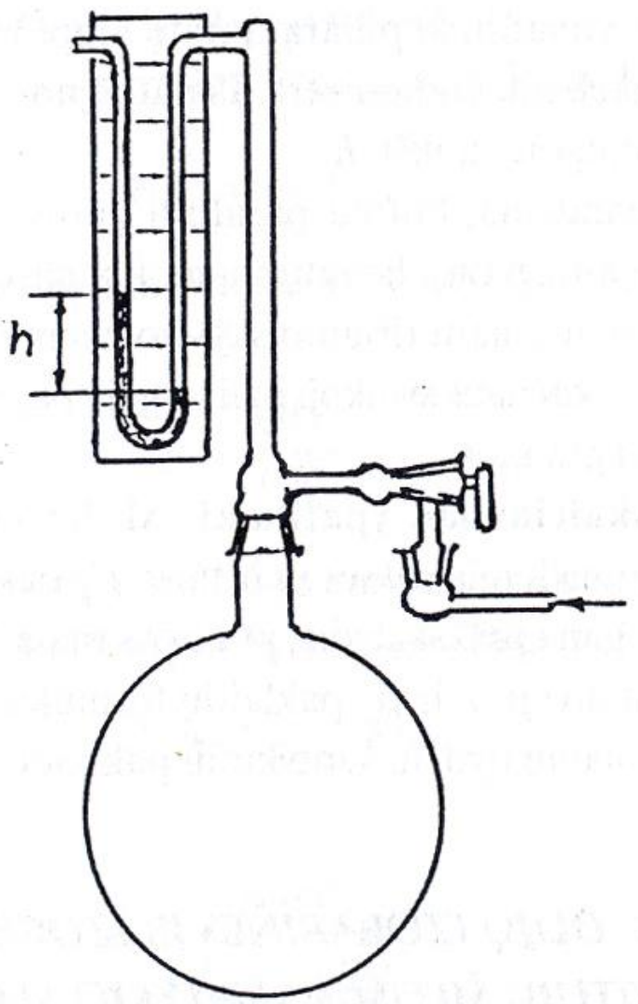
1.3. DUJŲ IZOBARINĖS IR IZOCHORINĖS SAVITŲJŲ ŠILUMŲ SANTYKIO MATAVIMAS

Užduotis. Išmatuoti oro izobarinės ir izochorinės savitųjų šilumų santykį Klemano ir Dezormo bei stovinčiųjų bangų metodais.

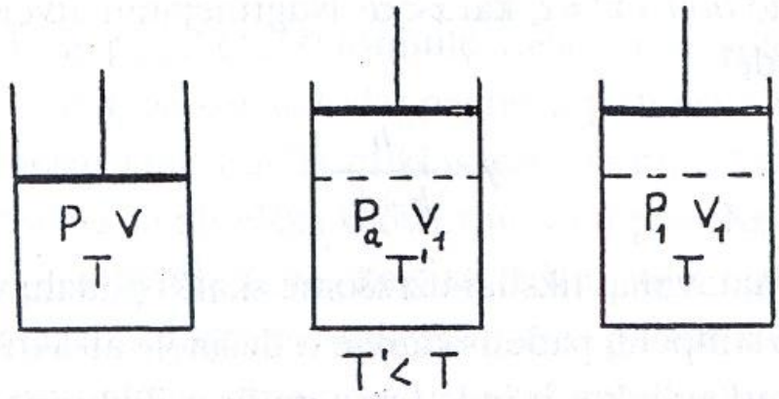
Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Izoterminiai ir adiabatiniai procesai dujose. 2. Idealiųjų dujų izobarinės ir izochorinės savitųjų šilumų santykis. 3. Vidinės energijos priklausomybė nuo laisvės laipsnių skaičiaus.

Matavimo metodai. Matuojant Klemano ir Dezormo būdu, atliekamas adiabatinis ir po to izoterminis procesai. Aparatūros schema pavaizduota 3 pav. Oras šiek tiek suslegiamas inde ir uždaromas čiaupu. Slėgis matuojamas skysčio U formos manometru. Šiam tikslui gerai tinka transformatorinė alyva. Čiaupą trumpai atsukus ir vėl užsukus, oras adiabatiškai išsiplečia ir atšąla, o slėgis inde sumažėja nuo P iki aplinkos oro slėgio P_a. Po to oras pamažu įšyla iki aplinkos temperatūros T, o slėgis inde padidėja iki tam tikros vertės P_1. Šiuos procesus nesunku aprašyti dujų, uždarytų cilindre su slankiu stūmokiu, modeliu (4 pav.).

Pradinėje būsenoje dujos užima tūrį V, jų ir aplinkos temperatūra T, o slėgis P. Trumpalaikis čiaupo atsukimas atitinka adiabatinį dujų išsiplėtimą iki tūrio V_1, sumažėjus slėgiui iki aplinkos oro slėgio P_a. Jų



3 pav. Matavimo Klemano ir Dezormo būdu schema



4 pav. Izoprocesai, vykstantys matavimo metu

temperatūra sumažėja iki tam tikros vertės T'. Tokiu atveju galioja Puasono lygtis

$$PV^{\gamma} = P_a V_1^{\gamma}; \tag{1.19}$$

čia $\gamma = {}^{c_p}\!/_{c_v}$ – izobarinės ir izochorinės savitųjų šilumų santykis. Dujoms įšilus iki aplinkos temperatūros, jų slėgis padidėja iki vertės P_1, atitinkančios izoterminį išsiplėtimą nuo V iki V_1. Pagal Boilio ir Marioto dėsnį

$$PV = P_1 V_1 . \tag{1.20}$$

Išreiškę iš (1.20) V_1 ir įrašę į (1.19), gausime

$$P = P_a \left(\frac{P}{P_1} \right)^{\gamma} . \tag{1.21}$$

Išlogaritmavę šią lygtį, užrašysime

$$\gamma = \frac{\ln P - \ln P_a}{\ln P - \ln P_1} . \tag{1.22}$$

Jeigu slėgyje P manometras rodė aukščių skirtumą h, o slėgyje P_1 rodė h_1, tai $P = P_a + \rho g h$ ir $P_1 = P_a + \rho g h_1$. Įrašę tai į (1.22) lygtį ir pertvarkę ją, gausime

$$\gamma = \frac{\ln\left(1 + \dfrac{\rho g h}{P_a} \right)}{\ln\left(1 + \dfrac{\rho g h}{P_a} \right) - \ln\left(1 + \dfrac{\rho g h_1}{P_a} \right)} . \tag{1.23}$$

Žinoma, kad $ln(1+x)\approx x$, kai $x<<1$. Nagrinėjamu atveju $\rho gh<<P_a$ ir $\rho gh_1<<P_a$, todėl

$$\gamma=\frac{h}{h-h_1}. \tag{1.24}$$

Atlikdami matavimą, tiksliai užrašome skalės padalų vertes, atitinkančias skysčio stulpelių padėtis kairėje ir dešinėje atšakose. Būtina atsižvelgti į tai, kad aplinkos ir indo temperatūros išsilygina gana lėtai.

Stovinčiųjų bangų metodai pagrįsti garso greičio dujose priklausomybe nuo γ vertės. Iš antrojo skyriaus (7.26) lygties gausime, kad

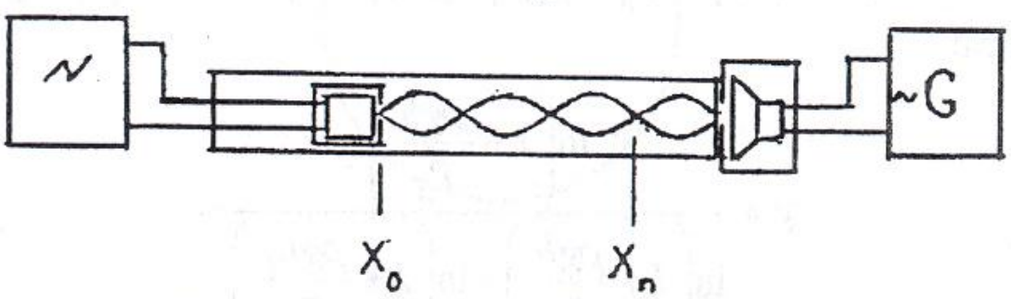
$$\gamma=\frac{\mu}{RT}v^2. \tag{1.25}$$

Matavimo aparatūros schema pavaizduota 5 pav. Stovinčiosios bangos sukeliamos vamzdyje, kurio viename gale yra garsiakalbis, prijungtas prie harmoninės įtampos generatoriaus G, o kitame – stumdomas ritinio formos dėklas su mikrofonu. Dėklo dugne, nukreiptame į vamzdžio vidų, yra nedidelė kiaurymė. Mikrofono elektrinis signalas paduodamas į oscilografą. Esant tam tikram oro stulpo vamzdyje ilgiui, garsas sustiprėja. Tai nustatome iš klausos ir stebėdami signalą oscilografo ekrane. Atstumas tarp gretimų mikrofono padėčių, atitinkantis garso sustiprėjimus, lygus pusei bangos ilgio. Jeigu padėtyje x_0 garsas sustiprėja, o pastumiant mikrofoną iki x_n pastebėta n sustiprėjimų, tai bangos ilgis

$$\lambda=2\frac{x_n-x_0}{n}. \tag{1.26}$$

Žinodami generatoriaus įtampos dažnį ν, rasime garso greitį:

$$v=2\nu\frac{x_n-x_0}{n}. \tag{1.27}$$



5 pav. **Matavimo stovinčiųjų bangų metodu schema**

Apskaičiavę jį, pagal (1.25) formulę rasime ieškomą γ vertę.

Kitas stovinčiųjų bangų metodas pagrįstas pastovaus ilgio oro stulpo akustinių virpesių amplitudės priklausomybe nuo žadinimo dažnio. Matavimo schema analogiška pavaizduotai 5 pav. Keičiant įtampos dažnį, garsas sustiprėja tada, kai vamzdžio ilgis atitinka sveikųjų pusbangių skaičių. Rezonanso sąlygos tokios pačios kaip ir metalinio strypelio virpesių atveju, išnagrinėtu antrajame skyriuje, todėl galioja garso greičio formulė (7.43). Įrašę ją į (1.25) lygtį, gausime

$$\gamma = \frac{4l^2(\nu_{n+1} - \nu_n)^2 \mu}{RT}. \qquad (1.28)$$

Oro $\mu = 28{,}9$ g/mol.

Įvertiname ir palyginame matavimo metodų tikslumus.

2. PERNAŠOS REIŠKINIAI DUJOSE

2.1. ORO KLAMPOS KOEFICIENTO IR MOLEKULIŲ LAISVOJO KELIO MATAVIMAS

Užduotis. Išmatuoti oro klampos koeficientą ir molekulių laisvąjį kelią bei efektinį skersmenį.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Dujų molekulių laisvojo kelio priklausomybė nuo slėgio ir temperatūros. 2. Laisvojo kelio ir klampos koeficiento tarpusavio ryšys. 3. Puazeilio formulė.

Teorinis įvadas. Molekulės laisvuoju keliu $(\bar{l})$ vadinamas vidutinis atstumas, kurį molekulė nulekia nesusidurdama su kitomis. Jis priklauso nuo molekulių tankio ir efektinio skerspjūvio (σ):

$$\bar{l} = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma n}; \qquad (2.1)$$

čia $\sigma = \pi d^2$, o d – molekulės efektinis skersmuo. Jis lygus vidutiniam atstumui tarp molekulių centrų jų susidūrimo metu. Kylant temperatūrai molekulės juda greičiau ir gali daugiau suartėti, todėl efektinis skerspjūvis atitinkamai mažėja. Šį mažėjimą aprašo Sazerlendo formulė: $\sigma = \sigma_0\left(1 + \frac{C}{T}\right)$ (čia σ_0 – koeficientas, o C – vadinamoji Sazerlendo

konstanta). Molekulė, judėdama tolygiai, laisvąjį kelią nueina per laisvojo lėkio trukmę τ. Jeigu vidutinis greitis v, tai $\bar{l} = v\tau$.

Klampumas – skysčio ir dujų vidinė trintis, susijusi su molekulių judesio kiekio pernešimu statmena sluoksnių judėjimui kryptimi. Skystyje jis perduodamas tarpmolekulinės sąveikos jėgomis, o dujose – susiduriant jų molekulėms. Suskirstykime tekančias dujas į gana plonus, lygiagrečius, statmenus Z koordinatei, laisvojo kelio storio sluoksnius (6 pav.) Kiekviename jų greičių kitimo galima nepaisyti. Jeigu vienas sluoksnis juda greičiu u, o esantis atstumu dz nuo jo – greičiu $u+du$, tai šį veikia klampos jėga

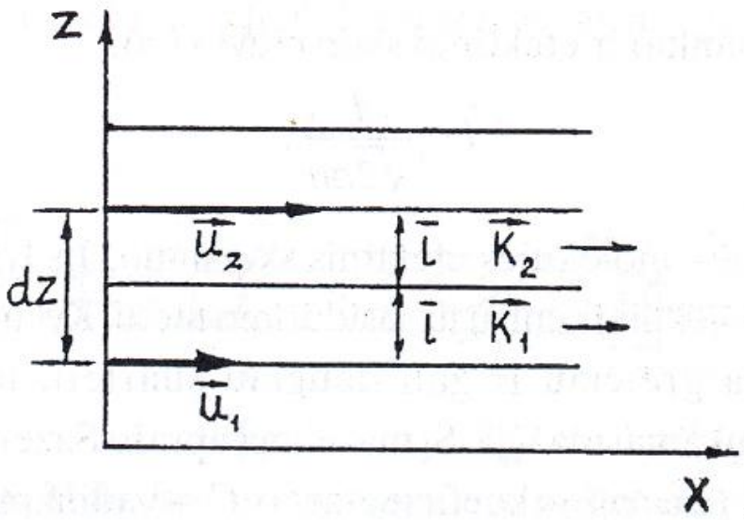
$$F = \eta \frac{du}{dz} S ; \qquad (2.2)$$

čia $\frac{du}{dz}$ – greičio gradientas, S – sluoksnio plotas, o η – klampos koeficientas. Taigi klampos koeficientas parodo, kokia klampos jėga tenka ploto vienetui, kai greičio gradientas lygus vienetui.

Molekulės, perlėkdamos iš vieno sluoksnio į kitą, perneš ir jų judesio kiekį. Apsikeitimas judesio kiekiais K storio $2\bar{l}$ sluoksnyje įvyks per laiką $\tau = \frac{\bar{l}}{v}$; čia v – vidutinis molekulės greitis. Pagal antrąjį Niutono dėsnį, tokių sluoksnių sąveikos jėga

$$F = \frac{K_2 - K_1}{\tau} ; \qquad (2.3)$$

čia K_1 ir K_2 – gretimų sluoksnių judesio kiekiai. Taigi



6 pav. **Laminariojo dujų srauto modelis**

$$F = \frac{v(K_2 - K_1)}{\bar{l}}. \tag{2.4}$$

Kadangi šiluminio judėjimo greičio kryptys vienodai tikėtinos, tai galima tarti, kad Z ašies kryptimi vidutiniu greičiu juda 1/6 visų molekulių. Jeigu molekulės masė m, jų tankis n, o sluoksnio plotas S, tai $K_2 - K_1 = \frac{1}{6} m(u_2 - u_1) n\bar{l}S$. Sluoksnių greičių gradientas

$$\frac{u_2 - u_1}{2\bar{l}} = \frac{du}{dz}, \tag{2.5}$$

todėl

$$K_2 - K_1 = \frac{1}{3} mn\bar{l}^2 \frac{du}{dz} S. \tag{2.6}$$

Įrašę (2.6) į (2.4), gausime

$$F = mn\bar{l}v\frac{du}{dz}S. \tag{2.7}$$

Matome, kad klampos koeficientas:

$$\eta = \frac{1}{3} mn\bar{l}v. \tag{2.8}$$

Kadangi dujų tankis $\rho = mn$, tai

$$\eta = \frac{1}{3} \rho\bar{l}v. \tag{2.9}$$

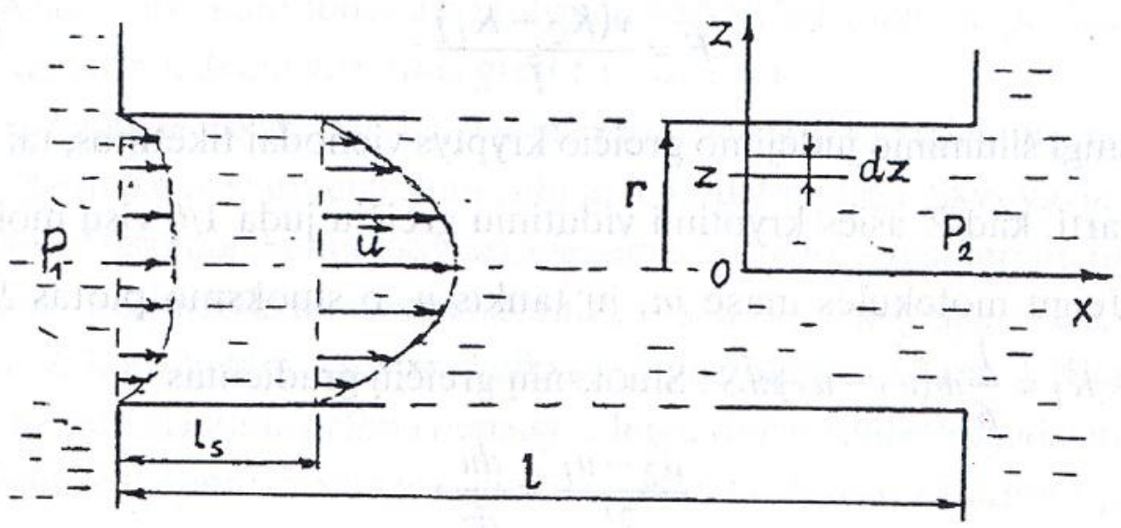
Puazeilio formulė. Panagrinėkime dujų (skysčio) laminarųjį tekėjimą ilgu plonu vamzdžiu. Tarkime, kad jos įteka iš daug didesnio skersmens vamzdžio (7 pav.). Tekant pastoviu greičiu, galioja slėgio ir klampos jėgų pusiausvyros sąlyga. Jeigu vamzdžio galuose slėgių skirtumas $P_1 - P_2$, tai z spindulio dujų stulpelį veikia slėgio jėga

$$F_p = \pi z^2 (P_1 - P_2). \tag{2.10}$$

Ją kompensuojanti klampos jėga

$$F = -\eta \frac{du}{dz} 2\pi z l; \tag{2.11}$$

čia l – vamzdžio ilgis. Kadangi $\vec{F}_p = -\vec{F}$, tai



7 pav. **Puazeilio formulės išvedimo schema**

$$du = \frac{P_2 - P_1}{2\eta l} z dz \,. \tag{2.12}$$

Prie vamzdžio sienelių dalelių greitis sumažėja iki nulio. Kai $z = r, u = 0$. Integruodami (2.11), atsižvelgę į šią kraštinę sąlygą, gausime, kad atstumu z nuo vamzdžio ašies greitis

$$u = \frac{P_1 - P_2}{4\eta l}\left(r^2 - z^2\right). \tag{2.13}$$

Ištekėjusių per laiką t dujų tūris

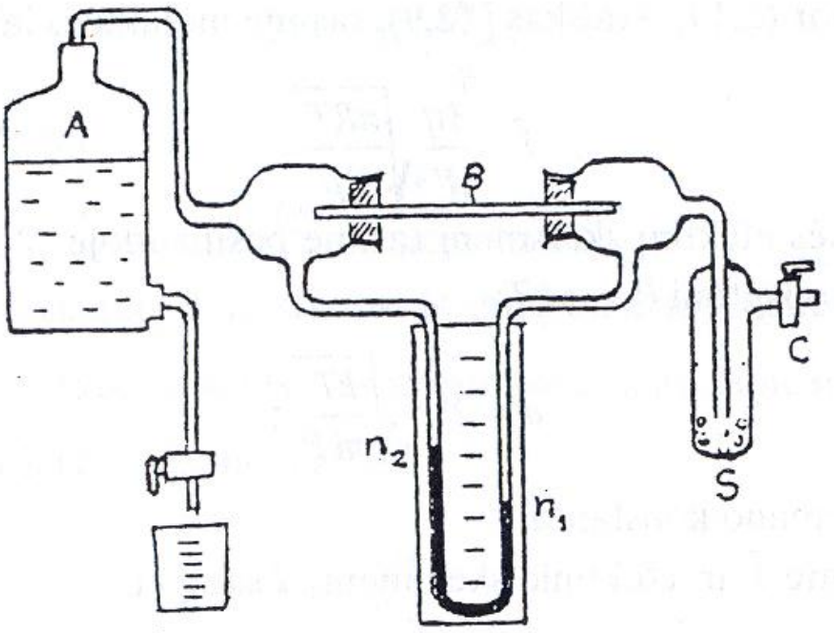
$$V = \int_0^t dt \int_0^r 2\pi z u dz \,. \tag{2.14}$$

Suintegravę gausime

$$V = \frac{\pi r^4 \left(P_1 - P_2\right)}{8\eta l} t \,. \tag{2.15}$$

Tai Puazeilio formulė. Greičio pasiskirstymas, aprašomas parabole (2.13), susiformuoja tam tikru atstumu l_s nuo vamzdžio pradžios. Šis atstumas vadinamas hidrodinaminės stabilizacijos ilgiu. Taigi Puazeilio formulė gana tiksli, jeigu galioja sąlyga $l >> l_s$. Ji praktiškai atitinka sąlygą $l >> 2r$.

Matavimo metodas. Klampos koeficiento matavimo aparatūros schema pavaizzduota 8 pav. Ištekant vandeniui iš indo A, vamzdelio B



8 pav. **Matavimo aparatūros schema**

galuose susidaro slėgių skirtumas, kurį matuojame U formos skysčio manometru. Oras įleidžiamas pro čiaupą C ir sausintuvą S. Kiek vandens išteka iš indo A, tiek oro prateka vamzdeliu B. Slėgių skirtumas vamzdelio galuose turi būti pastovus:

$$P_1 - P_2 = \rho_S g h; \tag{2.16}$$

čia ρ_S – manometro skysčio tankis, o $h = n_2 - n_1$ – jo stulpelių aukščių skirtumas.

Išmatavę ištekėjusio vandens tūrį V ir jo tekėjimo laiką t, iš (2.15) ir (2.16) rasime klampos koeficientą:

$$\eta = \frac{\pi r^4 \rho_S g h t}{8 l V}. \tag{2.17}$$

Įvertindami atsitiktines paklaidas, matavimą kartojame palaikydami praktiškai tą patį slėgių skirtumą. Vandens tūrį matuojame tik nusistovėjus manometro aukščių skirtumui.

Pagal dujų būsenos lygtį, jų tankis

$$\rho = \frac{\mu P}{RT}. \tag{2.18}$$

Vidutinis šiluminio judėjimo greitis

$$v = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}. \tag{2.19}$$

Įrašę (2.18) ir (2.19) išraiškas į (2.9), rasime molekulės laisvąjį kelią:

$$\bar{l} = \frac{3\eta}{P}\sqrt{\frac{\pi RT}{8\mu}}. \qquad (2.20)$$

Molekulės efektinį skersmenį rasime pasinaudoję (2.1) formule ir dujų būsenos lygtimi $P = nkT$:

$$d = 2^{-\frac{1}{4}}\sqrt{\frac{kT}{\pi \bar{l} P}}; \qquad (2.21)$$

čia k – Bolcmano konstanta.

Įvertiname $\bar{l}$ ir efektinio skersmens d santykį.

2.2. VAKUUMO GAVIMAS IR MATAVIMAS

Užduotis. 1. Išmatuoti slėgio forvakuuminiame inde priklausomybę nuo siurbimo trukmės ir apskaičiuoti efektyviojo siurbimo greičio vertes esant įvairiems slėgiams. 2. Išmatuoti slėgį jonizaciniu vakuumetru išsiurbtoje užlydytoje jonizacinėje lempoje. 3. Nustatyti, kokį mažiausią slėgį galima gauti po vakuuminiu gaubtu, siurbiant rotaciniu siurbliu.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Efektyvusis siurbimo greitis ir jo skaičiavimas. 2. Rotaciniai siurbliai. 3. Daugiapakopiai alyviniai difuziniai siurbliai. 4. Ribinis vakuumas. 5. Šaldomosios gaudyklės. 6. Kompresinis, termoelektrinis ir jonizacinis vakuumetrai.

Vakuumas. Vakuumu vadinama dujų būsena, kai slėgis daug mažesnis už atmosferinį. Vakuumo fizikoje nagrinėjamų slėgių diapazonas labai platus. Jis sąlygiškai skirstomas į kelias pagrindines sritis. Žemo vakuumo sritį atitinka slėgiai nuo 10 iki 10^{-2} Tor, vidutinio – nuo 10^{-2} iki 10^{-5} Tor, aukšto – nuo 10^{-5} iki 10^{-9} Tor ir superaukšto – nuo 10^{-9} iki 10^{-12} Tor. Esant slėgiams, mažesniems negu 10^{-12}, vakuumas vadinamas kosminiu. Vakuuminėje technikoje slėgio vienetu laikomas vieno milimetro gyvsidabrio stulpelio slėgis, vadinamas toru (Tor). 1 Tor = 133,322 Pa.

Tekančių vamzdžiu dujų masė pernešama slėgio mažėjimo kryptimi. Jeigu slėgis vamdyje mažėja nuo P viename jo gale iki P_0 kitame, o per laiką dt praeina dujų tūris dV, tai energija Q, pernešama pro jo skerspjūvį per laiko vienetą, bus šitokia:

$$Q = (P - P_0)\frac{dV}{dt} \cdot \tag{2.22}$$

Jeigu $P >> P_0$, tai

$$Q = P\frac{dV}{dt} \cdot \tag{2.23}$$

Dydis Q vadinamas dujų srautu. Iš dujų būsenos lygties gausime $P\frac{dV}{dt} = kT\frac{dN}{dt}$. Taigi srautas tiesiai proporcingas dujų molekulių, pernešamų per laiko vienetą, skaičiui.

Santykis

$$F = \frac{dV}{dt} \tag{2.24}$$

vadinamas vamzdžio laidumu. Jis priklauso nuo vamzdžio matmenų ir dujų slėgio. Atvirkščias laidumui dydis vadinamas varža.

Jei vakuuminės sistemos elementai sujungti nuosekliai, jų atstojamoji varža lygi atskirų elementų varžų sumai:

$$z = \sum_{i=1}^{n} z_i \cdot \tag{2.25}$$

Esant lygiagrečiam elementų jungimui, jų laidumų suma lygi bendram sistemos laidumui:

$$F = \sum_{i=1}^{n} F_i \cdot \tag{2.26}$$

Vamzdžio laidumas priklauso nuo jo ilgio, skerspjūvio ploto ir molekulės laisvo kelio $\bar{l}$ santykio su jo skersmeniu d. Skiriami trys dujų tekėjimo pobūdžiai: klampusis – kai $\bar{l}/d < 0{,}01$; molekulinis – kai $\bar{l}/d > 1$, ir tarpinis – kai $0{,}01 < \bar{l}/d < 1$.

Panagrinėkime vakuuminę sistemą, sudarytą iš siurblio, tūrio V siurbiamo indo ir jungiamojo vamzdžio. Iš (2.22) ir (2.24) lygybių gausime, kad dujų srautas

$$Q = (P - P_0)F \, . \tag{2.27}$$

Šioje lygybėje P yra slėgis inde, P_0 – siurblio įėjimai, o F – vamzdžio laidumas. Iš čia jungiamojo vamzdžio varža

$$\frac{1}{F} = \frac{P}{Q} - \frac{P_0}{Q} \cdot \tag{2.28}$$

Srauto Q ir slėgio P santykis

$$S = \frac{Q}{P} \tag{2.29}$$

vadinamas efektyviąja siurbimo sparta (greičiu), o santykis

$$S_0 = \frac{Q}{P_0} \tag{2.30}$$

– siurblio siurbimo sparta.

Panaudoję (2.29) ir (2.30) išraiškas (2.38) lygybėje, gausime

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{S_0} + \frac{1}{F}. \tag{2.31}$$

Efektyviąją siurbimo spartą S bet kuriame slėgių intervale $P_1 - P_2$ galima įvertinti žinant tam sugaištą laiką $\Delta t = t_2 - t_1$.

Dujų siurbimą galima laikyti izoterminiu procesu. Slėgio inde sumažėjimo dydžiu dp priežastimi formaliai galima laikyti izotertminį plėtimąsi nuo indo tūrio V iki $V+dV$. Tokiu atveju užrašysime $pV = \text{const}$ ir

$$PdV + Vdp = 0. \tag{2.32}$$

Įrašius tai į (2.23) išraišką, srautas

$$Q = -V\frac{dp}{dt}. \tag{2.33}$$

Iš (2.33) ir (2.29) lygybių gausime

$$S = -\frac{V}{P}\frac{dP}{dt}, \tag{2.34}$$

o suintegravę –

$$S = \frac{V}{\Delta t}\ln\frac{P_1}{P_2}. \tag{2.35}$$

Taip pat galime užrašyti, kad

$$S = V\frac{\Delta \lg P}{\Delta t \cdot \lg e}. \tag{2.36}$$

Santykį $\Delta lgP/\Delta t$ galima rasti iš funkcijos $lgp = f(t)$ grafiko. Tokiu atveju randame liestinės pasirinktajame taške krypties koeficientą.

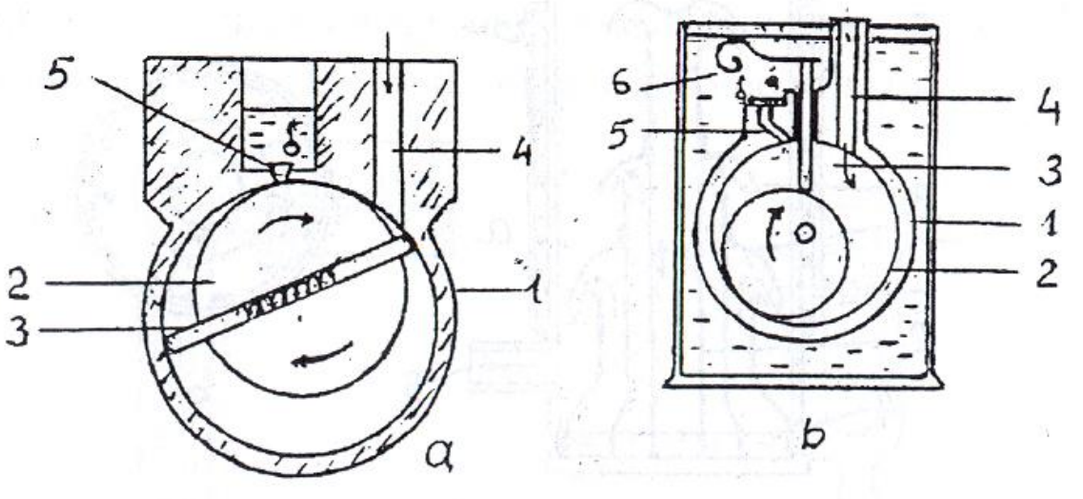
Dėl dujų desorbcijos iš indo sienelių ir sistemos nesandarumų į tūrį V patenka tam tikras dujų kiekis. Nagrinėjamu atveju į tai neatsižvelgta.

Vakuuminiai siurbliai. Praretinimams iki kelių militorų gauti plačiai naudojami **alyviniai rotaciniai siurbliai**. Iš šios rūšies vidutinio ir mažesnio siurbimo greičio siurblių labiausiai paplitę sklendiniai-rotoriniai ir sklendiniai-statoriniai.

Principinės šių siurblių schemos pavaizduotos 9 pav. Uždarame cilindro formos korpuse 1 sukasi ekscentriškai įmontuotas rotorius 2. Sklendinio- rotorinio siurblio (9 pav., a) rotorius, prigludęs prie viršutinės korpuso sienelės, sukasi apie savo ašį kartu su į jį įstatytomis sklendėmis, kurios spyruoklėmis spaudžiamos prie korpuso sienelių. Jam besisukant erdvė, sujungta su įėjimo kananlu 4, didėja, oras įsiurbiamas. Po pusės apsisukimo įsiurbtas oras nuo kanalo 4 atskiriamas. Rotoriui toliau besisukant, jis suspaudžiamas ir pašalinamas pro angą su vožtuvu 5. Virš vožtuvo esanti alyva neleidžia atmosferos orui patekti į siurblio kamerą.

Statorinio-sklendinio siurblio rotorius prigludęs prie korpuso ir sukasi apie jo ašį (9 pav., b). Statoriaus plyšyje slankioja sklendė 3, spyruokle 6 prispausta prie rotoriaus. Rotoriui sukantis, kameros, sujungtos su įėjimo kanalu 4, tūris didėja, oras įsiurbiamas. Tuo pat metu kameros, sujungtos su išmetimo kanalu 5, tūris mažėja, įsiurbtas oras suspaudžiamas ir pašalinamas į atmosferą.

Rotoriui sukantis, tam tikras tepimui naudojamos alyvos kiekis pernešamas iš išmetimo angos į vakuumą. Kadangi įsiurbimo kameroje slėgis mažesnis, iš alyvos išsiskiria dalis joje ištirpusių dujų, kurios patenka atgal į siurbiamąjį indą. Dėl to vienos pakopos rotaciniais alyviniais siurbliais gaunamas ribinis vakuumas yra tik apie $2 \cdot 10^{-3}$ Tor.



9 pav. **Alyvinių rotacinių siurblių principinės schemos**

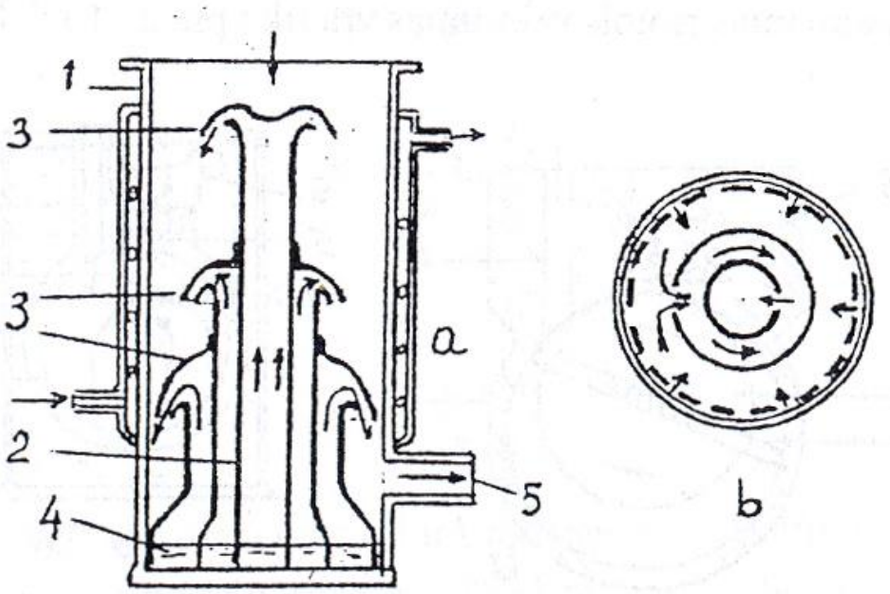
Dviejų pakopų rotaciniais siurbliais galima praretinti iki 10^{-5} torų. Šiuo atveju alyva, patenkanti į antrąją sujungtą su siurbiamu indu pakopą, turi daug mažiau ištirpusių dujų.

Difuziniai siurbliai. Difuzinių siurblių veikimas pagrįstas dujų difuzija į garų srautą. Pirmąjį difuzinį siurblį sukonstravo V. Gedė. Dabar aukštam vakuumui gauti dažniausiai naudojami daugiapakopiai alyviniai difuziniai siurbliai. Principinė tokio siurblio schema pavaizduota 10 pav., a.

Cilindro formos inde 1, kurio sienelės aušinamos vandeniu, įstatyti trys vienas į kitą įmontuoti bendraašiai vertikalūs vamzdžiai 2 su lietsargio formos gaubtuvais 3. Inde esanti alyva įkaitinama maždaug iki 200°C. Jos garų srautą gaubtuvai nukreipia žemyn.

Oro molekulės, iš siurbiamo indo patekusios į siurblio angą, difunduoja į alyvos garų srautą, nunešamos žemyn ir forvakuuminiu siurbliu siurbiamos pro angą 5. Alyvos garai kondensuojasi ant šaldomų korpuso sienelių ir vėl grįžta į kaitinimo rezervuarą.

Siurbimo metu alyvos garai iš dalies patenka į siurbiamą indą ir sudaro papildomą dalinį slėgį. Esant dinaminei pusiausvyrai, šis slėgis lygus alyvos sočiųjų garų slėgiui siurbiamo indo aplinkos temperatūroje. Dėl to, norint gauti didesnį vakuumą, būtina naudoti alyvą, turinčią kuo mažesnį sočiųjų garų slėgį kambario temperatūroje. Todėl siurbliuose naudojami gana didelės molekulinės masės (300+700) organiniai junginiai, kurių sočiųjų garų slėgis šioje temperatūroje 10^{-7}–10^{-8} Tor.



10 pav. **Alyvinio difuzinio siurblio principinė schema**

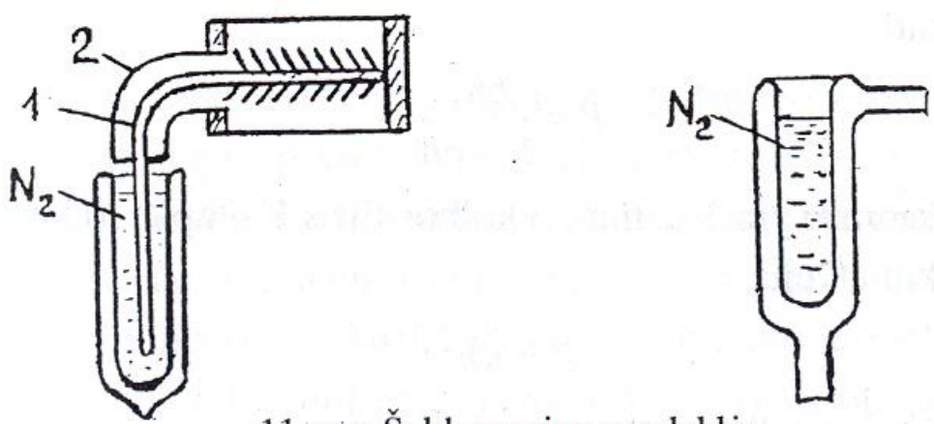
Vienas iš pagrindinių šių junginių trūkumų yra tas, kad jų molekulės aukštesnėje temperatūroje ir ypač sąveikaudamos su deguonimi disocijuoja į mažesnę molekulinę masę ir atitinkamai didesnį sočiųjų garų slėgį turinčius junginius – lengvąsias frakcijas. Kuo didesnis šių frakcijų kiekis, tuo žemesnis ribinis vakuumas.

Dėl to vakuuminėje technikoje naudojami daugiapakopiai frakcijuojantys difuziniai siurbliai (10 pav). Susikondensavusi alyva teka nuo korpuso sienelių į kaitintuvo vidurį. Iš vienos pakopos į kitą ji patenka pro specialias angas vertikaliuose vamzdžiuose 2. Alyvos judėjimas kaitinimo indo dugnu pavaizduotas 10 pav., b. Tokiu atveju lengvosios frakcijos spėja išgaruoti pirmojoje pakopoje, sunkesnės frakcijos patenka į antrąją pakopą, o sunkiausios – į trečiąją. Garų, išeinančių pro trečiosios pakopos angą, srautas neleidžia lengvosioms frakcijomis patekti į siurbiamą indą.

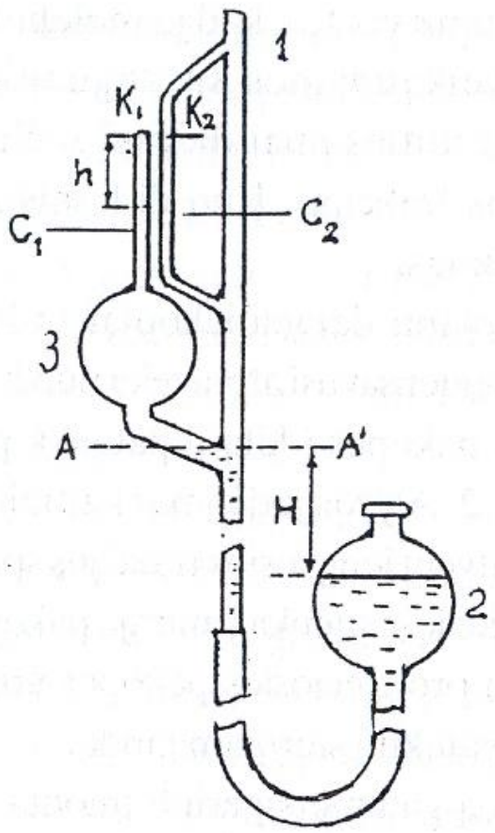
Šaldomosios gaudyklės. Ribinį vakuumą galima pagerinti įmontavus tarp difuzinio siurblio ir siurbiamo indo šaldomąją gaudyklę. Gaudyklių šaldymui dažniausiai naudojamas skystas azotas (temperatūra – 198°C). Superaukšto vakuumo aparatūroje naudojamas ir skystas helis (apie 4,2 K).

Vakuuminėje technikoje naudojamos įvairios metalinės ir stiklinės (11 pav.) šaldomosios gaudyklės. Metalinės gaudyklės šaldomoji dalis 1 su korpusu sujungta labai mažo šiluminio laidumo metalo neizilberio vamzdžiu 2. Alyvos garų molekulės, patekusias ant šalto gaudyklės paviršiaus, kondensuojasi, todėl patenkantis į siurbiamą indą jų kiekis labai sumažėja.

Vakuumo matavimas. Slėgio matavimo prietaisai – manometrai, skirti matuoti slėgiams, mažesniems už atmosferinį, vadinami vakuumetrais. Vakuumetrą sudaro slėgio jutiklis ir registravimo įrenginys. Manometro tinkamumą pasirinktam slėgių intervalui nusako fizikiniai dėsningumai, tiesiogiai ar netiesiogiai grindžiantys jo veikimo principą.



11 pav. Šaldomosios gaudyklės



12 pav. **Kompresinis manometras**

Manometrai, kuriems nereikia papildomo gradavimo, vadinami absoliučiaisiais. Iš jų dažniausiai naudojamas kompresinis Mak–Leodo manometras. Viena iš paprasčiausių jo konstrukcijų vaizduojama 12 pav. Prie vakuuminės sistemos manometras prijungiamas vamzdeliu 1. Antrasis šio vamzdelio galas lanksčiu vamzdeliu sujungtas su gyvsidabrio rezervuaru 2. Keliant rezervuarą aukštyn, gyvsidabris vamzdeliu 1 taip pat kyla ir pasiekęs lygį AA' atskiria žinomo tūrio V kolbą 3 su kapiliaru K_1 nuo vakuuminės sistemos. Aukščių skirtumas H atitinka atmosferos slėgį. Rezervuarą 2 keliant dar aukščiau, kolboje esantis oras suslegiamas, o gyvsidabris kyla vienodo skersmens kapiliarais K_1 ir K_2. Dėl padidėjusio slėgio gyvsidabrio aukštis kapiliare K_1 bus mažesnis. Rezervuarą keliame tiek, kad gyvsidabrio stulpelio aukštis kapiliare K_2 atitiktų kapiliaro K_1 galą. Kadangi kapiliarų skersmenys vienodi, kapiliarumo jėgos neturi įtakos stulpelių aukščių skirtumui h. Šis skirtumas priklauso tik nuo dujų slėgių skirtumo siurbiamajame inde ir kapiliare K_1.

Dujų tūris kapiliare K_1 yra $V_1 = bh$, o slėgis $p = P+h$ torų; čia b – kapiliaro skerspjūvio plotas, o P – dujų slėgis siurbiamajame inde. Kadangi dujos suslegiamos izotermiškai, tai $PV = (P+h)bh$. Iš čia gauname, kad

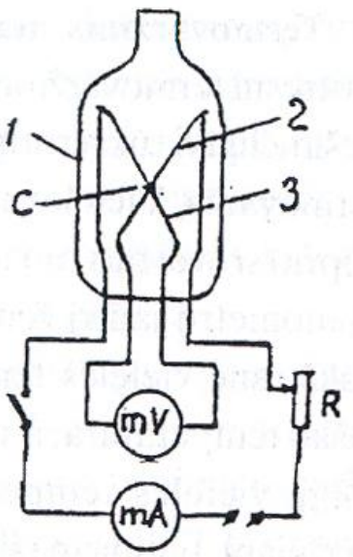
$$P = \frac{bh^2}{V - bh}. \qquad (2.37)$$

Kapiliaro skersmuo yra 1–2 mm, o kolbos tūris V – apie 100 cm^3, todėl $V >> bh$. Tokiu atveju

$$P = Kh^2; \qquad (2.38)$$

čia dydis $K = \frac{b}{V}$ vadinamas manometro konstanta.

Termoelektrinis manometras. Slėgiams nuo 0,1 iki 10^{-3} Tor matuoti dažniausiai naudojami termoelektriniai vakuumetrai. Jų veikimas pagrįstas dujų šiluminio laidumo priklausomybe nuo slėgio. Termoelektrinio vakuumetro slėgio indikatoriaus (manometrinės lempos) schema vaizduojama 13 pav.



13 pav. **Termoelektrinio vakuumetro schema**

Ją sudaro stiklinis arba metalinis korpusas 1, kurio viduje įmontuoti kaitinimo siūlelis 2 ir termoelementas 3. Šis sudarytas iš dviejų labai plonų skirtingų metalų vielelių, sulydytų taške C. Tekant srovei siūleliu, jis įšyla, atsiranda termoelektrinė įtampa, kuri tuo didesnė, kuo didesnis taško C ir aplinkos (korpuso) temperatūrų skirtumas.

Jei kaitinimo srovė pastovi, siūlelio ir taško C temperatūra priklauso nuo šilumos nuotėkio į aplinką. Šiuo atveju šiluma yra išspinduliuojama, nuteka per metalinius elektrodus ir pernešama dujų molekulių. Kai slėgis $P > 10^{-3}$ Tor, didžiausią šilumos dalį Q perneša dujų molekulės.

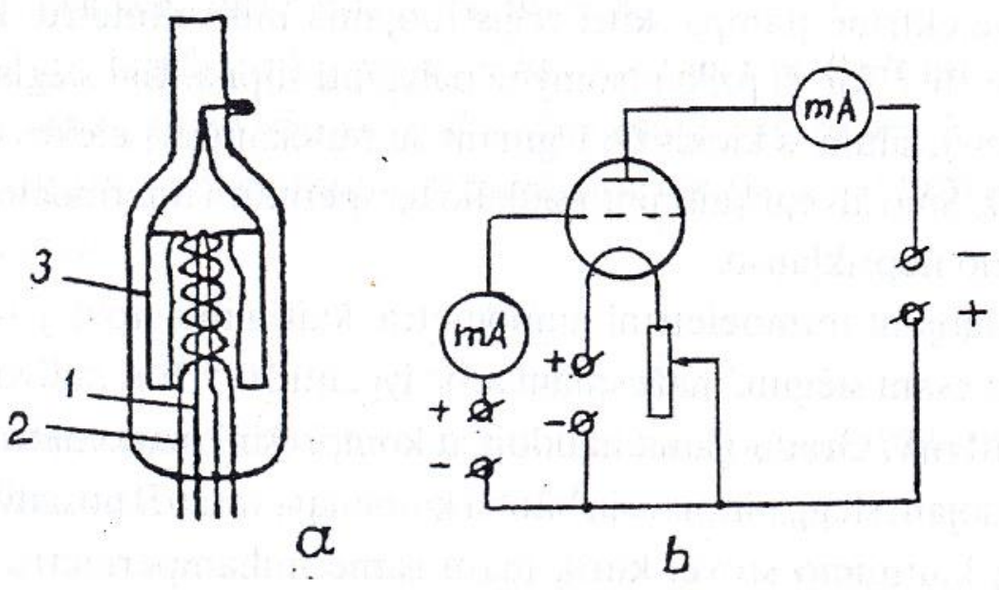
Mažo vakuumo srityje, kai molekulių laisvasis kelias $\bar{l}$ yra daug mažesnis už lempos balionėlio spindulį r, dujų laidumas nuo slėgio nepriklauso. Šiuo atveju šilumą dujos perneša konvekcijos būdu. Slėgiui mažėjant, kai $\bar{l}$ ir r tampa tos pačios eilės dydžiais, šilumos kiekis Q mažėja. Dėl to kaitintuvo ir taško C temperatūra didėja, o kartu didėja ir termoelektrinė įtampa, kuri registruojama milivoltmetru. Kai dujų slėgis $P < 10^{-3}$ Tor, ši priklausomybė palyginti silpna. Kai slėgis $P < 10^{-4}$ Tor ($\bar{l} >> r$), šilumos kiekis Q, lyginant su nutekančiais elektrodais, yra nedidelis. Šiuo atveju kaitinimo siūlelio temperatūra ir termoelektrovara nuo slėgio nepriklauso.

Graduojant termoeletrinį manometrą, kaitinimo srovė parenkama taip, kad esant slėgiui, mažesniam arba lygiam 10^{-4} Tor, milivoltmetras rodytų 10 mV. Graduojama naudojant kompresinį manometrą.

Matuojant slėgį, pirmiausia būtina kintamąja varža R nustatyti lempai būdingą kaitinimo srovę, kurią matuojame miliampermetru mA. Jei esant slėgiui 10^{-4} Tor milivoltmetro rodyklė išeina už skalės ribų, kaitinimo srovė yra per didelė.

Termovaržinis manometras. Slėgių, didesnių negu 0,1 Tor, srityje jautresni termovaržiniai manometrai. Jie tinka matuoti slėgiams nuo kelių dešimčių iki tūkstantųjų toro. Manometrinį jutiklį sudaro plona vielelė – termovarža. Vielelės atiduotas į aplinką šilumos kiekis tekant ja pastovaus stiprio srovei bus tuo mažesnis, kuo mažesnis dujų slėgis. Didesnį šio tipo manometrų jautrį žemo vakuumo srityje lemia tai, kad galima parinkti aukštesnę vielelės temperatūrą, palyginti su termoelemento sulydymo taško temperatūra, ir mažesnį jos atstumą iki korpuso sienelių. Matuojant slėgį, vielelės temperatūra palaikoma pastovi. Tokiu atveju, slėgiui mažėjant, būtina mažinti ir kaitinimo srovę. Vadinasi, iš šios srovės stiprio galima spręsti apie slėgį siurbiamo indo viduje.

Jonizaciniai manometrai. Jonizacinių manometrų veikimo principas pagrįstas dujų elektroninės jonizacijos srovės priklausomybe nuo slėgio. Jonizacinės manometrinės lempos schema vaizduojama 14 pav., a. Ją sudaro stiklinis balionėlis, kuriame įlydytas kaitinamas volframo vielos katodas 1, spiralės formos volframinis tinklelis 2 ir jonų kolektorius 3. Tinklelio potencialas katodo atžvilgiu yra teigiamas, apie 200 V, o kolektoriaus – neigiamas, apie –20 V. Jungimo schema vaizduojama 14 pav., b. Katodo emituoti elektronai greitėdami juda tinklelio link. Dauguma elektronų pralekia palyginti retas tinklelio vijas. Artėjant prie kolektoriaus, jie stabdomi ir vėl grįžta pralėkdami tinklelį. Taigi, prieš patekdami į tinklelį, elektronai tam tikrą laiką svyruoja apie jį. Tai padidina susidūrimo su dujų molekulėmis ir atitinkamai jų jonizacijos tikimybę.

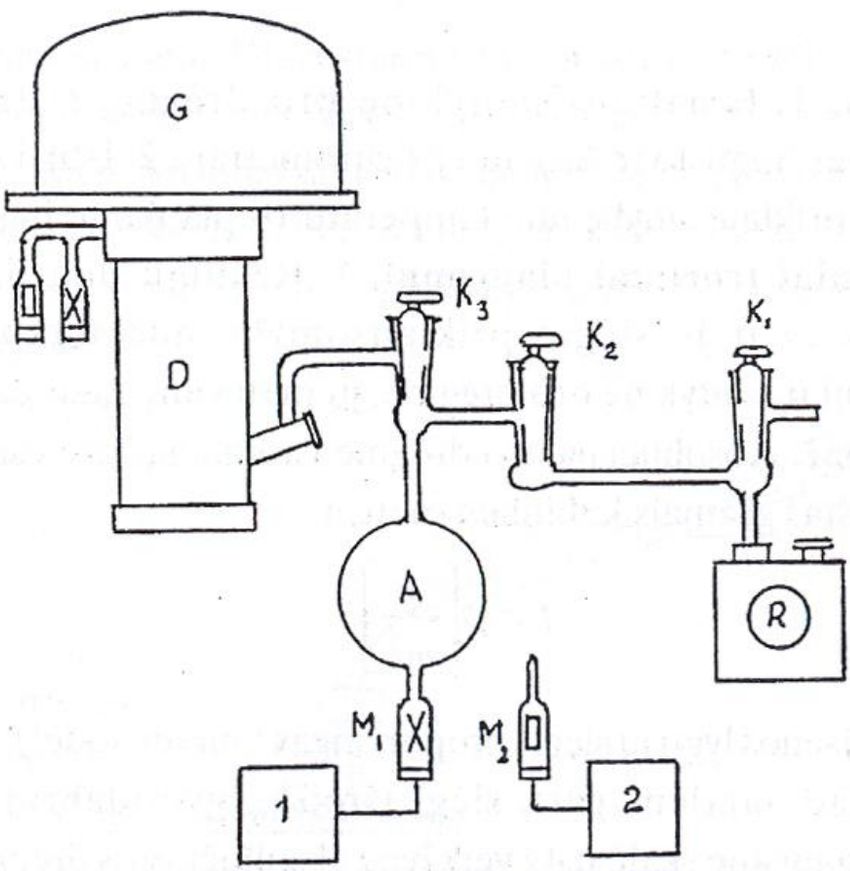


14 pav. **Jonizacinės manometrinės lempos ir jonizacinio vakuumetro schemos**

Dujų jonai patenka į kolektorių. Esant pastoviai elektronų srovei, jonų srovė proporcinga dujų slėgiui: $I_j = cp$; čia c – manometro konstanta. Elektroninė srovė tiesiogiai registruojama miliampermetru, o joninė srovė – prieš tai sustiprinta. Šios konstrukcijos jonizaciniais manometrais galima matuoti slėgius 10^{-3}–10^{-7} Tor intervale. Esant didesniems slėgiams, katodą intensyviai bombarduoja dujų jonai, todėl jis greitai išgaruoja.

Elektronams pataikant į tinklelį, jis emituoja minkštus rentgeno spindulius, kurie išmuša elektronus iš jonų kolektoriaus. Dėl to srovė, tekanti kolektoriaus grandine, padidėja. Fotosrovę taip pat sukelia jonų rekombinacinis spinduliavimas. Esant slėgiui, mažesniam negu 10^{-7} Tor, jonų sąlygojama srovė mažesnė už fotosrovę. Tokiu atveju kolektoriaus srovė nuo slėgio praktiškai nepriklauso.

Vakuuminė aparatūra. Tyrimams skirtos aparatūros schema vaizduojama 15 pav. Rotacinis siurblys (R) sujungtas vamzdine sistema su difuziniu (D). Virš jo per jungiamąjį diską su kiauryme centre sandariai sumontuotas stiklinis arba metalinis gaubtas (G). Vamzdinę sistemą sudaro vamzdžiais sujungti trys čiaupai ir forvakuuminis indas (A) su termoporine manometrine lempa M_1. Čiaupas K_1 skirtas orui įleisti į rotacinį siurblį, kai jis išjungtas. Čiaupas K_3 atskiria forvakuuminę dalį



15 pav. **Vakuuminė aparatūra**

nuo difuzinio siurblio, o K_2 – forvakuuminį indą nuo rotacinio siurblio. Slėgis forvakuuminiame inde matuojamas termoelektriniu vakuumetru 1, o užlydytoje jonizacinėje lempoje M_2 – jonizaciniu vakuumetru 2.

Eksperimentas. Įjungiame termoelektrinį vakuumetrą. Čiaupas K_3 atsuktas, o K_2 ir K_1 užsukti. Slėgis forvakuuminėje kolboje lygus atmosferiniam. Užsukę čiaupą K_1, įjungiame rotacinį siurblį. Atsukę čiaupą K_2, matuojame slėgio kolboje priklausomybę nuo siurblio laiko ir randame jo ribinę vertę. Po to atsukame čiaupą K_3 ir termoelektriniu vakuumetru matuojame slėgį po vakuuminiu gaubtu. Stebime jo kitimą ir nustatome ribinę vertę. Parengiame matavimui jonizacinį vakuumetrą. Matuojame slėgio jonizacinėje lempoje kitimą ir nustatome jo minimalią vertę. Baigę matavimus, užsukame čiaupus K_3 ir K_2, išjungiame rotacinį siurblį ir atsukame čiaupą K_1.

3. GARAI IR SKYSČIAI

3.1. SANTYKINĖS ORO DRĖGMĖS MATAVIMAS IR JOS PRIKLAUSOMYBĖS NUO TEMPERATŪROS TYRIMAS

Užduotis. 1. Išmatuoti santykinę oro drėgmę hidrostatiniu higrometru bei Augusto ir Asmano psichrometrais. 2. Ištirti santykinės oro drėgmės priklausomybę nuo temperatūros plaukiniu higrometru.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Realiųjų dujų izotermės. 2. Sotieji garai ir jų slėgio priklausomybė nuo temperatūros. 3. Absoliučioji ir santykinė oro drėgmė, jų matavimo metodai.

Oro drėgmė. Absoliučiąja oro drėgme vadinamas ore esančių garų tankis, išreikštas gramais kubiniam metrui:

$$f = \rho\left[\frac{g}{m^3}\right]. \qquad (3.1)$$

Pagal dujų būsenos lygtį jų slėgis proporcingas tankiui, todėl $f \sim P$. Įdomu pažymėti, kad vandens garų slėgį išreiškę gyvsidabrio stulpelio milimetrais, gausime skaičių, beveik lygų absoliučiosios drėgmės vertei.

Pavyzdžiui, kai $f = 17{,}2 g/m^3, P = 17{,}4\ mmHg$. Todėl meteorologijoje absoliučioji drėgmė kartais matuojama šiais slėgio vienetais.

Santykine oro drėgme vadinamas absoliučiosios oro drėgmės ir prisotinto oro absoliučiosios drėgmės toje pačioje temperatūroje santykis:

$$r = \frac{f}{f_s}. \tag{3.2}$$

Kadangi sočiųjų garų slėgis P_S proporcingas jų tankiui ($f_s \sim P_s$), tai

$$r = \frac{P}{P_s}. \tag{3.3}$$

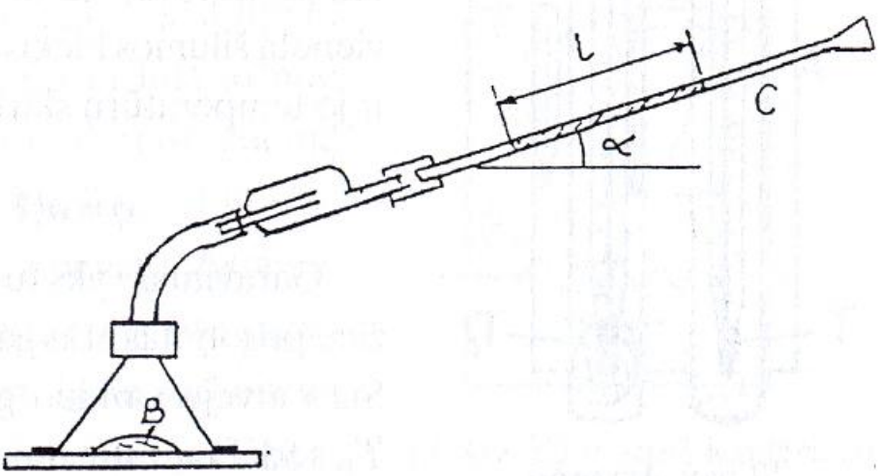
Sočiųjų garų slėgio priklausomybė nuo temperatūros aprašoma eksponentine funkcija

$$P_s = AkT^{3/2} e^{-\frac{u_0}{kT}}; \tag{3.4}$$

čia A – konstanta, k – Bolcmano konstanta, u_0 – energija, sunaudojama išgaruojant vienai molekulei. Taigi izobarinio kaitinimo atveju santykinė drėgmė

$$r = \frac{P}{AkT^{3/2}} \cdot e^{\frac{u_0}{kT}}. \tag{3.5}$$

Matavimo metodai. Hidrostatinis higrometras. Jo veikimas pagrįstas vandens garų dalinio slėgio ir jų soties slėgio skirtumo matavimu, kompensuojant šį skirtumą skysčio stulpelio l slėgiu (16 pav.). Prišlifuotas prie plokštelės gaubtelis ir vamzdelis C su skysčiu sudaro uždarą indą. Jame yra drėgnas vatos arba audeklo gabalėlis B. Hermetiškumui garantuoti šlifas tepamas vakuuminiu tepalu arba vazelinu. Manometrinę dalį sudaro vamzdelis su skysčiu, pritvirtintas prie milimetrinės skalės.



16 pav. **Hidrostatinis higrometras**

Vandeniui garuojant uždarame

inde, jo garų dalinis slėgis didėja nuo vertės p aplinkos ore iki sočiųjų garų slėgio P_s. Skysčio stulpelio slinkimą aukštyn stabdome didindami nuožulnumo kampą α, kurį matuojame pritvirtintu kampamačiu. Pasiekus soties slėgį, pagal slėgių pusiausvyros sąlygą gaunama formulė

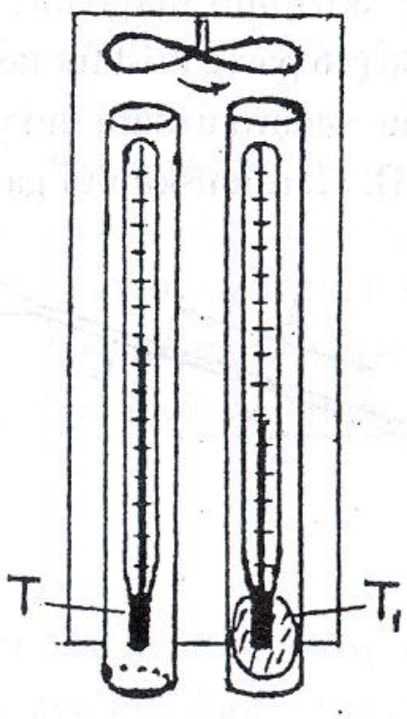
$$P_s - P = \rho g l \sin\alpha; \tag{3.6}$$

čia ρ – skysčio, esančio vamzdelyje, tankis, o l – jo stulpelio ilgis. Padaliję abi lygybės puses iš P_s, gausime, kad santykinė oro drėgmė

$$r = 1 - \frac{\rho g l}{P_s}\sin\alpha. \tag{3.7}$$

Atliekant matavimą, reikia stengtis, kad gaubtelis neįšiltų nuo rankų.

Asmano ir Augusto psichrometrai. Psichrometrais vadinami drėgmės matavimo prietaisai, sudaryti iš sausojo ir šlapiojo termometrų (17 pav.) Šlapiojo termometro galas apvyniojamas vata arba higroskopišku audeklu. Asmano ir Augusto psichrometrai skiriasi termometro drėkinimo ir vėdinimo būdais. Pirmuoju atveju drėkinama lašinant vandenį pipete, o vėdinama ventiliatoriumi. Antruoju – higroskopiška medžiaga pamerkiama į indelį su vandeniu be specialaus vėdinimo. Vandeniui garuojant, naudojama šiluma, todėl drėgnojo termometro tamperatūra mažėja. Didėjant šio termometro ir aplinkos oro temperatūrų skirtumui, didėja ir šilumos pritekėjimas. Kai šilumos priteka tiek, kiek jos reikia vandeniui garinti, sausojo ir šlapiojo termometrų tempertatūrų skirtumas $(T - T_1)$ tampa pastovus. Termometro gautas per laiko vienetą šilumos kiekis proporcingas aplinkos ir jo temperatūrų skirtumui:



17 pav. **Asmano psichrometro schema**

$$q = a(T - T_1). \tag{3.8}$$

Garavimas vyks tuo intensyviau, kuo mažiau prisotintas oras garavimo temperatūroje. Šiuo atveju vanduo garuoja temperatūroje T_1, todėl tam sunaudotas šilumos kiekis per laiko vienetą $q_1 \sim P_1 - P$; čia P_1 – sočiųjų garų

slėgis temperatūroje T_1. Be to, kuo didesnis atmosferos slėgis P_α, tuo didesnis molekulių tankis ir tikimybė, kad išgaravusi vandens molekulė po susidūrimo grįš. Todėl, didėjant atmosferos slėgiui, šilumos sąnaudos mažės ir $q_1 \sim \frac{1}{P_a}$. Apibendrindami užrašysime

$$q_1 = a_1 \frac{P - P_1}{P_a}. \qquad (3.9)$$

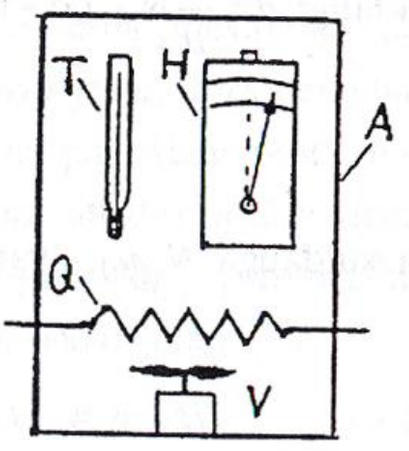
Kadangi $q = q_1$, tai iš (3.8) ir (3.9) lygčių gausime

$$P = P_1 + b(T - T_1)P_a; \qquad (3.10)$$

čia $b = \frac{a}{a_1}$ – prietaiso konstanta. Sočiųjų garų slėgį P_1 rasime higrometrinėje lentelėje. Suradę joje ir sočiųjų garų slėgį P_s temperatūroje T, apskaičiuosime santykinę oro drėgmę.

Plaukinis higrometras. Jo veikimas pagrįstas plauko ilgio priklausomybe nuo oro santykinės drėgmės. Įtemptas plaukas sujungtas sukamąja spyruokle su ašimi ir rodykle. Santykinė drėgmė tiesiogiai atskaitoma skalėje. Tokį higrometrą H (18 pav.) patogu naudoti matavimams uždaroje kameroje, tiriant santykinės drėgmės priklausomybę nuo temperatūros. Temperatūra matuojama termometru T, maišant orą ventiliatoriumi V. Oras šildomas elektriniu kaitintuvu Q.

Eksperimentas. Pipete įlašiname į hidrostatinio higrometro vamzdelį alyvos, sudarydami reikiamo ilgio jos stulpelį. Minimalus stulpelio ilgis priklauso nuo santykinės drėgmės. Vidutinį drėgnumą atitinka maždaug 15 cm ilgio stulpelis. Matavimus atliekame Augusto, Asmano ir hidrostatiniu higrometrais tuo pačiu metu. Matavimus kartojame stebėdami drėgmės kitimą vieną valandą. Gautus duomenis rašome į šią lentelę:



18 pav. **Klimatinė kamera su plaukiniu higrometru**

Hidrostatinis h.			Augusto h.			Asmano h.		
α	P_S	r	T	T_1	r	T	T_1	r

Plaukiniu higrometru matuojame santykinės drėgmės priklausomybę nuo temperatūros, kurią didiname iki 40–45°C.

Rezultatų analizės metodas. Įvertiname, ar matavimų dauomenys, gauti skirtingais metodais, sutampa paklaidų ribose. Pavaizduodami grafiškai santykinės drėgmės priklausomybę nuo temperatūros, ordinačių ašyje atidedame $\ln\left(rT^{3/2}\right)$, o abscisių – $\frac{1}{T}$. Išlogaritmavę (3.5) lygtį, gausime tiesinę priklausomybę

$$\ln\left(rT^{3/2}\right) = \ln\frac{P}{Ak} + \frac{u_0}{k}\frac{1}{T}. \qquad (3.11)$$

Tiesės krypties koeficientas lygus $\frac{u_0}{k}$, todėl

$$u_0 = k\frac{\ln\left(r_1T_1^{3/2}\right) - \ln\left(r_2T^{3/2}\right)}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}. \qquad (3.12)$$

Vandens garavimo šiluma $q_L = \frac{nu_0}{\rho}$; čia n – garų molekulių tankis. Kadangi $n = \frac{\rho}{\mu}N_A$ (ρ – vandens tankis, o μ – jo molio masė), tai

$$q_L = \frac{1}{\mu}N_Au_0; \qquad (3.13)$$

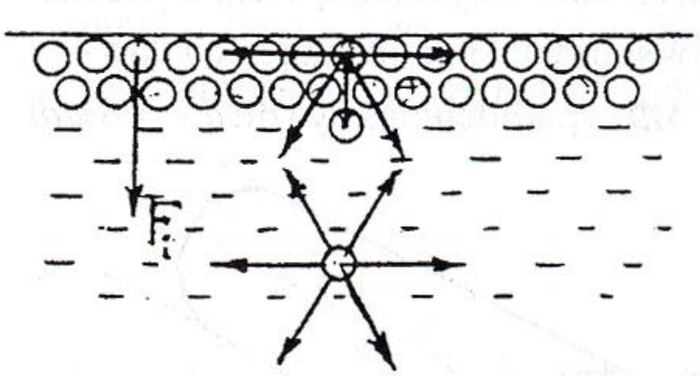
čia sandauga N_Au_0 – vandens molio garavimo šiluma.

3.2. SKYSČIO PAVIRŠIAUS ĮTEMPTIES KOEFICIENTO PRIKLAUSOMYBĖ NUO TEMPERATŪROS

Užduotis. 1. Išmatuoti skysčio paviršiaus įtempties koeficientą kambario temperatūroje svirties ir paviršinių bangų metodais. 2. Ištirti skysčio paviršiaus įtempties koeficiento priklausomybę nuo temperatūros paviršinių bangų metodu.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Paviršiaus įtempties fizikinė prigimtis. 2. Paviršiaus įtempties koeficientas. 3. Paviršiaus kreivumo sąlygojamas slėgis. 4. Kapiliarumo reiškinys. 5. Paviršinės bangos skystyje ir jų naudojimas paviršiaus įtempties koeficientui matuoti.

Paviršiaus slėgis ir įtemptis. Skysčių ir kietųjų kūnų molekulės virpa apie padėtis, atitinkančias traukos ir stūmos jėgų pusiausvyrą bei minimalią tarpusavio sąveikos potencinę energiją. Molekulę, esančią toli nuo paviršiaus, veikia kitos molekulės vienodai į visas puses. Kitaip veikiamos molekulės, esančios aplinkų riboje. Jeigu skystis arba kietasis kūnas ribojasi su vakuumu, jo paviršiaus molekulės traukiamos tam tikra jėga $\vec{F}_i$ į jo vidų (19 pav.). Taigi paviršių veikia tam tikra statmena jėga, lygi visas jo molekules veikiančių jėgų sumai: $\vec{F}_S = \sum \vec{F}_i$. Ši jėga lemia paviršiaus slėgį bei įtemptį. Normaliomis sąlygomis oro molekulių tankis maždaug 10^3 kartų mažesnis negu skysčio arba kietojo kūno, todėl paviršinė įtemptis oro ir vakuumo atžvilgiu praktiškai ta pati.



19 pav. **Paviršiaus įtempties jėgų fizikinis modelis**

Perkeliant molekulę iš skysčio vidaus į jo paviršių, reikia atlikti darbą prieš molekulinės traukos jėgas. Toks perkėlimas didina paviršiaus plotą, todėl darbas, atliktas prieš paviršinės įtempties jėgą, proporcingas ploto padidėjimui:

$$\Delta A = \sigma \cdot \Delta S. \qquad (3.14)$$

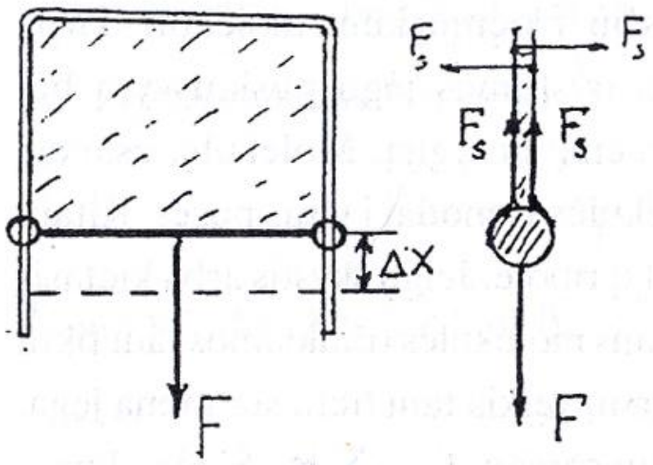
Proporcingumo koeficientas σ vadinamas paviršiaus įtempties koeficientu. Jis rodo, koks darbas tenka vienetiniam paviršiaus ploto pokyčiui.

Kuo didesnis skysčio paviršius, tuo didesnė jo paviršinė potencinė energija $W_S = \sigma \cdot S$. Skystis visada stengiasi užimti formą, atitinkančią minimalią paviršinę energiją, o kartu ir minimalų paviršiaus ploto ir tūrio santykį.

Tarkime, skysčio plėvelė sudaryta ant vielos rėmelio, kurio viena l ilgio kraštinė gali judėti (20 pav.). Jeigu veikiant išorinei jėgai F kraštinė pasislinks atstumu Δx, bus atliktas darbas $\Delta A = F\Delta x$. Kadangi skysčio paviršiaus plotas padidės dydžiu $\Delta S = 2l\Delta x$, tai pagal (3.14) $F\Delta x = \sigma 2l\Delta x$. Kraštinę veikia vienodos paviršiaus įtempties jėgos F_S, todėl $F = 2F_S$.

Tokiu atveju gausime

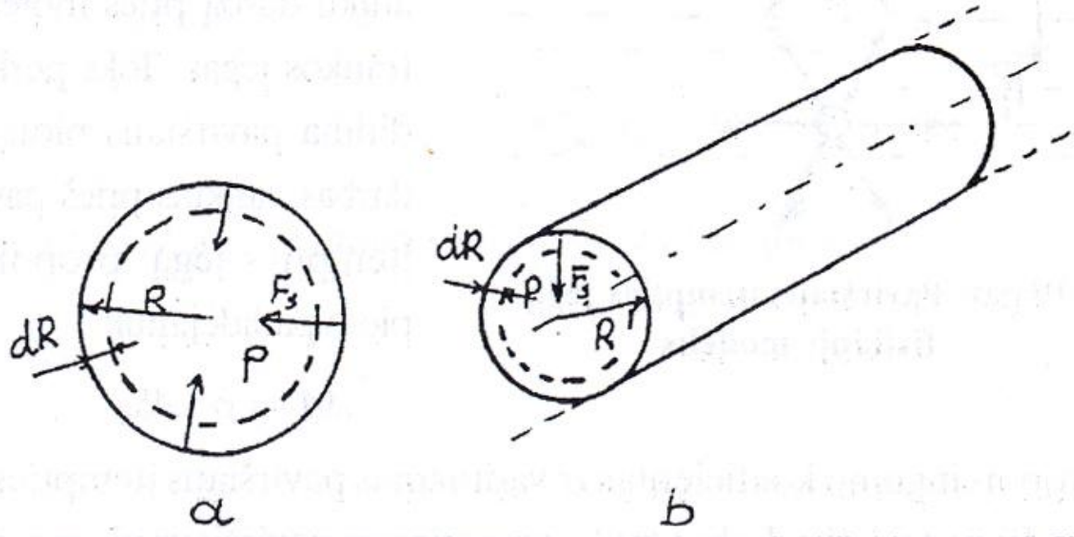
$$F_S = \sigma \cdot l. \qquad (3.15)$$



20 pav. **Paviršiaus įtempties jėgos, veikiančios plėvelės kontūrą**

Išgaubto paviršiaus plotas didesnis negu plokščio, ribojamo tokiu pačiu kontūru (22 pav.). Paviršiaus įtempties jėga visada nukreipta į paviršiaus kreivumo centrą. Ši jėga sudaro papildomą paviršinį slėgį. Rasime šio slėgio priklausomybę nuo paviršiaus kreivumo spindulio.

Apskaičiuokime paviršiaus kreivumo sąlygojamą slėgį P sferinio paviršiaus atveju (21 pav., a). Sferos spindulio padidėjimą nuo r iki $r + dr$ atitinka jos paviršiaus ploto $S = 4\pi r^2$ padidėjimas dydžiu $dS = 8\pi r dr$.



21 pav. **Paviršiaus kreivumo sąlygojamo slėgio apskaičiavimo modeliai**

Padidinus tokiu dydžiu sferos paviršiaus plotą, bus atliktas darbas $dA = P4\pi r^2 dr$. Įrašę dS į (3.14) lygtį, gausime $dA = \sigma 8\pi r dr$. Taigi

$$P = \frac{2\sigma}{r}. \tag{3.16}$$

Jeigu paviršius yra cilindro formos (21 pav., b), tai jo spinduliui padidėjus dydžiu dr plotas padidės dydžiu $dS = 2\pi l dr$. Tokiu atveju pagal (3.14) $dA = \sigma 2\pi l dr$. Be to, $dA = P2\pi r l dr$, todėl

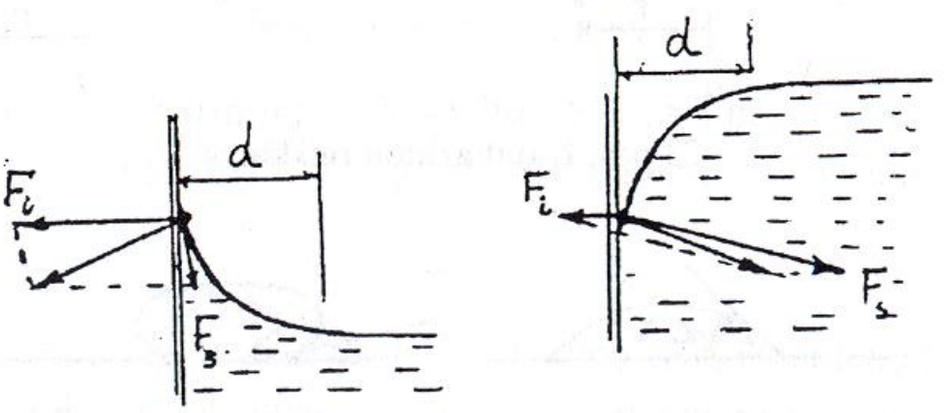
$$P = \frac{\sigma}{r}. \tag{3.17}$$

Kai paviršiaus kreivumo spindulys įvairiose vietose skirtingas ir kinta nuo r_1 iki r_2, tai

$$P = \sigma\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right). \tag{3.18}$$

Skysčiui ribojantis su kieta aplinka arba kitu skysčiu, paviršiaus įtempties jėgų dydis ir kryptis priklauso nuo skysčio molekulių tarpusavio sąveikos jėgų F_S ir jų sąveikos su aplinka jėgų F_l santykio. Panagrinėkime skysčio ir vertikalios indo sienelės ribą (22 pav.). Jeigu skysčio molekulės tarpusavyje sąveikauja stipriau negu su indo molekulėmis, t. y. $F_S > F_l$, tai šių jėgų atstojamoji nukreipta į skystį (22 pav., b).

Esant pusiausvyrai, skysčio paviršius turi būti statmenas jo molekules veikiančių jėgų atstojamajai, todėl ties sienele jis išgaubtas į viršų. Kai $F_S < F_l$, jų atstojamoji nukreipta į indo sienelę (22 pav., a). Tokiu atveju



a *b*

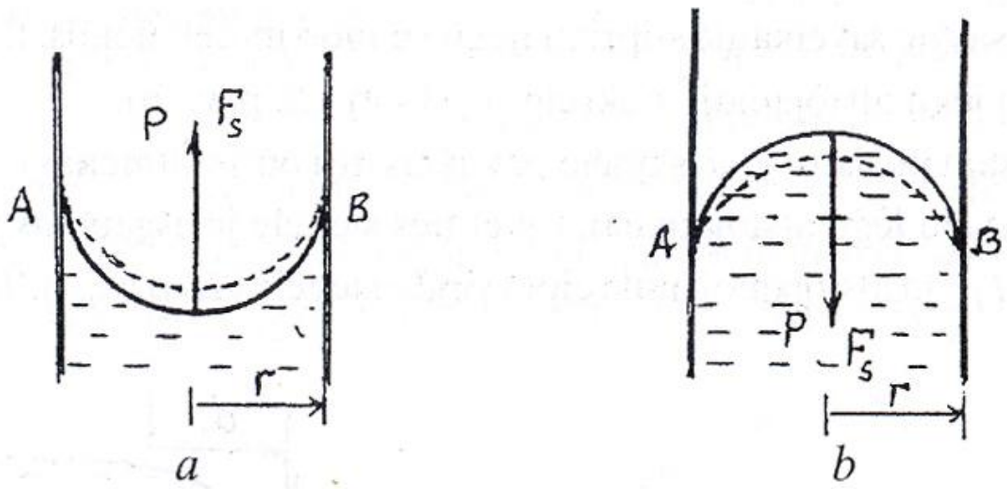
22 pav. **Skysčio paviršius prie vertikalios sienelės**

skysčio paviršius ties sienele yra pakilęs ir išgaubtas žemyn. Matome, kad prie indo sienelės susidaro tam tikro storio skysčio paviršiaus kreivumo zona.

Panagrinėkime atvejį, kai į skystį įstatytas vertikalus vamzdelis, kurio spindulys r mažesnis už kreivumo zonos storį d (23 pav.). Tokiu atveju skysčio paviršiaus kreivumo spindulys lygus r, o jį veikia papildomas slėgis, nusakomas (3.16) formule. Dėl to drėkinantysis skystis pakyla vamzdeliu į tam tikrą aukštį, o nedrėkinantysis nusileidžia žemiau negu skysčio lygis inde. Šis reiškinys vadinamas kapiliarumu. Tuo galima paaiškinti vandens skverbimąsi į smulkius plyšius ir birias bei pluoštines medžiagas.

Esant skysčio lašui ant lygios plokštelės, kampas α tarp jos ir skysčio paviršiaus ties lietimosi riba vadinamas drėkinimo kampu (24 pav.). Jeigu skystis drėkina, $\alpha<\frac{\pi}{2}$, o jeigu ne – $\alpha>\frac{\pi}{2}$.

Paviršinės bangos skystyje. Paviršiaus bangas skystyje sukelia jo paviršiaus horizontalumo trikdymai. Tokios bangos sklinda horizontalioje plokštumoje, o dalelės svyruoja vertikalioje. Kvazielastinės jėgos vaidmenį atlieka sunkio ir paviršiaus įtempties jėgų atstojamoji. Jų dėka, pasibaigus trikdymui, skysčio paviršius grįžta į horizontalią padėtį.



23 pav. **Kapiliarumo reiškinys**

24 pav. **Drėkinančiojo (a) ir nedrėkinančiojo (b) skysčio lašas ant plokštumos**

Aprašysime skysčio paviršiaus dalelių judėjimą vykstant bangavimui. Tarkime, banga sklinda x kryptimi greičiu v indo atžvilgiu (25 pav.). Tokiu atveju bangos sklidimą aprašo funkcija

$$y = y_0 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right); \tag{3.19}$$

čia y – skysčio paviršiaus dalelių nuokrypis nuo pusiausvyros padėties, o y_0 – jo amplitudė. Jeigu bangos ne lūžtančios, skysčio sluoksniai praktiškai nesimaišo. Tai leidžia nagrinėti skysčio bangavimą kaip judėjimą ploname vamzdyje. Tokiu atveju galioja Bernulio lygtis

$$\frac{\rho v_x^2}{2} + P + \rho g y = const\,. \tag{3.20}$$

Šioje lygtyje ρ – skysčio tankis, o P – paviršiaus kreivumo sąlygojamas slėgis. Matome, kad aukčiui y didėjant, dalelių momentinis greitis indo atžvilgiu v_x kryptimi x turi mažėti. Tarkime, žemiausiame taške jo vertė $v_x = v_1$, o aukščiausiame – $v_x = v_2$. Kai $y = 0$, tai $v_x = v$. Panaudoję Bernulio lygtį šioms padėtims, užrašysime

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + P_1 - \rho g y_o = \frac{\rho v_2^2}{2} + P_2 - \rho g y_o\,, \tag{3.21}$$

arba

$$\frac{\rho}{2}(v_1 + v_2)(v_1 - v_2) = P_2 - P_1 + 2\rho g y_0\,. \tag{3.22}$$

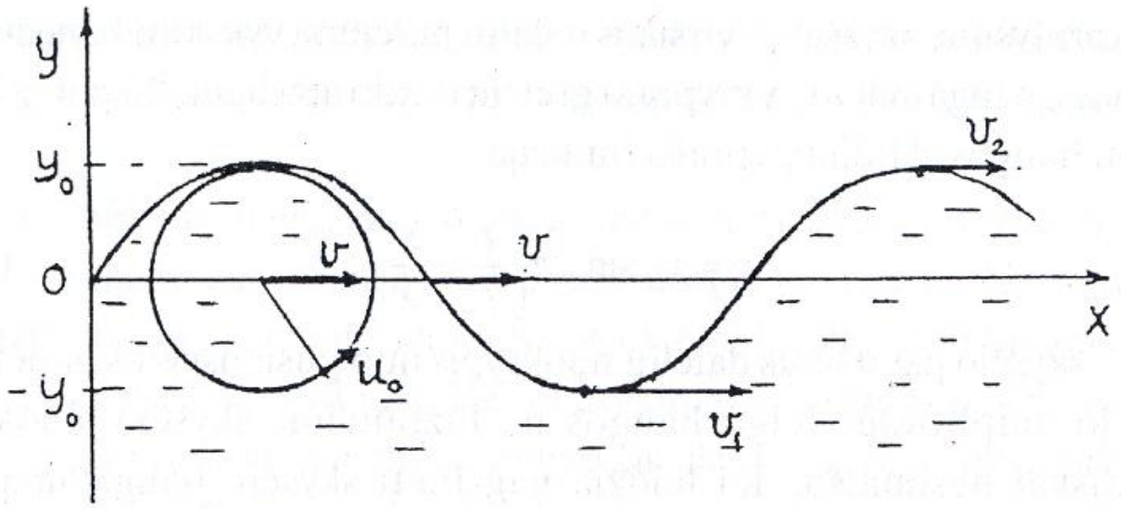
Jeigu greičių skirtumo $u = v - v_x$ maksimali vertė u_0, tai $v_1 = v + u_0$ ir $v_2 = v - u_0$. Atsižvelgę į tai (3.22) lygtyje, užrašysime

$$2\rho v u_0 = P_2 - P_1 + 2\rho g y_0\,. \tag{3.23}$$

Kadangi y ir P yra harmoninės laiko funkcijos, tai pagal (3.20) greičių skirtumas taip pat kinta harmoningai. Tokiu atveju užrašysime

$$u = u_0 \sin 2\pi \frac{t}{T}, \tag{3.24}$$

kai $y = y_0, u = u_0$. Sklindant paviršinei bangai, skysčio dalelių judėjimą galima nagrinėti kaip slenkamojo judėjimo greičiu v ir sukamojo linijiniu greičiu u_0 bei spinduliu y_0 superpoziciją (25 pav.). Panaudoję linijinio greičio ir spindulio ryšį, užrašysime



25 pav. **Paviršinės bangos modelis**

$$u_0 = \frac{2\pi}{T} y_0 = \frac{2\pi}{\lambda} v y_0 . \tag{3.25}$$

Slėgius p_1 ir p_2 lemia bangų keterų ir įdubų kreivumas, todėl $P_1 = -\frac{\sigma}{y_0}$ ir $P_2 = \frac{\sigma}{y_0}$.

$$P_2 - P_1 = \frac{2\sigma}{y_0} . \tag{3.26}$$

Pagal (3.19) nuokrypio y priklausomybę nuo koordinatės išreiškia plokščia sinusoidė: $y = y_0 \sin 2\pi \frac{x}{\lambda}$. Ekstremumų taškuose jos kreivumo spindulys lygus y_0 . Jį išreikšime panaudoję kreivės kreivumo formulę:

$$\frac{1}{y_0} = \frac{d^2 y}{dx^2} \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}} . \tag{3.27}$$

Išdiferencijavę gausime

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2\pi}{\lambda} y_0 \cos 2\pi \frac{x}{\lambda} , \tag{3.28}$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{4\pi^2}{\lambda^2} y_0 \sin 2\pi \frac{x}{\lambda} . \tag{3.29}$$

Ekstremumų taškuose $2\pi \frac{x}{\lambda} = \frac{\pi}{2}; \quad 3\frac{\pi}{2}; \quad 5\frac{\pi}{2} ...;$ todėl $\frac{dy}{dx} = 0$ ir

$$\frac{1}{y_0} = \frac{4\pi^2}{\lambda^2} y_0 . \tag{3.30}$$

Taigi

$$P_2 - P_1 = \frac{8\pi^2}{\lambda^2}\sigma y_0 \cdot \tag{3.31}$$

Įrašę (3.25) ir (3.31) į (3.23), gausime

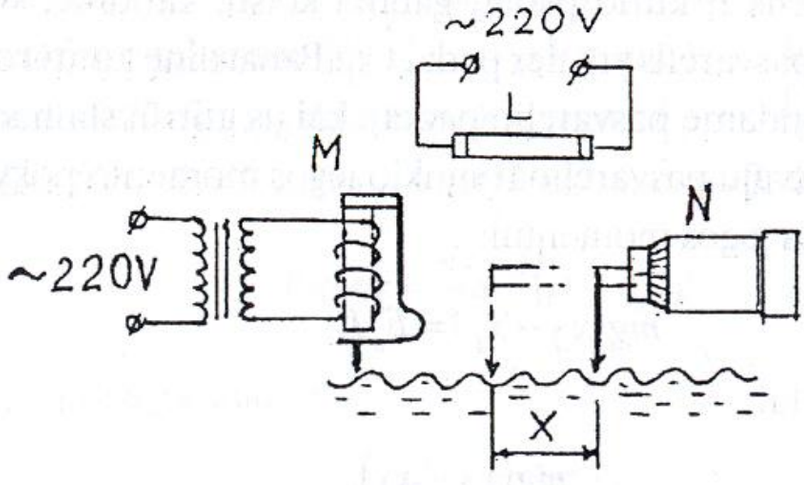
$$\frac{2\pi\rho v^2}{\lambda} = \frac{4\pi^2\sigma}{\lambda^2} + \rho g \cdot \tag{3.32}$$

Matome, kad paviršinės bangos sklidimo greitis

$$v = \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda} + \frac{\lambda g}{2\pi}} \cdot \tag{3.33}$$

Kuo trumpesnė banga, tuo didesnę įtaką jos sklidimo greičiui turi paviršiaus įtempties jėgos. Sunkio jėgos galima nepaisyti, jeigu $\frac{\lambda g}{2\pi} << \frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda}$, t. y. kai $\lambda << 2\pi\sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}$. Bangos, kurios tenkina šias sąlygas, vadinamos kapiliarinėmis, o priešingu atveju – gravitacinio tipo bangomis.

Tyrimo metodika ir aparatūra. Paviršiaus įtempties koeficientą randame matuodami bangos ilgį λ. Tyrimo aparatūros schema vaizduojama 26 pav. Paviršines bangas sukelia elektromagnetinis vibratorius M. Jo ritele leidžiama 50 Hz dažnio srovė sukelia kintamąjį magnetinį lauką, kuris du kartus per periodą pakeisdamas kryptį pasiekia maksimalią vertę, todėl spyruokliuojanti plokštelė vibruoja 100 Hz dažniu. Ją veikianti traukos jėga nepriklauso nuo magnetinio lauko krypties.



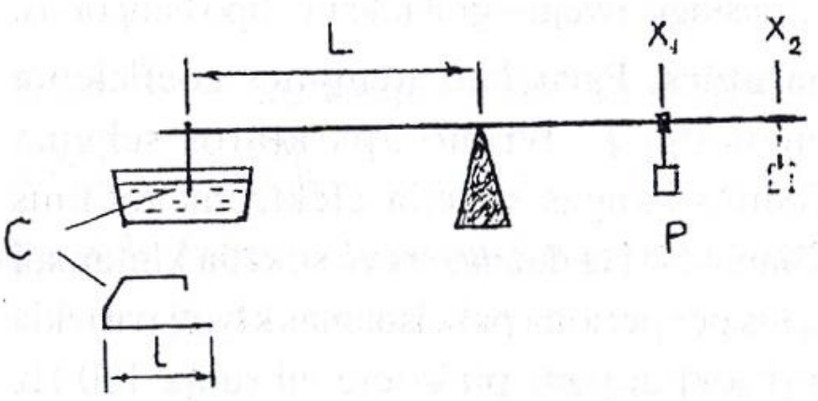
26 pav. **Matavimo paviršinių bangų metodu schema**

Bangos ilgiui tiksliau išmatuoti skysčio paviršius apšviečiamas liuminescencine dienos šviesos lempa, įjungta į 50 Hz dažnio įtampos tinklą. Taip sudaromas stroboskopinis efektas, nes lempa per laiko tarpą, lygų kintamosios srovės periodui, du kartus trumpam užgęsta, kai srovė keičia kryptį. Taigi lempa šviečia 100 Hz dažnio blyksniais. Šiuo atveju bangos atrodo nejudančios, nes per 0,01 s į tą pačią vietą ateina kita banga.

Bangų keteros ir įdubos esti pakankamai ryškios, matomos šviesios ir tamsios juostos. Nuotolis tarp dviejų vienodų juostų lygus bangos ilgiui. Mikrometriniu matuokliu išmatuojame atstumą x, atitinkantį sveiką skaičių n tokių intervalų.

Bangos ilgis $\lambda = \frac{x}{n}$. Paviršiaus įtempties koeficiento apskaičiavimo formulę gausime iš (3.33), įrašę į ją $v = \nu\lambda$:

$$\sigma = \frac{\rho\lambda^2}{4\pi^2}\left(2\pi\nu^2\lambda - g\right). \tag{3.34}$$



27 pav. **Matavimo svirties metodu schema**

Paviršiaus įtempties koeficiento matavimo svirties metodu schema vaizduojama 27 pav. Svirties, turinčios milimetrinę skalę, kairiajame gale pakabintas vielos kontūras C, kurio apatinė l ilgio dalis yra horizontali. Dešinėje pusėje pakabintas pasvarėlis P, kurio padėtį galima keisti. Tarkime, svirtis yra pusiausvyroje, kai pasvarėlis yra ties padala x_1. Panardinę kontūro apatinę kraštinę į skystį, randame pasvarėlio padėtį, kai jis atitrūksta nuo skysčio paviršiaus. Tokiu atveju pasvarėlio P sunkio jėgos momento pokytis lygus paviršiaus įtempties jėgos momentui:

$$mg(x_2 - x_1) = F_s L. \tag{3.35}$$

Kadangi $F_s = 2\sigma l$, tai

$$\sigma = \frac{mg(x_2 - x_1)}{2lL}. \tag{3.36}$$

Eksperimentas. Svirties metodu matuojame tiriamo skysčio paviršiaus įtempties koeficientą kambario temperatūroje. Randame pasvarėlio P atstumą x_1 iki svirties atramos, atitinkantį jos pusiausvyros sąlygą, kai kontūro C gulsčioji dalis panirusi skystyje. Paskui pasvarėlį stumiame arčiau svirties galo ir surandame atstumą x_2, kai vielos kontūras atitrūksta nuo skysčio. Labai svarbu užtikrinti apatinės kontūro dalies lygiagretumą su skysčio paviršiumi. Tai pasiekiama reguliuojant svirties atramą.

Skysčio paviršiaus įtempties koeficiento priklausomybę nuo temperatūros tiriame paviršinių bangų metodu. Temperatūrą didiname iki 50°C. Mikrometriniu matuokliu patariama matuoti dviejų arba trijų bangos ilgių intervalus (x).

3.3. SKYSČIO KLAMPOS KOEFICIENTO PRIKLAUSOMYBĖS NUO TEMPERATŪROS TYRIMAS STOKSO BŪDU

Užduotis. 1. Ištirti klampos koeficiento priklausomybę nuo temperatūros. 2. Rasti molekulės aktyvacijos energiją.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Klampos jėga. 2. Skysčių klampos koeficiento priklausomybė nuo temperatūros. 3. Stokso formulė. 4. Jėgos, veikiančios rutuliuką, krintantį skystyje.

Tyrimo metodas. Rutuliuką, judantį skystyje greičiu v, veikia pasipriešinimo jėga:

$$F = 6\pi\eta r v; \tag{3.37}$$

čia r – rutuliuko spindulys. Šią priklausomybę įrodė Dž. Stoksas. Rutuliuką veikia vertikali keliamoji jėga $F_A = \rho_s V g$; čia ρ_s – skysčio tankis, o V – rutuliuko tūris. Jeigu, veikiant sunkio jėgai $F_g = \rho V g$, jis juda pastoviu greičiu, tai $F_A + F = F_g$; čia ρ – rutuliuko tankis. Tada galioja lygybė

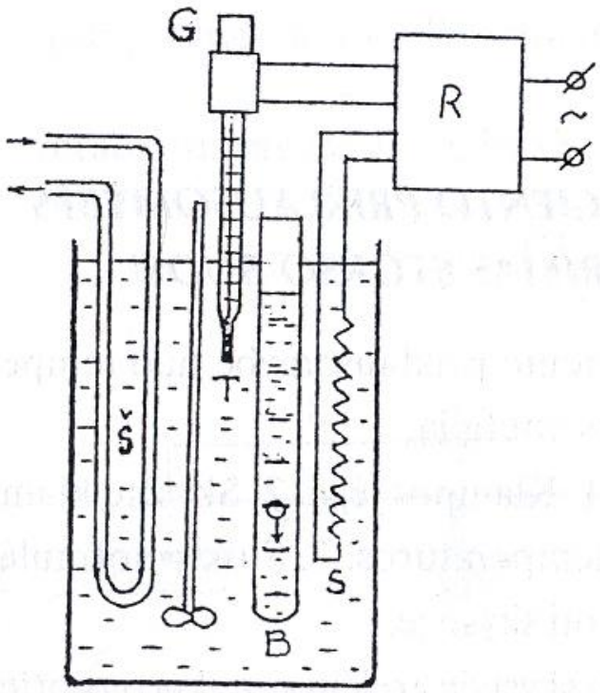
$$6\pi r\eta v = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \rho_s)g. \tag{3.38}$$

Iš (3.38) lygties gauname

$$\eta = \frac{2}{9} g r^2 \frac{\rho - \rho_s}{v}. \tag{3.39}$$

Tiksliau nagrinėjant reikia atsižvelgti į tai, kad stabdymo jėga priklauso nuo indo matmenų. Rutuliukui krintant išilgai ašies vamzdžio, kurio spindulys R, ši jėga bus $\left(1+2{,}4\frac{r}{R}\right)$ karto didesnė negu neribotoje aplinkoje. Tokiu atveju

$$\eta=\frac{2}{9}gr^2\frac{\rho-\rho_s}{v\left(1+2{,}4\frac{r}{R}\right)}. \qquad (3.40)$$



28 pav. **Klampos koeficiento matavimo Stokso metodu schema**

Matavimo aparatūra vaizduojama 28 pav. Indas B su tiriamu skysčiu yra termostate. Jo temperatūra reguliuojama šaldytuvu Š ir kaitintuvu S, valdomu kontaktinio termometro T per valdymo bloką R. Termostato vanduo maišomas maišikliu. Pageidaujamą temperatūrą nustatome sukdami termometro reguliatoriaus galvutę G, kol slanki žymė atsidurs ties reikiama padala.

Išmatavę mikrometru arba slankmačiu rutuliuko skersmenį, leidžiame jam kristi skystyje. Nusistovėjus greičiui, išmatuojame laiką t, per kurį jis nueina atstumą l.

Matavimo duomenų analizė. Skysčio klampos koeficiento priklausomybė nuo temperatūros aprašoma eksponentine funkcija:

$$\eta=ATe^{\frac{W}{kT}}; \qquad (3.41)$$

čia A – konstanta, o W – energija, kurią reikia suteikti molekulei, kad ji peršoktų į kitą pusiausvyros padėtį, vadinama aktyvacijos energija. Ordinačių ašyje atidėję $\lg\frac{\eta}{T}$, o abscisių – $\frac{1}{T}$, gausime tiesę, kurios krypties koeficientas

$$\frac{\lg\frac{\eta_2}{T_2}-\lg\frac{\eta_1}{T_1}}{\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}}=\frac{W}{k}\lg e\,; \tag{3.42}$$

čia η_1 ir η_1 – klampos koeficientų vertės atitinkamai T_1 ir T_2 temperatūrose. Taigi aktyvacijos energija

$$W=\frac{k}{\lg e}\,\frac{\lg\frac{\eta_2}{T_2}-\lg\frac{\eta_1}{T_1}}{\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}}. \tag{3.43}$$

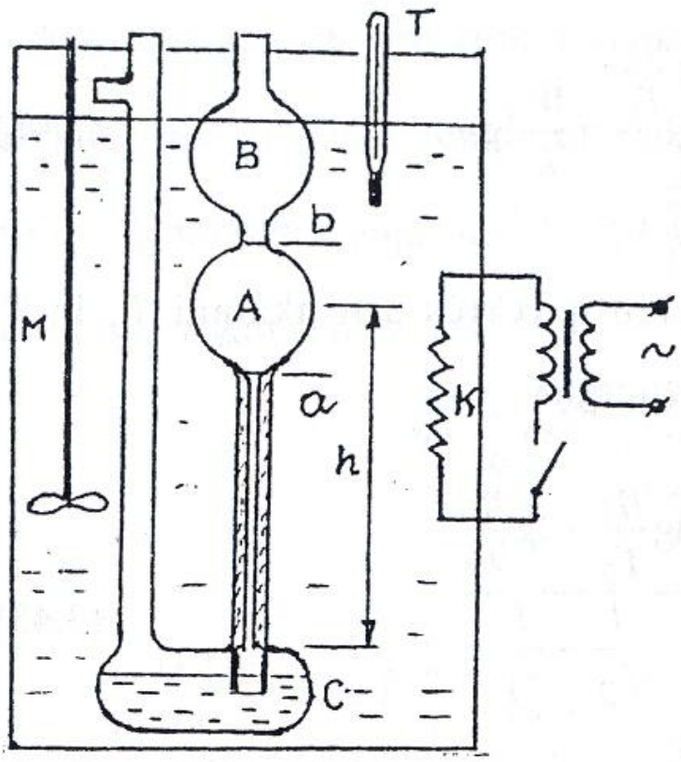
T ir η vertes imame iš grafiko, pratęsę tiesę iki susikirtimo su koordinačių ašimis.

3.4. SKYSČIO KLAMPOS KOEFICIENTO PRIKLAUSOMYBĖS NUO TEMPERATŪROS TYRIMAS KAPILIARINIU VISKOZIMETRU

Užduotis. 1. Ištirti skysčio klampos koeficiento priklausomybę nuo temperatūros. 2. Rasti molekulės aktyvacijos energiją.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Klampos jėga. 2. Skysčių klampos koeficiento priklausomybė nuo temperatūros. 3. Puazeilio formulė. 4. Kapiliarinis viskozimetras.

Tyrimo metodas. Matavimo aparatūrą sudaro kapiliarinis viskozimetras, esantis kaitinimo inde su vandeniu (29 pav.). Temperatūra keičiama elektriniu kaitintuvu K (M – maišiklis, T – termometras). Viskozimetro kapiliaro apatinė dalis sujungta su trumpu platesniu vamzdeliu, esančiu rezervuare C, o viršutinė – su sferos pavidalo rezervuarais A ir B. Į viskozimetrą įpilame tiriamo skysčio, kad vamzdelis, sujungtas su kapiliaru, panirtų beveik visas. Po to skystį siurbiame pripildydami rezervuarą B maždaug iki pusės. Leidžiame skysčiui tekėti ir išmatuojame laiką t, per kurį jis nuslugs nuo žymės b iki a. Skysčio



29 pav. **Klampos koeficiento matavimo kapiliariniu viskozimetru schema**

tekėjimą kapiliaru lemia hidrostatinis slėgis. Matavimo metu skysčio stulpelio aukštis kinta. Jo vidutinę vertę atitinkantis slėgių skirtumas

$$P_2 - P_1 = \rho g h . \qquad (3.44)$$

Klampos koeficientą rasime pasinaudoję Puazeilio formule (2.15):

$$\eta = \frac{\pi r^4 \rho g h t}{8 l V} ; \qquad (3.45)$$

čia V – skysčio, esančio rezervuare A tarp žymių a ir b, tūris. Temperatūrą reguliuojame keisdami kaitinimo trukmę. Laiką t matuojame tada, kai temperatūros kitimas gana mažas. Molekulės aktyvacijos energiją randame kaip ir naudodami Stokso metodą.

4. KIETŲJŲ KŪNŲ ŠILUMINĖS SAVYBĖS

4.1. KIETŲJŲ KŪNŲ SAVITOSIOS ŠILUMOS MATAVIMAS KALORIMETRU

Užduotis. 1. Išmatuoti kalorimetro šiluminę talpą. 2. Išmatuoti kietųjų kūnų savitąsias šilumas.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Šiluminė energija. 2. Diulongo ir Pti dėsnis. 3. Savitosios šilumos priklausomybė nuo temperatūros. 4. Fonono samprata. 5. Debajaus temperatūra.

Kietųjų kūnų savitoji šiluma. Savitąja šiluma vadinamas fizikinis dydis, parodantis, kokį šilumos kiekį reikia suteikti vienetinės masės kūnui, kad jo temperatūra pakistų vienu kelvinu:

$$c = \frac{dW}{mdT}; \qquad (4.1)$$

čia W – vidinė energija, susijusi su chaotišku atomų bei molekulių judėjimu – šiluminė energija. Fizikinis dydis, parodantis, kokį šilumos kiekį reikia suteikti vieno molio masės kūnui, kad jo temperatūra pakistų vienu kelvinu, vadinama moline savitąja šiluma ($c_\mu = {}_\mu c$). Taip pat galima pasakyti, kad šiluminę energiją sudaro chaotiško atomų judėjimo kinetinių ir potencinių energijų, kurių įnašai vienodi, suma. Kietojo kūno atomų bei molekulių šiluminiai virpesiai yra asimetriški, o kartu ir neharmoniniai. Virpesių dažnių spektras yra diskretinis, o energija kvantuota. Virpesių energijos kvantas vadinamas fononu. Jo energija išreiškiama Planko formule: $w = h\nu$. Jeigu kristalo ilgis L, tai mažiausio dažnio bangos ilgis lygus $2L$. Maksimalų dažnį ν_{max} atitinka $\lambda_{min} = 2a$ bangos ilgis; čia a – tarpatominis nuotolis. Virpesių spektro dažnio vertė vadinama moda. Šie dažniai atitinka stovinčiosios bangos arba akustinio rezonanso sąlygas. Modų skaičius lygus kristalo gardelės elementariųjų narvelių skaičiui. Vienos modos energiją sudaro sveikas fononų skaičius:

$$W_n = nh\nu. \qquad (4.2)$$

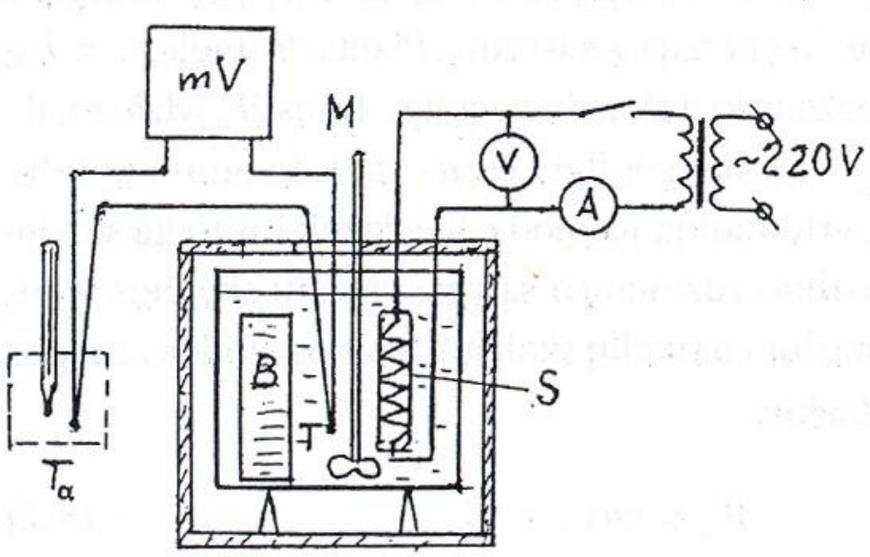
Šiluminė energija sugeriama ir spinduliuojama kvantais. Dėl gardelės virpesių neharmoniškumo **šiluma sklinda fononų difuzijos būdu.** Fononas

sklinda garso greičiu, būdingu jo dažniui, tačiau, kaip ir dujų molekulė, turi laisvojo lėkio ilgį. Kuo aukštesnė temperatūra, tuo daugiau fononų. Maksimalaus dažnio fonono sužadinimo sąlyga $kT \geq h\nu_{max}$. Temperatūra

$$\theta = \frac{h\nu_{max}}{k} \tag{4.3}$$

vadinama Debajaus temperatūra. Kai $T>\theta$, kylant temperatūrai didėja tik fononų tankis. Tokiu atveju savitoji šiluma praktiškai nekinta – galioja Diulongo ir Pti dėsnis, pagal kurį kietųjų kūnų molinė šiluma $C_\mu = 3R$. Ji beveik nepriklauso nuo temperatūros. Kai T<<θ, fononų tankis didėja proporcingai T^3, todėl ir $C \sim T^3$.

Eksperimento metodika. Matavimo metodas grindžiamas energijos tvermės dėsniu. Aparatūros schema vaizduojama 30 pav. Į termoizoliuotą indą su vandeniu arba kitu mažiau garuojančiu skysčiu įdėtas tiriamasis kūnas B, kaitintuvas S, termoelementas ir maišiklis. Tekant kaitintuvu elektros srovei, pakyla indo bei jame esančių kūnų temperatūra. Tam tikras šilumos kiekis Q' patenka į aplinką. Vėstančio kūno atiduotas per laiko vienetą šilumos kiekis proporcingas jo ir aplinkos temperatūrų skirtumui. Šilumos nuotėkio įtakai sumažinti naudojami šiluminiai ekranai. Jų temperatūra reguliuojama taip, kad ji būtų lygi kalorimetro vidaus temperatūrai. Nesant šiluminio ekrano, matavimas pradedamas suvienodinus aplinkos ir kalorimetro temperatūras. Tokiu atveju šilumos nuotėkio įtaką galima įvertinti išmatavus temperatūros sumažėjimą, išjungus kaitinimo srovę per laiką, lygų kaitinimo trukmei. Jeigu šis sumažėjimas lygus $\delta T'$, tai prie kalorimetro temperatūros pokyčio jį pridedame. Kitaip tariant, $Q' = K\delta T$; čia K – kalorimetro su bandiniu arba be jo šiluminė talpa.



30 pav. **Savitosios šilumos matavimas elektrokalorimetru**

Kalorimetro šiluminė talpa K_0 matuojama kaitinant jį be bandinio. Jeigu kaitintuvu tekant I stiprio srovei, esant įtampai U_V, per laiką t_1 temperatūra pakilo nuo T_1 iki T_2, tai pagal energijos tvermės dėsnį $U_V I t_1 = K_0(T_2 - T_1) + Q'$ arba $U_V I t_1 = K_0(T_2 - T_1 + \delta T)$. Temperatūra matuojama termoelementu, kurio vienas sulydytas taškas yra pastovioje temperatūroje T_a, o kitas – matuojamoje T. Kadangi temperatūros pokyčiai gana maži, tai milivoltmetro rodomas įtampos pokytis $U_2 - U_1 = a(T_2 - T_1)$ arba $T_2 - T_1 = a^{-1}(U_2 - U_1)$. Analogiškai užrašysime, kad $\delta T = a^{-1}\delta U$. Įrašę tai į energijos tvermės dėsnio lygtį, gausime $IU_V t_1 = K_0(U_2 - U_1 + \delta U)a^{-1}$. Taigi kalorimetro šiluminė talpa

$$K_0 = \frac{U_V I t_1 a}{U_2 - U_1 + \delta U}. \qquad (4.4)$$

Pažymėkime kalorimetro su bandiniu šiluminę talpą K. Jeigu tekant to paties stiprio ir įtampos srovei per laiką t_2 milivoltmetro rodmenys pakito nuo U_3 iki U_4, tai

$$K = \frac{U_V I t_2 a}{U_4 - U_3 + \delta U}. \qquad (4.5)$$

Bandinio savitoji šiluma

$$C = \frac{K - K_0}{m}; \qquad (4.6)$$

čia m – bandinio masė.

Eksperimentas. Pradedant matavimus, kalorimetro ir aplinkos temperatūros turi būti beveik vienodos. Tuo įsitikiname stebėdami ir registruodami termoelektrinės įtampos priklausomybę nuo laiko. Užrašę jos nusistovėjusią vertę U_1, įjungiame kaitintuvą. Skystį kalorimetre nuolatos maišome, stebime ir užrašome milivoltmetro rodmenis. Išjungę kaitinimą, toliau stebime ir registruojame termoelektrinės įtampos kitimą kaitinimo trukmės intervale. Įvertiname pataisą δU dėl vėsimo ir apskaičiuojame K_0 vertę. Matavimo rezultatus rašome į šią lentelę:

Kaitinimas		Vėsinimas	
t	U	t	U

Analogiškus matavimus atliekame įdėję į kalorimetrą bandinį ir randame jo savitąją šilumą. Prieš kaitinimą vandenį išsiurbiame 1 pav., a, pavaizduotu prietaisu ir atvėsiname arba pakeičiame turinčiu kambario tamperatūrą.

4.2. METALŲ ŠILUMOS LAIDUMO KOEFICIENTO MATAVIMAS

Užduotis. Išmatuoti metalo šilumos laidumo koeficientą.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Šilumos laidumo lygtis. 2. Fonono samprata. 3. Šilumos laidumo Debajaus teorija. 4. Laisvųjų elektronų įtaka kietųjų kūnų šiluminiam laidumui.

Šiluminis laidumas. Šilumos pernešimo intensyvumas kiekybiškai apibūdinamas šilumos srauto tankiu. Jeigu laidininku, kurio skerspjūvio plotas S, per laiką dt pernešamas šilumos kiekis dQ, tai šilumos srauto tankis

$$q = \frac{dQ}{Sdt}. \tag{4.7}$$

Jis parodo, koks šilumos kiekis pernešamas per laidininko skerspjūvio ploto vienetą per laiko vienetą.

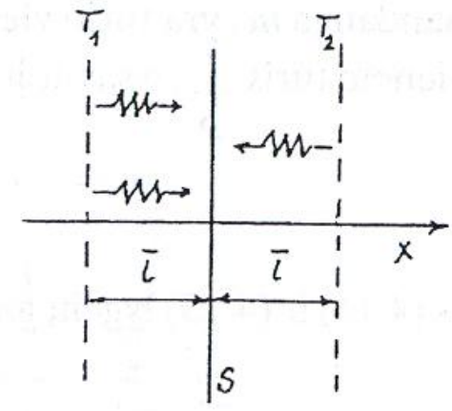
Eksperimentais nustatyta, kad šilumos srauto tankis proporcingas temperatūros gradientui ir nukreiptas jos mažėjimo kryptimi. Temperatūros gradientas parodo, koks temperatūros pokytis atitinka ilgio vienetą. Jeigu ilgio intervale dx temperatūros pokytis dT, tai šilumos srauto tankis

$$q = \chi \frac{dT}{dx}; \tag{4.8}$$

čia χ – šilumos laidumo koeficientas. Jis parodo, koks šilumos srautas atitinka vienetinį temperatūros gradientą. Ši lygtis būdinga atsitiktiniams difuzijos tipo procesams. Jeigu fononai sklistų be trukdymų, šilumos srauto tankis būtų proporcingas temperatūrų skirtumui, o ne gradientui.

Kietųjų dielektrikų šilumos laidumą pirmasis išnagrinėjo P. Debajus, naudodamas kinetinės dujų teorijos modelį. Kadangi šiluminių virpesių energiją gardelė sugeria ir spinduliuoja tam tikrais kiekiais, sudarančiais sveiką fononų skaičių, šilumos laidumą galima nagrinėti kaip fononų

sugerties, spinduliavimo ir jų sklidimo procesų visumą. Fononų sklidimas kristale panašus į dujų molekulių difuziją.



31 pav. **Šilumos pernešimo fononinis modelis**

Tarkime, temperatūros gradientas nukreiptas pagal x ašį ir $T_1 > T_2$ (31 pav.). Apskaičiuokime tankį šilumos srauto per plokštumą, statmeną x ašiai. Fonono vidutinį laisvąjį kelią pažymėkime $\bar{l}$. Galima tari, kad pralėkę šį atstumą fononai sugeriami. Tokiu atveju plokštumą S kerta visi fononai, esantys atstumu $\bar{l}$ nuo jos ir judantys x ir jai priešinga kryptimi. Šiluminę talpą, tenkančią vienam fononui, pažymėkime c_i. Tūryje $\bar{l}S$ yra $n\bar{l}S$ fononų, kurių vidutiniškai vienas šeštadalis juda x ašies kryptimi. Per laiko vienetą jie perneš šilumos kiekį

$$Q_1 = \frac{1}{6}\frac{c_i n \bar{l} T_1 S}{\tau}; \tag{4.9}$$

čia τ – vidutinė fonono gyvavimo trukmė. Kadangi fononų sklidimo greitis $v = \frac{\bar{l}}{\tau}$, tai pažymėję jų tankį n gausime, kad šilumos srauto tankis

$$q_1 = \frac{1}{6} n c_i v T_1 . \tag{4.10}$$

Srauto tankis priešinga kryptimi:

$$q_2 = \frac{1}{6} n c_i v T_2 . \tag{4.11}$$

Atstojamasis šilumos srauto tankis

$$q = \frac{1}{6} n c_i v \left(T_1 - T_2\right). \tag{4.12}$$

Šiuo atveju $T_1 - T_2 = \frac{dT}{dx} 2\bar{l}$, todėl

$$q = \frac{1}{3} n c_i v \bar{l} \frac{dT}{dx}. \tag{4.13}$$

Taigi šilumos laidumo koeficientas

$$\chi = \frac{1}{3} n c_i v \bar{l} . \tag{4.14}$$

Sandauga nc_i yra tūrio vieneto šiluminė talpa. Jeigu tankis ρ, tai masės vieneto tūris $\frac{1}{\rho}$, o savitoji šiluma

$$c = \frac{nc_i}{\rho}. \tag{4.15}$$

Iš (4.14) ir (4.15) lygčių gausime

$$\chi = \frac{1}{3}\rho c v \bar{l}. \tag{4.16}$$

Fonono, kurio energija $h\nu$, greitis lygus to paties dažnio garso bangos sklidimo greičiui.

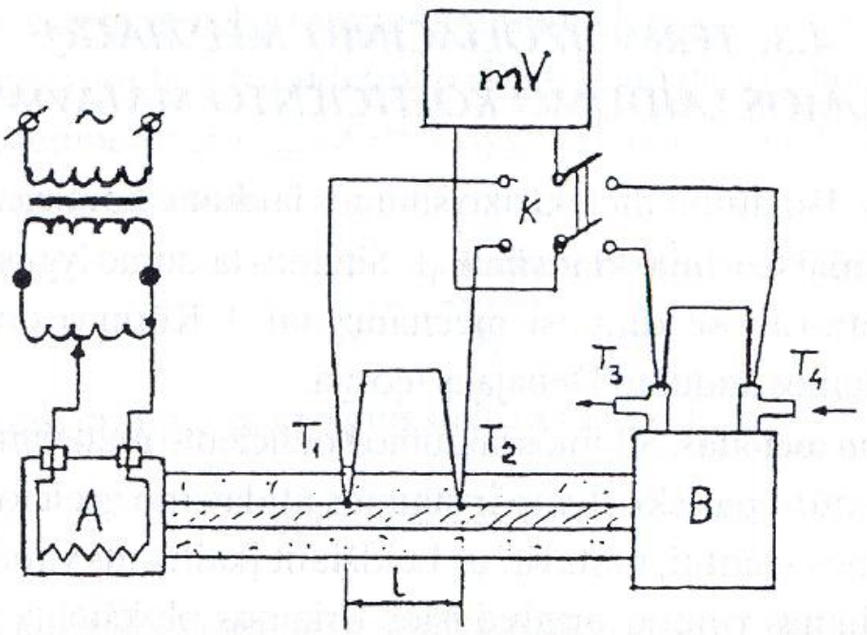
Metaluose šilumą perneša fononai ir laisvieji elektronai. Todėl šilumos laidumo koeficientas turi du dėmenis – elektroninį (χ_e) ir fononinį (χ_f), t. y.

$$c = \chi_e + \chi_f. \tag{4.17}$$

Šiluminiam laidumui turi įtakos tik tie laisvieji elektronai, kurie dalyvauja šiluminiame judėjime.

Elektronų pasiskirstymui pagal energiją galioja Paulio draudimo principas. Jo esmę sudaro tai, kad atome arba kristale tą pačią energiją gali turėti tik du elektronai su priešingais savaisiais impulso momentais – spinais. Dėl to laisvieji elektronai užima tam tikrą energijų intervalą. Didžiausia energija, kurią gali turėti laisvasis elektronas absoliutaus nulio temperatūroje, vadinama Fermio energija (lygmeniu). Praktiškai galima teigti, kad šiluminiame judėjime dalyvauja elektronai, kurių energijos yra kT intervale, apimančiame Fermio lygmenį. Mažesnių energijų elektronai šiluminiame judėjime beveik nedalyvauja. Dėl to galima teigti, kad šiluminių elektronų tankis n_e proporcingas kT intervalo dydžiui ($\chi_e \sim n_e \sim T$). Šią priklausomybę patvirtina eksperimentas. Elektroninis šilumos laidumo koeficientas skaičiuojamas taikant idealiųjų dujų modelį šiluminiams elektronams.

Matavimo metodas. Metodo esmę sudaro temperatūros gradiento termiškai izoliuotame strype ir pratekėjusio juo šilumos kiekio matavimas (32 pav.). Vienas strypo galas A kaitinamas vandens garais, o kitas – B šaldomas pratekančiu vandeniu. Termoelementais matuojami temperatūrų skirtumai: $(T_1 - T_2)$ – strypo dalyje l ir $(T_3 - T_4)$ – įtekančio bei ištekančio vandens. Šilumos kiekis, pratekėjęs strypu per laiką t:



32 pav. **Metalo šilumos laidumo matavimo schema**

$$Q_1 = \chi \frac{T_1 - T_2}{l} St. \tag{4.18}$$

Pratekantis vanduo gavo šilumos kiekį

$$Q_2 = mc(T_3 - T_4). \tag{4.19}$$

Kadangi strypas termiškai izoliuotas, tai esant dinaminei pusiausvyrai $Q_1 = Q_2$. Iš (4.18) ir (4.19) lygčių gausime

$$\chi = \frac{mc(T_3 - T_4)}{St(T_1 - T_2)}. \tag{4.20}$$

Vandens masę m rasime išmatavę jo tūrį V ir žinodami tankį ρ, t. y. $m = \rho V$. Termoelektrovaros $u_1 = \alpha_1(T_1 - T_2)$ ir $u_2 = \alpha_2(T_3 - T_4)$ matuojamos milivoltmetru, prijungtu per komutatorių K. Čia α_1 ir α_2 – termoelektriniai koeficientai. Galutinai užrašysime

$$\chi = \frac{\rho V c l u_2 \alpha_1}{S t u_1 \alpha_2}. \tag{4.21}$$

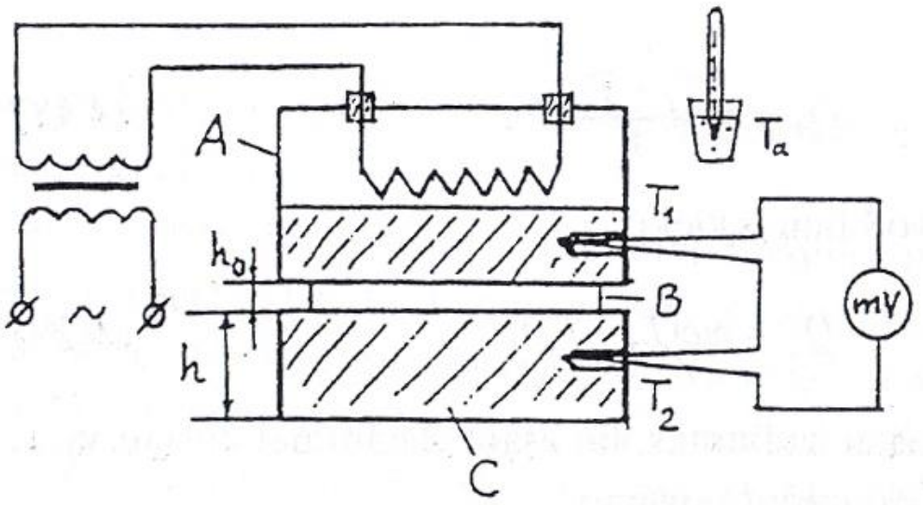
Pratekėjusio vandens masę matuojame nusistovėjus temperatūrų skirtumams.

4.3. TERMOIZOLIACINIŲ MEDŽIAGŲ ŠILUMOS LAIDUMO KOEFICIENTO MATAVIMAS

Užduotis. Išmatuoti dielektriko šilumos laidumo koeficientą.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Šilumos laidumo lygtis. 2. Šilumos sklidimo kietuosiuose kūnuose mechanizmai. 3. Kūnų vėsimo Niutono dėsnis. 4. Šilumos laidumo Debajaus teorija.

Matavimo metodas. Šilumos laidumo koeficiento matavimas grindžiamas temperatūrų pasiskristymo ir šilumos atidavimo greičio, esant pastoviam šilumos srautui, matavimu. Leidžiant įkaitusius vandens garus į indą A, šildomas prie jo prigludusios tiriamos plokštelės B paviršius (33 pav.). Antrasis plokštelės paviršius prigludęs prie masyvaus metalinio ritinio C, kuris pakabintas taip, kad mažiausiai liestųsi su šilumai laidžiais kūnais. Indas A ir ritinys C pagaminti iš gero šilumos laidininko, kad temperatūras visuose jų taškuose galima būtų laikyti vienodomis ir šilumos laidumas būtų daug didesnis negu tiriamos plokštelės B. Tokiu atveju viršutinis plokštelės paviršius turi indo A temperatūrą T_1, o apatinis – ritinio temperatūrą T_2. Gaudamas šilumą, praėjusią pro plokštelę, ritinys C šyla ir vis didesnę jos dalį atiduoda aplinkai. Pagaliau pasiekiama pastovioji būsena, kai šilumos kiekis, praėjęs pro plokštelę B ir ritinio C atiduotas aplinkai, tampa vienodi. Tokiu atveju temperatūros T_1 ir T_2 nekinta.



33 pav. **Matavimo įrenginio schema**

Įrašę (4.8) lygtį į (4.7) gausime, kad šilumos kiekis pratekėjęs pro skerspjūvio plotą S per laiką dt,

$$dQ = \chi \frac{dT}{dx} S dt . \qquad (4.22)$$

Iš šios lygties matyti, kad šilumos laidumo koeficientas parodo, koks šilumos kiekis prateka pro laidininko skerspjūvio ploto vienetą per laiko vienetą, kai temperatūros gradientas lygus vienetui. Temperatūros gradientas tiriamoje plokštėje

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T_1 - T_2}{h_0}. \tag{4.23}$$

Šilumos kiekis, pratekėjęs pro plokštelę per laiką dt:

$$dQ = \chi \frac{T_1 - T_2}{h_0} S dt. \tag{4.24}$$

Tokį patį šilumos kiekį gavo iš plokšelės apatinis ritinys. Jei šilum a nebūtų atiduodama aplinkai, ritinio temperatūra padidėtų tam ikru dydžiu dT, todėl

$$dQ = mcdT; \tag{4.25}$$

čia m – cilindro masė, o c – jo savitoji šiluma. Pasiekus nuostoviąją būseną, tokį patį šilumos kiekį dQ cilindras atiduos aplinkai. Taigi galime užrašyti (4.25) ir (4.24) lygčių dešiniųjų pusių lygybę:

$$\chi \frac{T_1 - T_2}{h_0} S dt = mcdTt. \tag{4.26}$$

Iš čia

$$\chi = \frac{mch_0}{(T_1 - T_2)S} \cdot \tau_1. \tag{4.27}$$

Santykis

$$\tau_1 = \frac{dT}{dt} \tag{4.28}$$

yra ritinio vėsimo sparta, kai šiluma atiduodama tik per apatinį ir šoninį paviršius. Ją rasime atlikę papildomą eksperimentą. Užrašę milivoltmetro rodomą įtampą U_{12}, esant nusistovėjusiam temperatūrų skirtumui $T_1 - T_2$, perkeliame termoporos viršutinę sandūrą į žinomos temperatūros (T_a) indą su vandeniu. Užrašome termoelektrinės įtampos vertę $U = U_2$, atitinkančią ritinio temperatūrą T_2. Išėmę tiriamą plokštelę, šiek tiek pa-

kaitiname ritinį. Nuėmę kaitintuvą leidžiame jam vėsti ir išmatuojame įtampos U priklausomybę nuo laiko. Vėsimo spartą esant temperatūrai T_2, kai šiluma atiduodama visu paviršiumi, rasime apskaičiavę vėsimo kreivės $U(t)$ krypties koeficientą taške U_2:

$$\tau_0 = \alpha^{-1}\frac{dU}{dt} = \alpha^{-1}\frac{\Delta U}{\Delta t}. \qquad (4.29)$$

Kadangi šilumos atidavimo aplinkai sparta proporcinga kūno paviršiaus plotui,

$$\tau_{1=}\tau_0\frac{S_1}{S_0} = \alpha^{-1}\frac{\Delta U}{\Delta t}\cdot\frac{S_1}{S_0}; \qquad (4.30)$$

čia S_0 – visas ritinio paviršius, o S_1 – be vieno pagrindo ploto. Įrašę τ_1 išraišką į (4.27) ir atsižvelgę, kad $T_1 - T_2 = \alpha^{-1}U_{12}$, gausime

$$\chi = \frac{mch_0 S_1\,\Delta U}{U_{12}\,S\,S_0\,\Delta t}. \qquad (4.31)$$

Matavimo paklaidą $\Delta\chi$ randame pagal santykinės paklaidos skaičiavimo formulę.

4.4. METALŲ SAVITOSIOS ŠILUMOS RADIMAS VĖSIMO BŪDU

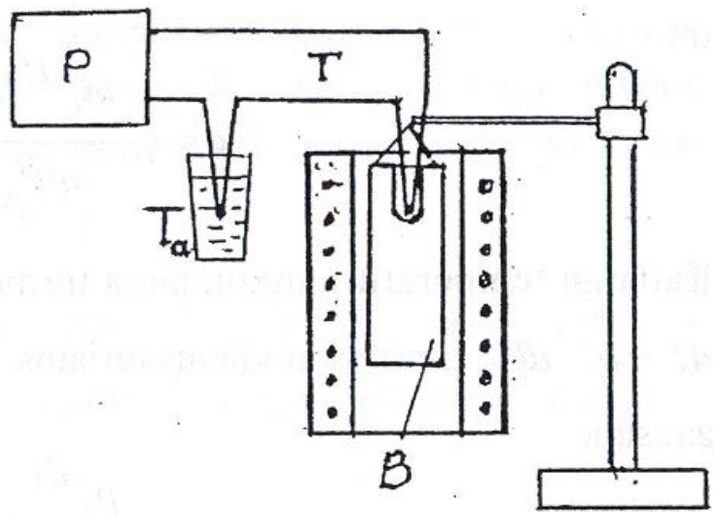
Užduotis. Išmatuoti metalų savitąsias šilumas ir nustatyti jų priklausomybę nuo temperatūros.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Šilumos laidumo lygtis ir jos fizikinė prasmė. 2. Kūnų vėsimo Niutono dėsnis. 3. Diulongo ir Pti dėsnis. 4. Savitosios šilumos priklausomybė nuo temperatūros, Debajaus temperatūra.

Matavimo metodas. Vėstantis kūnas šilumą atiduoda aplinkai spinduliavimo ir laidumo būdu. Spinduliavimo srautas tampa žymus, kai kūnas pradeda švytėti. Kūnui vėstant ore, esant nelabai aukštoms temperatūroms, maždaug iki 600 K, spinduliavimo galima nepaisyti.

Matavimo aparatūros schema vaizduojama 34 pav. Ritinio pavidalo kūnas B kaitinamas elektros krosnele. Pasiekus reikiamą temperatūrą, jis natūraliai vėsinamas ore. Temperatūra matuojama termoelementu, sujungtu su skaitmeniniu arba savirašiu milivoltmetru.

Tarkime, tiriamojo kūno tempratūra T, o aplinkos oro T_a. Metalo šilumos laidumas daug didesnis negu oro, todėl jo visų taškų temperatūra praktiškai vienoda ir vienodai kinta jam vėstant. Ant kūno paviršiaus susidaro plonas oro sluoksnis, kurio temperatūra kinta nuo T iki T_a. Jeigu to sluoksnio storis x, o oro šilumos laidumo koeficientas χ_p, tai šilumos kiekis, perduotas į aplinką per laiką dt,



34 pav. **Savitosios šilumos matavimo vėsimo būdu schema**

$$dQ = \chi_p \frac{T - T_a}{x} S dt ; \tag{4.32}$$

čia S – kūno paviršiaus plotas.

Pažymėję $A = \frac{\chi_p}{x}$, užrašysime

$$dQ = AS(T - T_a)dt . \tag{4.33}$$

Ši priklausomybė vadinama Niutono vėsimo dėsniu. Per laiką dt kūnas neteko šilumos kiekio

$$dQ = mcdT. \tag{4.34}$$

Pagal energijos tvermės dėsnį,

$$AS(T - T_a)dt = mcdT . \tag{4.35}$$

Tarkime, c yra ieškoma savitoji šiluma. Aušindami tokios pat formos ir matmenų kūną, kurio masė m_1, o savitoji šiluma c_1, gausime

$$AS(T - T_a)dt = m_1 c_1 dT . \tag{4.36}$$

Iš (4.35) ir (4.36) lygčių gausime

$$mcdT = m_1 c_1 dT_1 \tag{4.37}$$

ir

$$c = c_1 \frac{m_1 \, dT_1/dt_1}{m \, dT/dt}. \qquad (4.38)$$

Kadangi temperatūra matuojama termoelementu, tai $dT_1 = \alpha^{-1} dU_1$ ir $dT = \alpha^{-1} dU$. Esant vienodiems tūriams, $\frac{m_1}{m} = \frac{\rho_1}{\rho}$. Įrašę tai į (4.38) lygtį, gausime

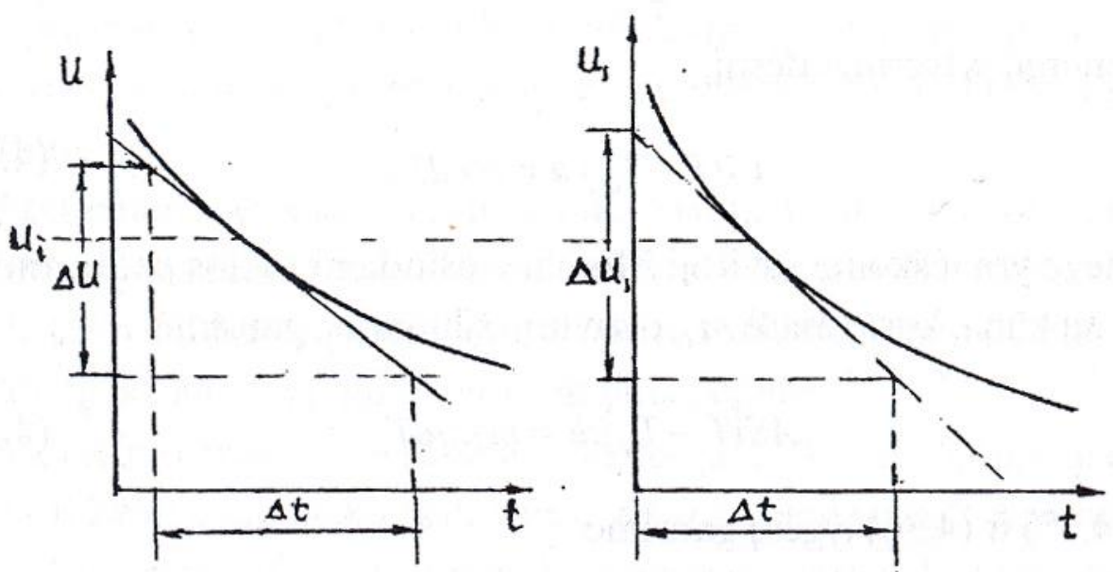
$$c = c_1 \frac{\rho_1 \, dU_1/dt_1}{\rho \, dU/dt}. \qquad (4.39)$$

Vėsimo spartas dU_1/dt ir dU/dt rasime grafiškai diferencijuodami vėsimo kreives (35 pav.). Nubrėžę liestines taškuose, atitinkančiuose pasirinktą temperatūrą T_i ir ją atitinkančią įtampą U_i, imame vienodus laiko intervalus $(\Delta t = \Delta t_1)$ ir randame atitinkamas ΔU ir ΔU_1 vertes.
Tokiu atveju

$$\frac{dU_1/dt_1}{dU/dt} = \frac{\Delta U_1}{\Delta U}, \qquad (4.40)$$

o ieškoma savitoji šiluma

$$c = c_1 \frac{\rho_1 \Delta U_1}{\rho \Delta U}. \qquad (4.41)$$



35 pav. **Vėsimo greičių grafinio įvertinimo schema**

Skaičiavimų duomenis rašome į lentelę. Visų pirma užrašome U_i ir ją atitinkančios temperatūros T_i vertės, o po to ΔU_1, ΔU, c_1 ir c. Kaip žinomos savitosios šilumos bandinį patartina naudoti varinį ritinį. Vario savitosios šilumos vertės pateiktos šioje lentelėje:

T, C^0	0	100	200	300	400	500
$c_1, J/g \cdot K$	0,3810	0,3935	0,4082	0,4220	0,4359	0,4420

Pagal šią lentelę nubrėžiame $c_1(T)$ grafiką tarpinėms c_1 vertėms rasti. Be to, jas galima rasti tiesinės interpoliacijos būdu pagal formulę

$$c_1 = \frac{\Delta c}{\Delta T}(T_i - T_{01}) + c_{01}; \qquad (4.42)$$

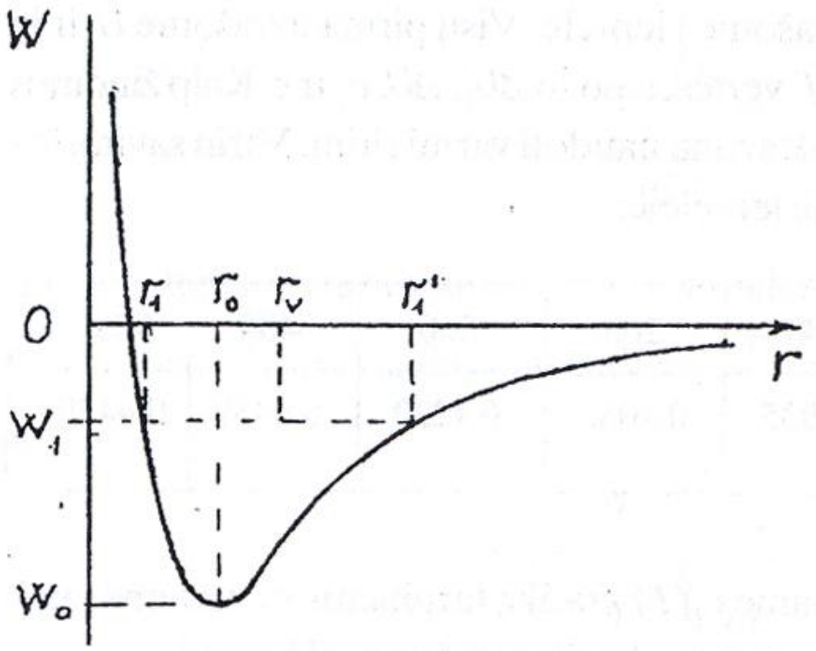
čia ΔT – lentelėje nurodytas temperatūros intervalas (100 K), į kurį patenka T_i vertė, Δc – jį atitinkantis pokytis, T_{01} – temperatūros intervalo mažoji kraštinė vertė, c_{01} – ją atitinkanti savitoji šiluma.

4.5. KIETŲJŲ KŪNŲ ŠILUMINĖ PLĖTRA

Užduotis. Ištirti metalo šiluminės plėtros priklausomybę nuo temperatūros.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Atomų tarpusavio sąveika. 2. Kūnų šiluminės plėtros priežastis. 3. Šiluminės plėtros koeficientas. 4. Vandens šiluminės plėtros ypatumai.

Teorinis įvadas. Šildomų kietųjų kūnų ir skysčių matmenys kinta. Kylant temperatūrai, kūnai plečiasi, išskyrus kai kuriuos ypatingus atvejus. **Šiluminės deformacijos vertę ir jos ženklą lemia tarpatominių traukos ir stūmos jėgų priklausomybė nuo atomų poslinkio jų pusiausvyros padėčių atžvilgiu.** Mažėjant atstumui r tarp atomų, stūmos jėga ir jos sąlygojama potencinė energija dažniausiai kinta daugiau negu traukos jėga ir atitinkama potencinė energija. Tokį atvejį atitinka 36 pav. pavaizduota atomo potencinės energijos W priklausomybė nuo tarpatominio atstumo r. Pusiausvyros padėtį atitinka tam tikras atstumas r_0, kuriame traukos ir stūmos jėgų



36 pav. **Atomų sąveikos potencinės energijos priklausomybė nuo atstumo tarp jų**

sąlygojama potencinė energija yra mažiausia, o šios jėgos tarpusavyje lygios. Kai $r<r_0$, atomo potencinė energija labiau priklauso nuo atstumo r negu $r>r_0$ atveju.

Atomas, kurio kinetinė energija $E_k = W_1$, maksimaliai nutols nuo gretimo atstumu r_1', o maksimaliai priartės atstumu r_1. Dėl to poslinkis nuo pusiausvyros padėties $(r_0 - r_1')$ bus didesnis už $(r_0 - r_1)$. Kuo didesnė svyravimų amplitudė, t. y. aukštesnė temperatūra, tuo didesnis šių nuokrypių skirtumas, o kartu ir vidutinis atstumas tarp atomų: $r_v = \frac{1}{2}(r_1 + r_1')$. Taigi kylant temperatūrai svyravimų asimetrija ir anharmoniškumas didėja. Jei temperatūra labai žema, artima absoliučiajam nuliui, atomų nuokrypiai nuo pusiausvyros padėties jiems sutankėjant ir praretėjant bus praktiškai vienodi.

Kūno deformaciją pasirinkta kryptimi apibūdina ilginis šiluminis plėtros koeficientas:

$$\alpha = \frac{dl}{l dT}; \qquad (4.42)$$

čia l – kūno matmuo pasirinkta kryptimi T temperatūroje, o dl – jo pokytis pakitus temperatūrai dydžiu dT. Jis parodo, kokia santykinė šiluminė deformacija $\frac{dl}{l}$ atitinka vienetinį temperatūros pokytį. Kai l yra ilgis matavimo temperatūroje T, koeficientas α vadinamas termodinaminiu, o kai fiksuotoje, pavyzdžiui, T_0 (0 °C), – techniniu.

Analogiškai apibrėžiamas ir tūrinis plėtros koeficientas β, pakeitus (4.43) lygybėje l ir dl atitinkamai V ir dV dydžiais. Jei plėtimasis izotropiškas, tai $\beta = 3\alpha$.

Bendrai kalbant, šiluminės plėtros koeficientas yra temperatūros funkcija $\alpha = \alpha(T)$. Jeigu tarpatominės sąveikos potencinė energija atitinka 36 pav. pavaizduotą kreivę, kylant temperatūrai plėtros koeficientas didėja. Kūno matmenų kitimą padidėjus jo temperatūrai nuo T_0 iki T nustatysime integruodami pertvarkytą (4.42) lygtį $\frac{dl}{l} = \alpha dT$:

$$\ln l - \ln l_0 = \int_{T_0}^{T} \alpha dT \,. \tag{4.43}$$

Išreiškę iš šios lygties l, gausime

$$l = l_0 e^{\int_{T_0}^{T} \alpha dT} \,. \tag{4.44}$$

Jeigu šiame intervale α silpnai priklauso nuo temperatūros, tai

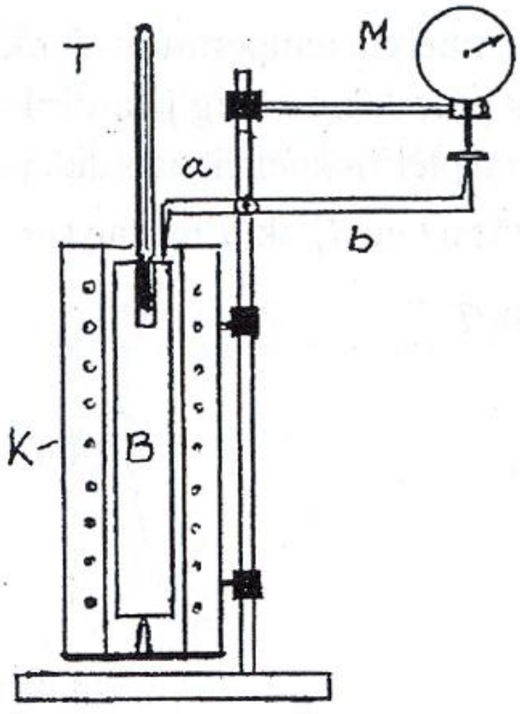
$$l = l_0 e^{\alpha(T - T_0)} . \tag{4.45}$$

Kadangi kietųjų kūnų šiluminės plėtros koeficientas yra apie $10^{-5} K^{-1}$, tai esant palyginti nedideliam temperatūros intervalui, eksponentę (4.45) išskleidę eilute gausime

$$l = l_0 (1 + \alpha(T - T_0)) . \tag{4.46}$$

Daugumos kristalinių kūnų šilumos plėtimasis skirtingomis kryptimis nevienodas. Pasireiškia plėtimosi anizotropija, kurią lemia nevienodas atomų išsidėstymas skirtingomis kryptimis ir su tuo susijusi skirtinga potencinės energijos priklausomybė nuo atstumo r. Pavyzdžiui, teluro šiluminės plėtros koeficientas lygiagrečia heksagoninei ašiai kryptimi yra $1{,}6 \cdot 10^{-6} K^{-1}$, o statmena jai kryptimi – $27{,}2 \cdot 10^{-6} K^{-1}$. Šiluminės plėtros anizotropija priklauso nuo atomų išsidėstymo kristalinėje gardelėje, t. y. nuo kristalografinės sandaros. Kubinės singonijos kristalai, pavyzdžiui, deimantas, aliuminis, yra izotropiški. Deimantas turi mažiausią plėtros koeficientą. Kai kurių kristalų plėtros koeficientai skirtingomis kryptimis skiriasi ne tik absoliučiuoju didumu, bet ir ženklu.

Temperatūrai mažėjant, atomų svyravimų anharmoniškumas mažėja, todėl plėtros koeficientas taip pat mažėja. Apskritai šiluminio plėtimosi pobūdį nulemia traukos ir stūmos jėgų potencinės energijos priklausomybė



37 pav. **Metalo šiluminės plėtros koeficiento matavimo prietaiso schema**

nuo tarpatominio atstumo ir šiluminės energijos vertės. Temperatūrai artėjant prie absoliučiojo nulio, šiluminės plėtros koeficientas taip pat artėja prie nulio.

Tyrimo metodas. Metalų šiluminės plėtros koeficiento matavimo aparatūros schema vaizduojama 37 pav. Tiriamas metalinis strypelis dedamas į vertikalią vamzdinę krosnelę. Šiluminei izoliacijai garantuoti jis pastatomas ant kvarco strypelio. Bandinio šiluminė deformacija registruojama rodykliniu arba paprastu sraigtiniu mikrometru M. Su bandiniu mikrometras liečiasi per svirtį ab. Temperatūra matuojama termometru (T) arba termoelementu.

Eksperimentas. Palengva didindami krosnelės kaitinimo srovę, didiname strypelio temperatūrą ir matuojame jo pailgėjimą. Jei kambario temperatūroje T_a mikrometro rodyklė buvo ties padala n_0, o esant temperatūrai T – ties padala n, tai strypelio šiluminė deformacija

$$\Delta l = (n - n_0)\frac{a}{b}; \qquad (4.47)$$

čia a ir b – svirties pečių ilgiai. Tyrimus atliekame intervale nuo kambario temperatūros iki 300°C. Pradedant matavimą, mikrometrą galima sureguliuoti pasirenkant $n_0 = 0$.

Termometro ir mikrometro rodmenis surašę į lentelę, apskaičiuojame strypelio šiluminės deformacijos priklausomybę nuo temperatūros ir pavaizduojame ją grafiškai. Naudodami šį grafiką, randame išvestinių dl/dT vertes įvairiose temperatūrose ir pagal (4.42) šiluminės plėtros koeficientus.

5. FAZINIAI VIRSMAI

5.1. KRISTALIZACIJOS ŠILUMOS MATAVIMAS VĖSIMO BŪDU

Užduotis. 1. Išmatuoti metalų lydinio kristalizacijos šilumą. 2. Išmatuoti savitosios šilumos pokytį antrosios rūšies fazinio virsmo metu.

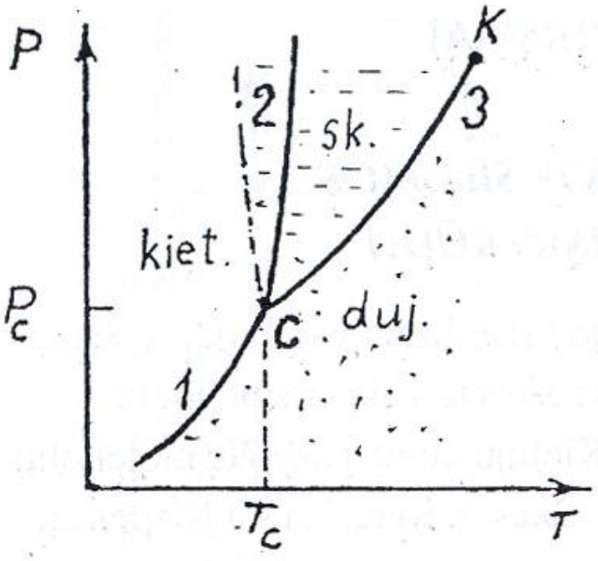
Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Kietųjų kūnų ir skysčių molekulių judėjimas. 2. Fazinės diagramos, trigubas taškas. 3. Klauzijaus ir Klapeirono lygtis. 4. Kūnų vėsimo Niutono dėsnis.

Teorinis įvadas. Medžiagos faze vadinama jos termodinamiškai pusiausvira būsena, besiskirianti savo fizikinėmis savybėmis nuo kitos termodinamiškai pusiausviros tos pačios medžiagos būsenos. Medžiagos fazės pokytis vadinamas faziniu virsmu. Fazinį virsmą sukelia fizikinių sąlygų kitimas (temperatūros, slėgio, elektrinio bei magnetinio laukų ir t. t.). Pagal medžiagos fizikinių savybių kitimo pobūdį faziniai virsmai skirstomi į dvi grupes: pirmosios rūšies ir antrosios rūšies.

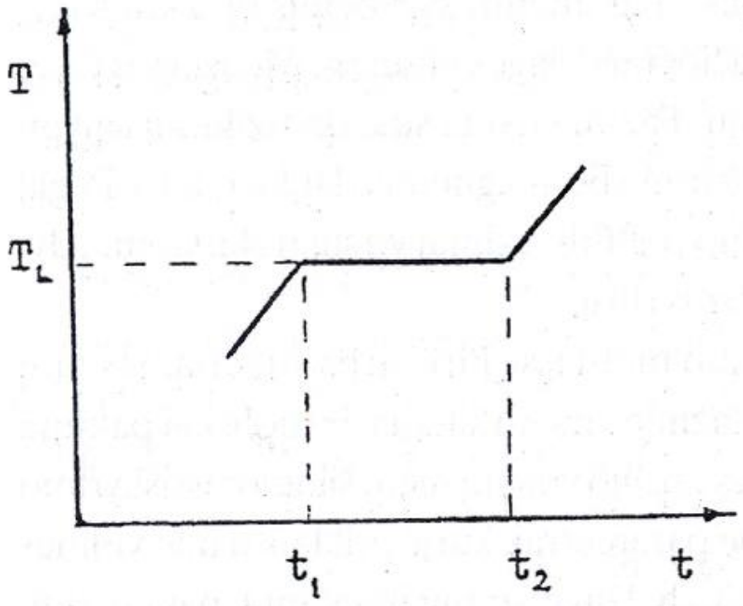
Pirmosios rūšies fazinio virsmo metu išsiskiria arba sugeriamas tam tikras šilumos kiekis, vadinamas fazinio virsmo šiluma, ir šuoliškai pakinta medžiagos tankis. Antrosios rūšies fazinio virsmo metu šilumos išsiskyrimo bei sugerties nėra, o pakinta tik tie parametrai, kurie priklauso nuo vidinės energijos bei kitų termodinaminių dydžių pirmųjų išvestinių, pavyzdžiui, pakinta savitoji šiluma.

Būdingas pirmosios rūšies fazinio virsmo pavyzdys yra medžiagos agregatinės būsenos kitimas. Beveik visos medžiagos gali būti trijų agregatinių būsenų (trijų fazių) – kietosios, skystosios ir dujinės. Medžiagos agregatinę būseną lemia išorinis slėgis (p) ir temperatūra (T). Esant tam tikroms jų vertėms, egzistuoja medžiagos fazių dinaminė pusiausvyra: kietosios ir dujinės, kietosios ir skystosios, skystosios ir dujinės. Šias fazių pusiausvyros būsenas aprašo trys funkcijos $p = f(T)$, randamos ekspertiniu būdu. Jų grafikai vadinami fazinėmis diagramomis. Jos sueina į vieną bendrą tašką C, vadinamą trigubu tašku (38 pav.). Šį tašką atitinka medžiagos būsena, kurioje egzistuoja trijų fazių dinaminė pusiausvyra.

Mažų slėgių ir žemų temperatūrų srityje galima tik sublimacija. Ją atitinkanti fazinės diagramos atšaka (1) aprašo kietojo kūno ir jo garų



38 pav. **Fazinė diagrama**



39 pav. **Kaitinamo kietojo kristalinio kūno temperatūros priklausomybė nuo laiko**

dinaminę pusiausvyrą. Kietojo kūno lydimosi temperatūros priklausomybę nuo išorinio slėgio vaizduoja atšaka 2. Čia ištisinė linija atitinka atvejį, kai išoriniam slėgiui didėjant lydimosi temperatūra didėja, o punktyrinė atitinka mažėjimo atvejį. Kreivė 3 vaizduoja skysčio sočiųjų garų slėgio priklausomybę nuo temperatūros iki kritinio taško K. Viršijus šio taško parametrų vertes, medžiaga gali būti tik dujinėje fazėje.

Panagrinėkime kietųjų kristalinių kūnų lydimosi ir kristalizacijos procesus. Tarkime, kristalinis kūnas kaitinamas suteikiant jam vienodą šilumos kiekį kiekvieną sekundę. Tokiu atveju jo temperatūra tolydžiai didės. Jeigu nagrinėjamame temperatūrų intervale savitosios šilumos priklausomybė nuo temperatūros maža, kūno temperatūra didės proporcingai kaitinimo trukmei (39 pav.)

Kūnui pradėjus lydytis, jo temperatūra išliks pastovi (T_L) tol, kol visa medžiaga išsilydys. Paskui temperatūra vėl ims didėti. Jeigu savitoji šiluma skystojoje fazėje išliks ta pati, tai nepakis ir temperatūros didėjimo sparta. Sumažėjus savitajai šilumai, kūno temperatūra kils sparčiau, o padidėjus – lėčiau.

Kūno lydymosi metu jo temperatūra nekinta, todėl molekulių vidutinė kinetinė energija išlieka pastovi. Išlydymui sunaudotas energijos kiekis Q_L lygus jo vidinės potencinės energijos pokyčio ΔW_P ir tūrio kitimo darbo A, atlikto fazinio virsmo metu, algebrinei sumai:

$$Q_L = \Delta W_P + A. \tag{5.1}$$

Pakitus išoriniam slėgiui mažu dydžiu dp, darbas, atliktas kintant tūriui nuo vertės V_K kietojoje fazėje iki V_S – skystojoje, pakis dydžiu

$$dA = (V_S - V_K)dp. \tag{5.2}$$

Tokiu atveju $V_S - V_K$ ir ΔW_P priklausomybės nuo slėgio galima nepaisyti. Atsižvelgę į tai, iš (5.1) lygties gausime

$$dA = dQ_L. \tag{5.3}$$

Kadangi nagrinėjamas tūrio ir slėgio kitimo procesas yra grįžtamas, jam praktiškai galioja Karno ciklo naudingumo koeficiento išraiška

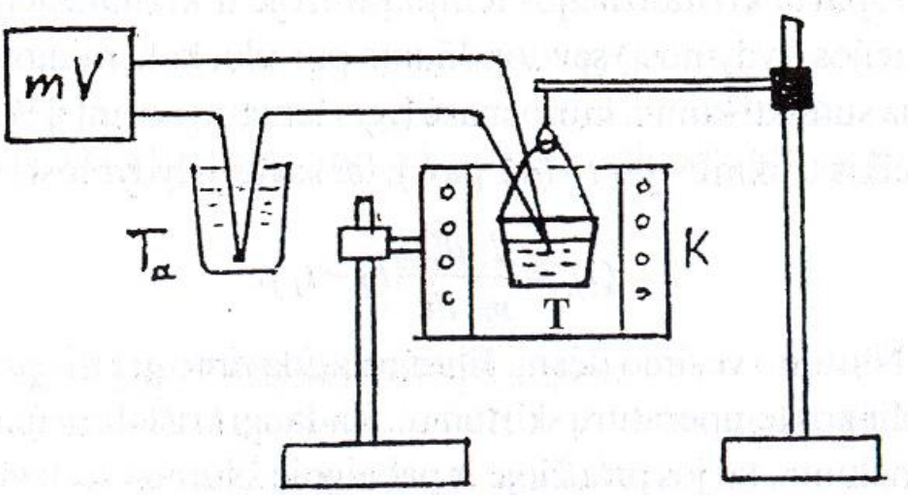
$$\frac{dQ_L}{Q_L} = \frac{dT_L}{T_L}. \tag{5.4}$$

Iš (5.2), (5.3) ir (5.4) lygčių gausime

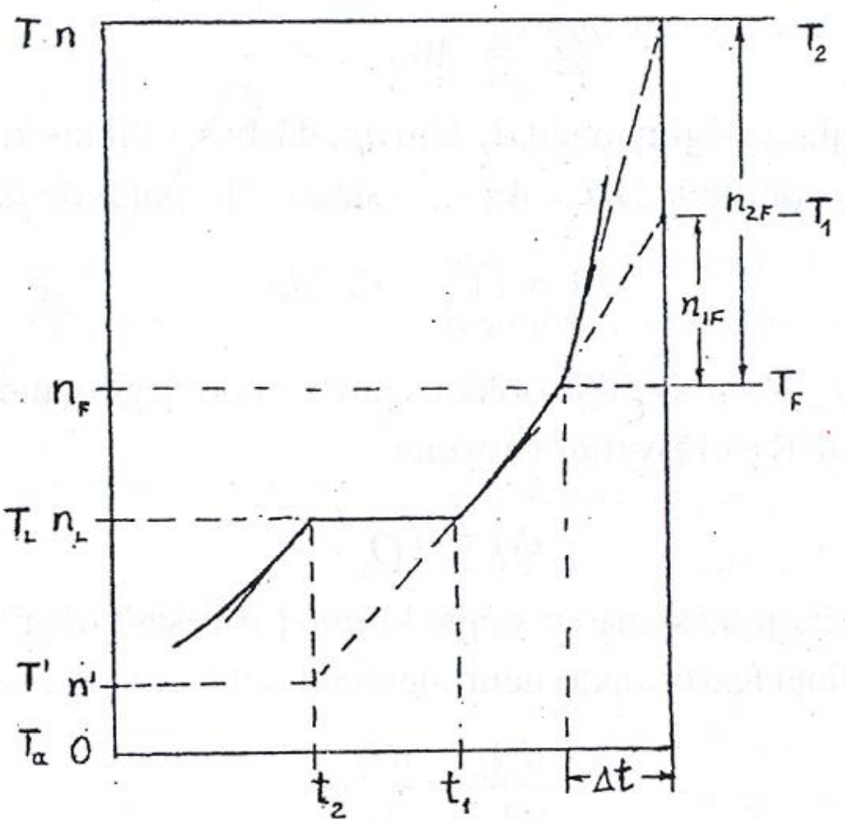
$$\frac{dp}{dT_L} = \frac{Q_L}{T(V_S - V_K)}. \tag{5.5}$$

Ši formulė vadinama Klauzijaus ir Klapeirono lygtimi. Taigi, kai $V_S > V_K$, slėgiui didėjant lydymosi temperatūra didėja, o kai $V_S < V_K$ – mažėja. Pastarasis atvejis pasitaiko labai retai. Jo pavyzdys – ledo tirpimas. Slegiamas ledas lydosi žemesnėje temperatūroje.

Eksperimento metodas. Fazinių virsmų tyrimas atliekamas matuojant kūnų vėsimą. Aparatūros schema vaizduojama 40 pav. Metalas išlydomas tiglyje T, kaitinamame elektros krosnele K.



40 pav. **Fazinių virsmų tyrimo aparatūros schema**



41 pav. **Kūno vėsimo vykstant faziniams virsmams kreivė**

Temperatūra matuojama termoelementu ir registruojama savirašiu potenciometru. Vieno termoelemento jungtis palaikoma pastovioje temperatūroje T_a. Išsilydęs metalas katinamas viršijant antrosios rūšies fazinio virsmo temperatūrą T_F. Tyrimams gerai tinka litavimui naudojamas švino ir alavo lydinys (40% Sn ir 60% Pb). Pašalinus krosnelę, išsilydęs metalas vėsinamas kambario aplinkoje. Savirašiu milivoltmetru užrašome jo temperatūros priklausomybę nuo laiko.

Kristalizacijos metu temperatūra nekinta, todėl į aplinką atiduodama tiek šilumos, kiek jos išsiskiria. Taigi, norint apskaičiuoti kristalizacijos (lydymosi) savitąją šilumą iš kūno vėsimo kreivės, reikia žinoti šilumos atidavimo spartą kristalizacijos temperatūroje ir kristalizacijos trukmę. Kristalilzacijos (lydymosi) savitoji šiluma parodo, kokį minimalų šilumos kiekį reikia suteikti kūnui, kurio masė lygi vienetui, norint jį išlydyti. Jeigu kristalizacijos trukmė $t_2 - t_1$ (41 pav.), tai savitoji lydymosi šiluma

$$Q_L = \frac{1}{m}\frac{dQ}{dt}(t_2 - t_1). \qquad (5.6)$$

Pagal Niutono vėsimo dėsnį, šilumos atidavimo greitis proporcingas kūno ir aplinkos temperatūrų skirtumui. Kadangi kristalizacijos metu temperatūra nekinta, tai jos pradžioje ir pabaigoje šilumos atidavimo greičiai vienodi:

$$\left.\frac{dQ}{dt}\right|_{t_1} = \left.\frac{dQ}{dt}\right|_{t_2}. \tag{5.7}$$

Kadangi $dQ = mcdT$, tai

$$\frac{dQ}{dt} = mc_1\left(\frac{dT}{dt}\right)_{t_1} = mc_2\left(\frac{dT}{dt}\right)_{t_2}. \tag{5.8}$$

Šioje lygtyje c_1 ir c_2 – medžiagos savitosios šilumos skystojoje ir kietojoje fazėse.

Įrašę tai į (5.6) lygtį, gausime

$$Q_L = c_1\left(\frac{dT}{dt}\right)_1 (t_2 - t_1). \tag{5.9}$$

Temperatūros kitimo greitis $\left(\frac{dT}{dt}\right)_1$ yra vėsimo kreivės liestinės prieš pat prasidedant kristalizacijai krypties koeficientas. Jį apskaičiuosime pasirinkę laiko intervalą, lygų kristalizacijos trukmei $t_2 - t_1$. Tokiu atveju $dT = T_L - T'$, o

$$\left(\frac{dT}{dt}\right)_1 = \frac{T_L - T'}{t_2 - t_1}. \tag{5.10}$$

Įrašę (5.10) išraišką į (5.9), gausime

$$Q_L = c_1(T_L - T'). \tag{5.11}$$

Kadangi temperatūra matuojama termoelementu, tai

$$T_L - T' = a^{-1}(U_L - U'). \tag{5.12}$$

Termoelektrinį koeficientą rasime žinodami aplinkos temperatūrą T_a:

$$a^{-1} = \frac{T_L - T_a}{U_L}. \tag{5.13}$$

Įrašę (5.12) ir (5.13) išraiškas į (5.11), gausime

$$Q_L = c_1(T_L - T_a)\left(1 - \frac{U'}{U_L}\right). \tag{5.14}$$

Termoelektrines įtampas galima išreikšti savirašio milivoltmetro diagraminio popieriaus padalomis arba milimetrais kaip proporcingus dydžius: $U' = bn'$ ir $U_L = bn_L$; čia b – proporcingumo koeficientas. Atsižvelgę į tai, (5.14) išraiškoje gausime

$$Q_L = c_1(T_L - T_a)\left(1 - \frac{n'}{n_L}\right). \tag{5.15}$$

Antrosios rūšies fazinio virsmo metu pakinta šiluminė talpa, tačiau energija nei išsiskiria, nei sugeriama. Šiluminei talpai padidėjus, kūno vėsimo greitis sumažėja. Tarkime, temperatūroje T_F įvyko antrosios rūšies fazinis virsmas ir savitoji šiluma pakito nuo c_1 iki c_3 Šilumos atidavimo greičiai prieš pat fazinį virsmą ir tuoj po jo yra praktiškai vienodi:

$$c_1\left(\frac{dT}{dt}\right)_{1F} = c_3\left(\frac{dT}{dt}\right)_{3F}. \tag{5.16}$$

Vėsimo greičius prieš pat fazinį virsmą $\left(\frac{dT}{dt}\right)_{1F}$ ir tuoj po jo $\left(\frac{dT}{dt}\right)_{3F}$ rasime nubrėžę vėsimo kreivės liestines prie fazinio virsmo taško ir sudarę du stačiuosius trikampius su bendru statiniu (41 pav.). Vėsimo greičiai proporcingi šių trikampių statinių santykiams:

$$\left(\frac{dT}{dt}\right)_{1F} = \frac{a^{-1}(U_1 - U_F)}{\Delta t} \tag{5.17}$$

ir

$$\left(\frac{dT}{dt}\right)_{2F} = \frac{a^{-1}(U_2 - U_F)}{\Delta t}. \tag{5.18}$$

Iš (5.18), (5.17) ir (5.16) lygčių gausime

$$c_3 = c_1\frac{U_1 - U_F}{U_2 - U_F}. \tag{5.19}$$

Kadangi $U_1 - U_F = bn_{1F}$ ir $U_2 - U_F = bn_{2F}$, tai

$$c_3 = c_1\frac{n_{1F}}{n_{2F}}. \tag{5.20}$$

Šio fazinio virsmo temperatūrą rasime pagal formulę

$$T_F = T_a + (T_L - T_a)\frac{n_F}{n_L}. \tag{5.21}$$

IV SKYRIUS
ELEKTRA IR MAGNETIZMAS

1. ELEKTROSTATINIS LAUKAS, NUOLATINĖ ELEKTROS SROVĖ

1.1. FIZIKINIAI PARAMETRAI, CHARAKTERIZUOJANTYS KRŪVIO PERNAŠĄ

Elektros srovė – kryptingas elektros krūvių judėjimas. Medžiagoje krūvininkai dreifuoja veikiami elektrinio lauko ir dalyvauja chaotiškame šiluminiame judėjime. Krūvio pernašos spartą apibūdina fizikinis dydis, vadinamas srovės stipriu. Jeigu per laiką Δt pro laidininko skerspjūvio plotą S_n pratekėjo krūvis Δq, tai srovės stipris

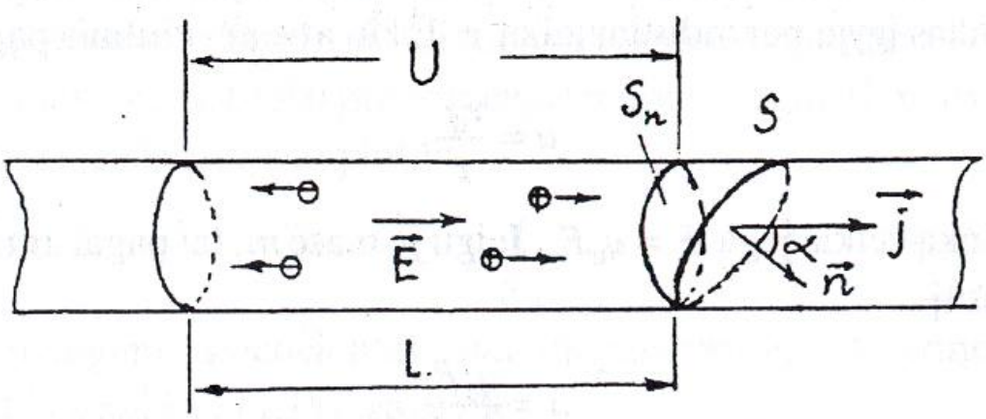
$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}. \qquad (1.1)$$

Taigi srovės stipris parodo, koks elektros krūvis prateka pro laidininko skerspjūvio plotą per laiko vienetą. Elektros srovės kryptis nusakoma pagal teigiamųjų krūvininkų judėjimą.

Tarkime, krūvininkų vidutinis dreifinis greitis v_d. Per laiką Δt visi krūvininkai nudreifuos kelią $l = v_d \Delta t$. Tokiu atveju pro skerspjūvio plotą praeis krūvis

$$\Delta q = q_e n l S_n; \qquad (1.2)$$

čia q_e – krūvininko krūvis, n – krūvininkų tankis.



1 pav. **Krūvininkų dreifo laidininke schema**

Įrašę (1.2) į (1.1), gausime

$$I = q_e n v_d S_n . \tag{1.3}$$

Jeigu laidininko įstrižo pjūvio plotas ΔS, tai $\Delta S_n = \Delta S \cos\alpha$, o

$$I = q_e n v_d \Delta S \cos\alpha ; \tag{1.4}$$

čia α – kampas tarp dreifinio greičio ir ploto ΔS normalės $\vec{n}$.

Fizikinis dydis, parodantis, koks srovės stipris atitinka laidininko skerspjūvio ploto vienetą, vadinamas srovės tankiu. Jo absoliučioji vertė

$$j = \frac{I}{\Delta S_n} . \tag{1.5}$$

Srovės tankis – vektorinis dydis, turintis dreifinio greičio kryptį. Iš (1.5) ir (1.3) lygčių gausime

$$\vec{j} = q_e n \vec{v}_d . \tag{1.6}$$

Išraišką (1.4) galima užrašyti skaliarinės sandaugos pavidalu:

$$I = \left(\vec{j} \Delta \vec{S}\right); \tag{1.7}$$

čia $\Delta \vec{S} = \Delta S \cdot \vec{n}$ ($\vec{n}$ – vienetinis vektorius, statmenas ΔS paviršiui).

Dreifinis greitis proporcingas elektrinio lauko stipriui $\left(\vec{E}\right)$, todėl užrašysime

$$\vec{v}_d = u\vec{E}. \tag{1.8}$$

Proporcingumo koeficientas u vadinamas judriu. Judrio vertė parodo, koks dreifinis greitis atitinka vienetinį elektrinio lauko stiprį.

Galima laikyti, kad, atsiradus elektriniam laukui, dreifinį greitį v_d krūvininkas įgyja per vidutinį laiką τ. Tokiu atveju vidutinis pagreitis

$$a = \frac{v_d}{\tau} . \tag{1.9}$$

Krūvininką veikia jėga $F = q_e E$. Jeigu jo masė m, tai pagal antrąjį Niutono dėsnį

$$a = \frac{q_e E}{m} . \tag{1.10}$$

Iš (1.10), (1.9) ir (1.8) lygčių gausime, kad dreifinis greitis

$$v_d = \frac{q_e}{m}\tau E, \tag{1.11}$$

o judris

$$u = \frac{q_e}{m}\tau. \tag{1.12}$$

Nustojus veikti elektriniam laukui, krūvininkai praranda greitį v_d per laiką τ, sąveikaudami su laidininko atomais. Šis laikas vadinamas relaksacijos, arba vidutine laisvojo lėkio, trukme.

1.2. OMO DĖSNIS

Omo dėsnis teigia, kad srovės stipris proporcingas potencialų skirtumui laidininko galuose (elektrinei įtampai):

$$I = \Lambda U. \tag{1.13}$$

Proporcingumo koeficientas Λ vadinamas elektriniu laidumu. Dydis, atvirkščias elektriniam laidumui, vadinamas elektrine varža:

$$R = \frac{l}{\Lambda}. \tag{1.14}$$

Atisžvelgę į (1.14), užrašysime

$$I = \frac{U}{R}. \tag{1.15}$$

Elektrinės varžos SI vienetas vadinamas omu (Ω). Laidininko varža lygi vienam omui, jeigu esant vieno volto elektrinei įtampai juo teka vieno ampero srovė. Elektrinio laidumo SI vienetas vadinamas simensu (S). Laidininko varža tiesiai proporcinga laidininko ilgiui (l) ir atvirkščiai proporcinga jo skerspjūvio plotui:

$$R = \rho\frac{l}{S_n}. \tag{1.16}$$

Proporcingumo koeficientas ρ vadinamas savitąja elektrine varža. Įrašę (1.16) išraišką į (1.15), gausime

$$I = \sigma \frac{U}{l} S_n; \tag{1.17}$$

čia $\sigma = \frac{1}{\rho}$ – savitasis (specifinis) elektrinis laidumas. Kadangi $\frac{U}{l} = E$, tai

$$I = \sigma E S_n, \tag{1.18}$$

o srovės tankis

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}. \tag{1.19}$$

Pastaroji lygtis išreiškia Omo dėsnį diferencialine forma: srovės tankis proporcingas elektrinio lauko stipriui. Panaudoję (1.19), (1.8) ir (1.6) lygtis, gausime, kad savitasis elektrinis laidumas

$$\sigma = q_e n u. \tag{1.20}$$

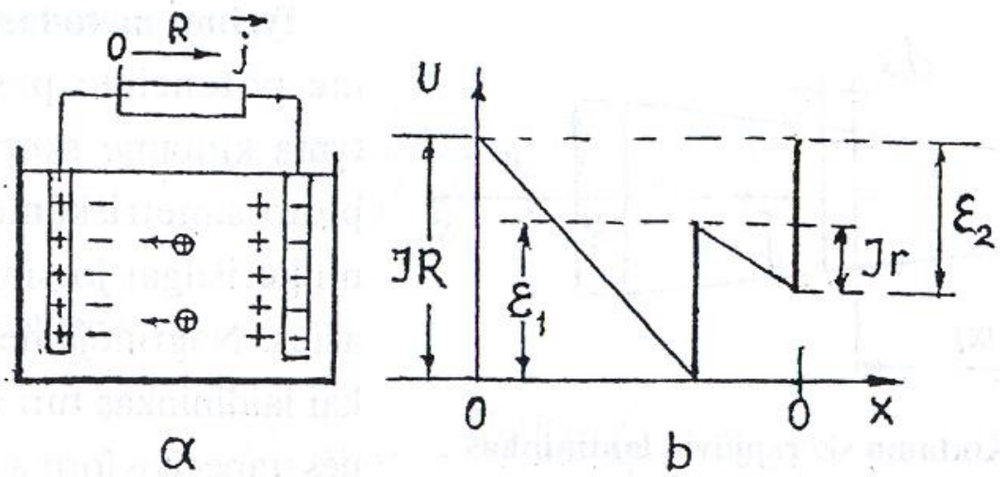
Taigi laidininko savitasis elektrinis laidumas tiesiai proporcingas krūvininkų krūviui, jų tankiui ir judriui.

1.3. SROVĖS ŠALTINIO ELEKTROVARA

Grandinėje, sudarytoje iš elektros srovės šaltinio ir ominės varžos, krūviai juda uždaru kontūru, atlikdami tam tikrą darbą. Veikiant tik elektrostatinėms jėgoms, toks judėjimas neįmanomas. Taigi tokį judėjimą lemia neelektrostatinės prigimties jėgos. Jų prigimtis gali būti įvairi, todėl pavadinkime jas pašalinėmis. Fizikinis dydis, parodantis, kokį darbą atlieka pašalinės jėgos pernešdamos vienetinį teigiamąjį krūvį uždara grandine, vadinamas srovės šaltinio elektrovara:

$$\mathcal{E} = \frac{A}{q}. \tag{1.21}$$

Panagrinėkime krūvio judėjimą galvaninio elemento grandinėje (2 pav., a). Elektriniame lauke teigiamieji krūviai juda potencialo mažėjimo kryptimi. Didelės varžos voltmetru išmatuojame potencialo pasiskirstymą teigiamojo poliaus atžvilgiu. Tokio pasiskirstymo grafikas pavaizduotas 2 pav., b.



2 pav. **Krūvio judėjimas ir potencialo pasiskirstymas galvaninio elemento grandinėje**

Prie elektrodų egzistuoja plonos elektrolito sritys, kuriose krūvis pernešamas prieš elektrinio lauko jėgas. Tai įvyksta dėl cheminės reakcijos ir šiluminio judėjimo. Potencialo šuolių prieelektrodinėse srityse suma sudaro šaltinio elektrovarą

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2. \tag{1.22}$$

Ji lygi įtampų išorinėje ir vidinėje grandinės dalyse sumai

$$\mathcal{E} = IR + Ir; \tag{1.23}$$

čia r – šaltinio vidinė varža. Taigi srovės stipris proporcingas šaltinio elektrovarai:

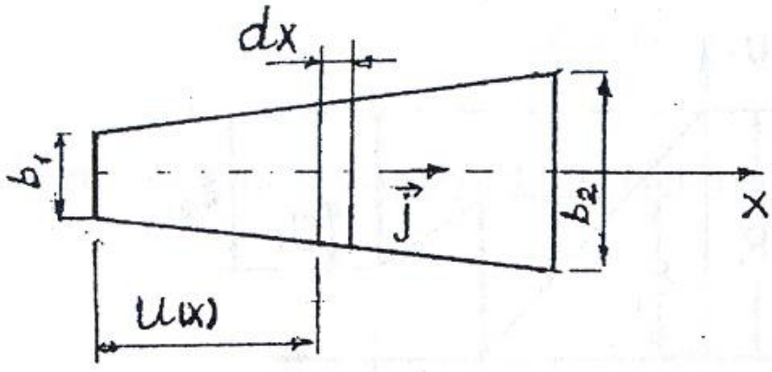
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}. \tag{1.24}$$

Ši išraiška vadinama Omo dėsniu uždarajai grandinei.

1.4 ELEKTRINIO LAUKO IR POTENCIALO PASISKIRSTYMAS LAIDININKE TEKANT SROVEI

Užduotis. 1. Ištirti potencialo ir elektrinio lauko pasiskirstymą vienalyčiame ir nevienalyčiame laidininkuose. 2. Išmatuoti potencialo pasiskirstymą kintamo skerspjūvio ploto simetriškame laidininke ir palyginti su apskaičiuotu.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Diskrečiai ir tolydžiai pasiskirsčiusių krūvių elektrinis laukas bei potencialas. 2. Puasono lygtis. 3. Laidininkai elektriniame lauke, ekranavimas. 4. Omo dėsnis.



3 pav. **Kintamo skerspjūvio laidininkas**

Tyrimo metodas. Tiriame potencialo pasiskirstymą kintamo skerspjūvio ploto simetriškame laidininke išilgai jo simetrijos ašies. Nagrinėjame atvejį, kai laidininkas turi lygiašonės trapecijos formą (3 pav.)

Tokio laidininko plotis kinta tiesiškai:

$$b = b_1 + \frac{b_2 - b_1}{l} x ; \tag{1.25}$$

čia l – laidininko ilgis. Jeigu laidininko storis h, tai jo ilgio elemento dx varža

$$dR = \rho \frac{dx}{bh} . \tag{1.26}$$

Kadangi išilgai laidininko ašies srovės stipris nekinta, tai potencialų skirtumas ilgyje dx

$$dU = \frac{I\rho dx}{bh} . \tag{1.27}$$

Įtampa atkarpoje x

$$U = \frac{I\rho}{h} \int_0^x \frac{dx}{b} . \tag{1.27}$$

Suintegravę gausime

$$U = \frac{I\rho l}{h(b_2 - b_1)} \ln\left(1 + \frac{b_2 - b_1}{b_1 l} x \right) . \tag{1.28}$$

Nesunku įsitikinti, kad laidininko varža

$$R = \frac{\rho l}{h(b_2 - b_1)} \ln \frac{b_2}{b_1} . \tag{1.29}$$

Jeigu laidininko galuose įtampa U_0, tai srovės stipris

$$I = \frac{U_0 h(b_2 - b_1)}{\rho l \ln {b_2}/{b_1}} . \tag{1.30}$$

Taigi įtampa

$$U(x)=\frac{U_0}{\ln b_2/b_1}\ln\left(1+\frac{b_2-b_1}{b_1 l}x\right), \tag{1.31}$$

o lauko stipris

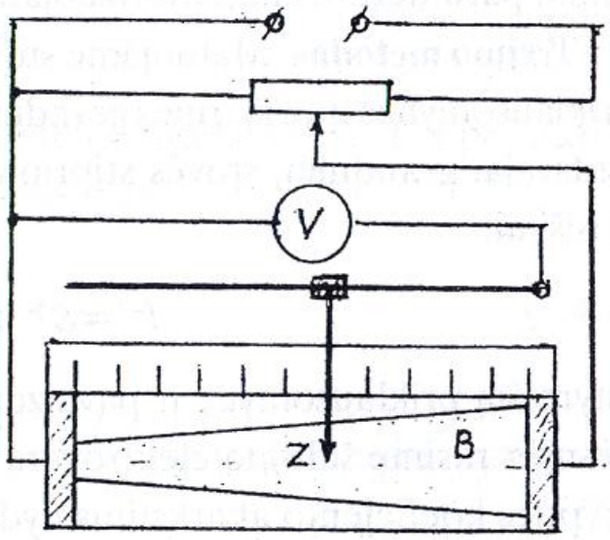
$$E(x)=\frac{U_0(b_2-b_1)}{\left[1+\left(\frac{b_2}{b_1}-1\right)x\right]b_1\ln\frac{b_2}{b_1}}. \tag{1.32}$$

Potencialo pasiskirstymo matavimo schema vaizduojama 4 pav.

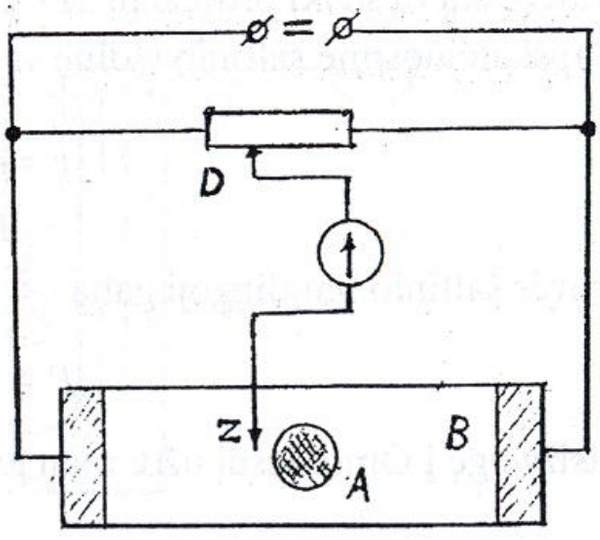
Potencialo pasiskirstymas matuojamas voltmetru V, prijungtu prie metalinio lygiagretaus su skale strypelio, kuriuo slankioja zondas Z. Tiriamas bandinys B pagamintas iš laidaus popieriaus.

Išmatuojame ekvipotencialinių linijų pasiskirstymą vienalyčiame stačiakampės formos laidininke. Po to matuojame padėję ant jo metalinį kūną A. Matavimo schema vaizduojama 5 pav. Po laidininku dedama kopijuotė, o po ja – milimetrinis popierius.

Zondu Z pažymime taškus, kai srovės indikatorius rodo nulį. Pagal juos nubrėžiame ekvipotencialines ir lauko stiprio linijas.



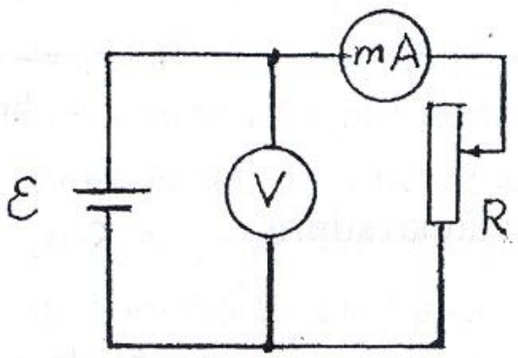
4 pav. **Potencialo pasiskirstymo matavimo schema**



5 pav. **Ekvipotencialinių linijų nustatymo schema**

1.5. OMO IR DŽAULIO DĖSNIŲ TIKRINIMAS

Užduotis. 1. Patikrinti Omo dėsnį uždarajai grandinei ir jos daliai. 2. Išmatuoti srovės šaltinio naudingos galios priklausomybę nuo išorinės grandinės varžos. 3. Patikrinti Džaulio dėsnį.



6 pav. **Tyrimo schema**

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Elektrostatinio lauko cirkuliacija. 2. Srovės šaltinio elektrovara ir potencialo pasiskirstymas jo grandinėje. 3. Pagrindiniai parametrai, charakterizuojantys krūvio pernašą medžiagoje.

Tyrimo metodas. Matuojame srovės stiprio ir šaltinio gnybtų įtampos priklausomybes nuo išorinės grandinės varžos (6 pav.). Pagal Omo dėsnį uždarajai grandinei, srovės stiprio atvirkštinis dydis nuo jos priklauso tiesiškai:

$$I^{-1}=\mathcal{E}^{-1}(r+R)\,. \tag{1.34}$$

Ištyrę šią priklausomybę ir pavaizdavę ją grafiškai, patikrinsime Omo dėsnį ir rasime šaltinio elektrovarą $\mathcal{E}$ bei vidinę varžą r. Gautos tiesės krypties koeficiento atvirkštinis dydis lygus šaltinio elektrovarai:

$$\mathcal{E}=\frac{\Delta R}{\Delta I^{-1}}\,. \tag{1.35}$$

Pratęsę šią tiesę iki ordinačių ašies, gausime trumpo jungimo srovę I_T ir apskaičiuosime šaltinio vidinę varžą:

$$r=\frac{\mathcal{E}}{I_T}\,. \tag{1.36}$$

Srovės šaltinio naudingoji galia

$$P=IU. \tag{1.37}$$

Atsižvelgę į Omo dėsnį uždarajai grandinei, užrašysime

$$P=\frac{\mathcal{E}^2 R}{(R+r)^2}\,. \tag{1.38}$$

Ištiriame naudingos galios priklausomybę nuo išorinės grandinės varžos, randame jos reikšmę, atitinkančią maksimalią galią.

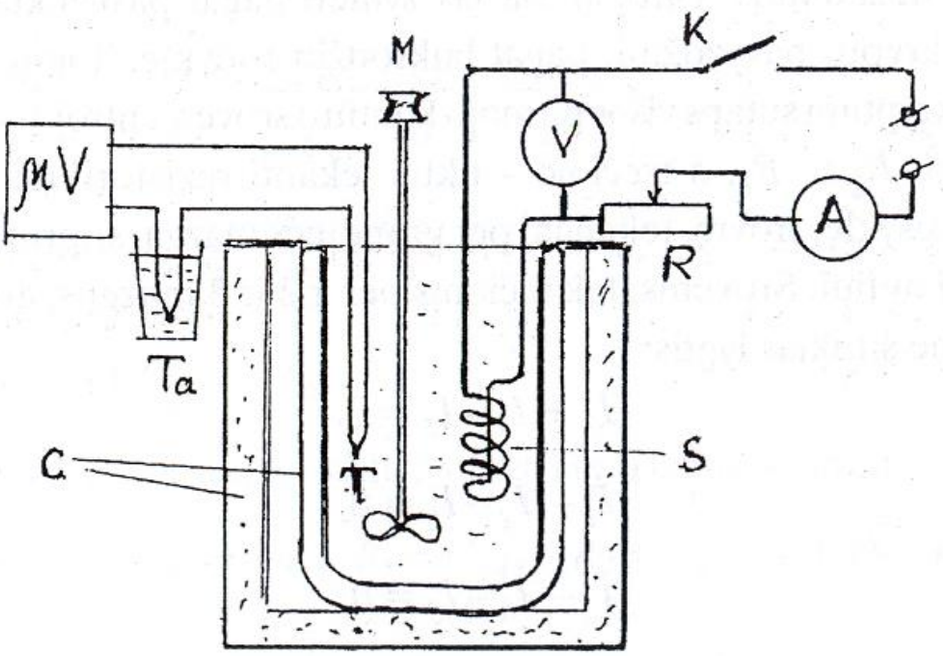
Tikrindami Džaulio dėsnį įrodome, kad šilumos, išsiskyrusios grandinėje per laiko vienetą, kiekis proporcingas srovės stiprio kvadratui. Matavimo aparatūros schema vaizduojama 8 pav. Į termoizoliuotą indą C su vandeniu įleista kaitinama spiralė S. Temperatūra matuojama termoelementu arba tiksliu (± 0,1 K) termometru. Srovė reguliuojama reostatu R. Jeigu laiko intervale Δt spirale tekėjo I stiprio srovė, esant įtampai U, tai, pagal energijos tvermės dėsnį, kalorimetro gautas šilumos kiekis lygus išsiskyrusiam tekant srovei:

$$K\Delta T = R_S I^2 \Delta t; \tag{1.39}$$

čia R_S – spiralės varža, K – kalorimetro šiluminė talpa. Temperatūros pokytis, atitinkantis vienetinį laiko intervalą,

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{1}{K} R_S I^2 . \tag{1.40}$$

Ištyrę ir pavaizdavę grafiškai $\frac{\Delta T}{\Delta t} = f\left(I^2\right)$ priklausomybę, patikrina-

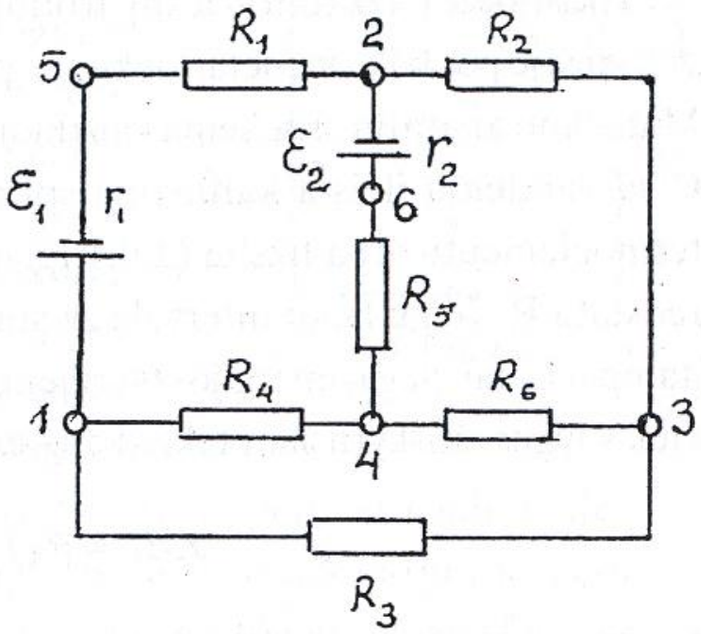


8 pav. **Džaulio dėsnio tikrinimo schema**

1.6. KIRCHHOFO TAISYKLIŲ NUOLATINĖS SROVĖS GRANDINĖMS TIKRINIMAS

Užduotis. Išmatuoti srovės šaltinių elektrovaras, rezistorių varžas, įtampų pasiskirstymą trijų kontūrų grandinėje ir patikrinti Kirchhofo taisykles.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Elektros krūvio tvermės dėsnis. 2. Kirchhofo taisyklės. 3. Šakotinės grandinės varžos apskaičiavimas. 4. Kontūrinių srovių metodas.



9 pav. **Grandinės Kirchhofo taisyklėms tikrinti schema**

Tyrimo metodas. Tiriama trijų nepriklausomų kontūrų grandinė, pavaizduota 9 pav. Ją sudaro šeši rezistoriai (R) ir du srovės šaltiniai, kurių elektrovaros $\mathcal{E}_1$ ir $\mathcal{E}_2$, o vidinės varžos r_1 ir r_2. Įtampoms ir varžoms matuoti naudojamas skaitmeninis voltmetras.

Užrašant Kirchhofo lygtis, srovių kryptys pasirenkamos formaliai, jeigu jos nežinomos. Patogiausia jas žymėti pagal pasirinktą kontūrų apėjimo kryptį, pavyzdžiui, pagal laikrodžio rodyklę. Tokiu atveju su apėjimo kryptimi sutaps visos pirmojo kontūro srovės, antrojo – tekančios rezistoriais R_2 ir R_6, o trečiojo – tiktai tekanti rezistoriumi R_3. Pagal pirmąją taisyklę, srovių, tekančių per grandinės mazgą, stiprių algebrinė suma lygi nuliui. Srovėms, tekančioms per 1,2 ir 3 mazgus, atitinkamai užrašysime šitokias lygtis:

$$\begin{aligned} I_3 + I_4 - I_1 &= 0, \\ I_1 - I_2 - I_5 &= 0, \\ I_2 - I_6 - I_3 &= 0. \end{aligned} \qquad (1.41)$$

Srovių stipriai ir rezistoriai pažymėti atitinkamai tais pačiais indeksais.

Antroji Kirchhofo taisyklė teigia, kad įtampų kontūro dalyse algebrinė suma lygi jo srovės šaltinių elektrovarų algebrinei sumai. Taikydami ją nagrinėjamai grandinei, užrašysime:

$$\begin{aligned} &I_1R_1 + I_1r_1 + I_5R_5 + I_5r_2 + I_4R_4 = \varepsilon_2 - \varepsilon_1, \\ &I_2R_2 + I_6R_6 - I_5R_5 - I_5r_2 = -\varepsilon_2, \\ &I_3R_3 - I_4R_4 - I_6R_6 = 0. \end{aligned} \tag{1.42}$$

Nepriklauosmų lygčių skaičius lygus nežinomųjų (srovės stiprių) skaičiui. Jeigu apskaičiuota srovės stiprio vertė neigiama, tai jos kryptis priešinga kontūro apėjimo krypčiai.

Eksperimentas. Sujungiame grandinę pagal 9 pav. pavaizduotą schemą. Atjungdami paeiliui 1, 2 ir 3 mazgų laidus, išmatuojame omines varžas ir šaltinių elektrovaras.

Tikriname pirmąją Kirchhofo taisyklę. Srovių stiprius rasime pagal Omo dėsnį, išmatavę įtampas rezistoriuose. Pavyzdžiui, $I_1 = \frac{U_{52}}{R_1}$. Rasime srovių, tekančių per 1, 2 ir 3 mazgus, stiprių algebrines sumas:

$$\begin{aligned} &\frac{U_{52}}{R_1} + \frac{U_{14}}{R_4} + \frac{U_{13}}{R_3} = 0, \\ &\frac{U_{25}}{R_1} + \frac{U_{23}}{R_2} + \frac{U_{64}}{R_5} = 0, \\ &\frac{U_{32}}{R_2} + \frac{U_{34}}{R_6} + \frac{U_{31}}{R_3} = 0. \end{aligned} \tag{1.43}$$

Pažymėtina, kad $U_{ij} = -U_{ji}$.

Patikriname antrąją Kirchhofo taisyklę. Įtampos pirmojo kontūro rezistoriuose: $I_1R_1 = U_{52}, I_5R_5 = U_{64}, I_4R_4 = U_{41}$, o įtampos šaltinių vidinėse varžose: $I_1r_1 = \frac{U_{52}}{R_1}$ ir $I_5r_2 = \frac{U_{64}}{R_5}r_2$. Šių įtampų algebrinė suma turi būti lygi elektrovarų algebrinei sumai, todėl

$$U_{52}\left(1+\frac{r_1}{R_1}\right)+U_{64}\left(1+\frac{r_2}{R_5}\right)+U_{41}=\varepsilon_2-\varepsilon_1. \qquad (1.44)$$

Vidinės varžos r_1 ir r_2 žinomos.

Antrajam ir trečiajam kontūrams analogiškai gausime:

$$U_{23}+U_{34}+U_{46}\left(1+\frac{r_2}{R_5}\right)=-\varepsilon_2, \qquad (1.45)$$

$$U_{14}+U_{4.3}+U_{31}=0. \qquad (1.46)$$

Vieną srovės stiprio vertę I_i apskaičiuojame panaudoję (1.41) ir (1.42) lygčių sistemą ir palyginame ją su $I_i=\frac{U_{ij}}{R_i}$. Pavydžiui, $I_3=\frac{U_{31}}{R_3}$.

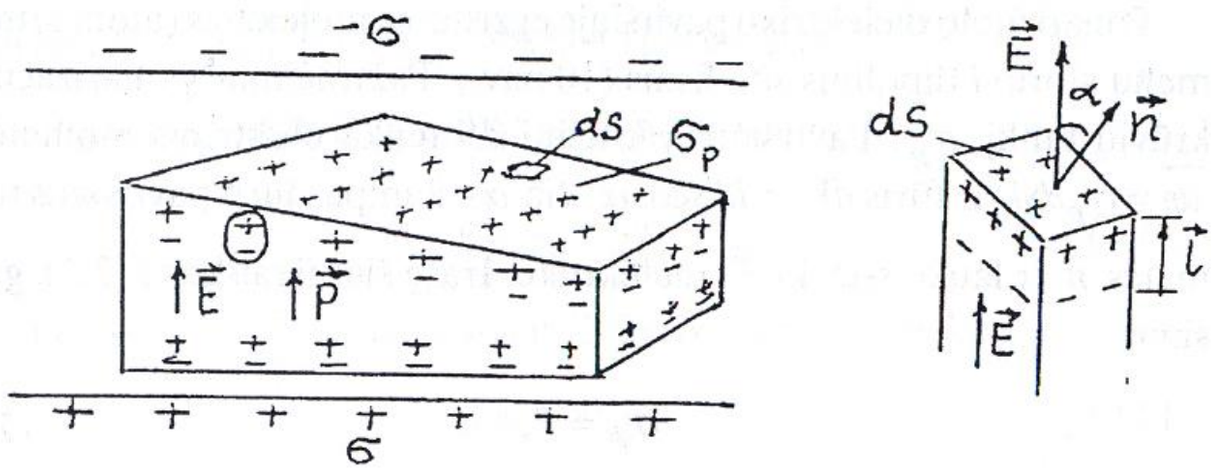
2. DIELEKTRIKAI

2.1. KIETŲJŲ DIELEKTRIKŲ DIELEKTRINĖS SKVARBOS MATAVIMAS IR KONDENSATORIAUS TALPOS FORMULĖS TIKRINIMAS

Užduotis. 1. Išmatuoti standartinių kondensatorių talpas Vitstono tilteliu ir RC grandinės metodu. 2. Ištirti tilteliu plokščiojo kondensatoriaus talpos priklausomybę nuo atstumo tarp plokštelių, palyginti ją su apskaičiuota ir išmatuoti kietųjų dielektrikų dielektrines skvarbas. 3. Išmatuoti tilteliu cilindrinio kondensatoriaus talpą ir palyginti ją su apskaičiuota.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Fizikiniai dydžiai, apibūdinantys dielektrikų poliarizaciją. 2. Poliarizacijos tipai. 3. Kondensatorių konstrukcijos ir jungimo būdai.

Dielektrikų poliarizacija. Jeigu dielektrikas yra tarp įelektrinto ir izoliuoto kondensatoriaus plokštelių, potencialų skirtumas tarp jų, o kartu ir elektrinio lauko stipris mažėja. Tai rodo, kad dielektriko paviršiuje atsiranda elektros krūviai: prieš teigiamai įelektrintą plokštelę neigiamieji, o prieš neigiamai įelektrintą – teigiamieji (10 pav.). Elektros krūvių atsiradimo dielektriko paviršiuje, veikiant elektriniam laukui, reiš-



10 pav. **Dielektrikas elektriniame lauke**

kinys vadinamas poliarizacija. Dielektrike laisvųjų krūvininkų nėra arba jų tankis nykstamai mažas. Dielektriko teigiamieji ir neigiamieji krūvininkai išlieka atome ar molekulėje.

Pagal elektronų pasisikirstymo branduolių atžvilgiu pobūdį dielektrikai skirstomi į polinius ir nepolinius. Polinių dielektrikų molekulių teigiamųjų ir neigiamųjų krūvių simetrijos centrai nesutampa. Taigi polinių dielektrikų molekulės yra elektriniai dipoliai, kurie veikiant elektriniam laukui pasislenka jo kryptimi. Tokio pobūdžio poliarizacija vadinama orientacine. Tipiškas polinis dielektrikas yra vanduo. Elektrinis laukas visada sukelia tam tikrą atstumo tarp teigiamųjų ir neigiamųjų krūvių padidėjimą atome ar molekulėje. Tokio pobūdžio poliarizacija vadinama elektronine. Ji pasireiškia tik nepoliniuose dielektrikuose, nes elektrinio lauko indukuoti dipoliai daug mažesni negu savieji polinių molekulių dipoliai. Būdingi nepoliniai dielektrikai yra inertinės dujos.

Dielektrikas elektriniame lauke įgyja tam tikrą elektrinį momentą, kuris yra visų jo molekulių dipolių $\vec{p}_i = q\vec{l}$ vektorinė suma. Vektorinis fizikins dydis, kiekybiškai apibūdinantis poliarizaciją, yra tūrio vieneto elektrinis momentas, vadinamas poliarizacijos vektoriumi:

$$\vec{P} = \frac{1}{V}\sum \vec{p}_i ; \qquad (2.1)$$

čia V – dielektriko tūris. Taip pat galima užrašyti, kad

$$\vec{P} = \frac{\overrightarrow{dp}}{dV}; \qquad (2.2)$$

čia $\overrightarrow{dp}$ – elementaraus tūrio dV elektrinis momentas.

Poliarizuoto dielektriko paviršiuje egzistuoja molekulės (atomo) matmenų storio l dipolinis sluoksnis (10 pav.). Pažymėkime poliarizacinių krūvių tankį σ_p. Paviršiaus ploteliui dS tenka elektrinis momentas $\vec{dp} = \sigma_p dS\vec{l}$ ir tūris $dV = ldS\cos\alpha$; čia α – kampas tarp paviršiaus normalės $\vec{n}$ ir lauko stiprio $\vec{E}$ dielektrike. Įrašę šias išraiškas į (2.2), gausime

$$\sigma_p = P_n; \tag{2.3}$$

čia $P_n = P\cos\alpha$, todėl galime užrašyti

$$\sigma_p = \left(\vec{P}\vec{n}\right). \tag{2.4}$$

Dielektriko, užpildančio tūrį tarp plokščiojo kondensatoriaus plokštelių, poliarizaciniai krūviai sukuria elektrinį lauką, kurio stipris

$$E_p = \frac{\sigma_p}{\varepsilon_0} = \frac{P_n}{\varepsilon_0}. \tag{2.5}$$

Kai elektrinis laukas dielektrike ne ypač stiprus, egzistuoja proporcingumo ryšys:

$$E_p = \chi E_n; \tag{2.6}$$

čia proporcingumo koeficientas χ vadinams dielektriniu jautriu. Įrašę (2.6) į (2.5) išraišką, gausime

$$P_n = \chi\varepsilon_0 E_n. \tag{2.7}$$

Dielektrinis jautris randamas išmatavus pagrindinį poliarizaciją charakterizuojantį dydį – dielektrinę skvarbą:

$$\varepsilon = \frac{C}{C_0}; \tag{2.8}$$

čia C – plokščiojo kondensatoriaus talpa, kai jo plokštelių tarpas užpildytas dielektriku, o C_0 – kai tarp jo plokštelių vakuumas. Taip pat nesunku įsitikinti, kad ją išreiškia ir atitinkamų elektrinio lauko stiprių santykis:

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E}. \tag{2.9}$$

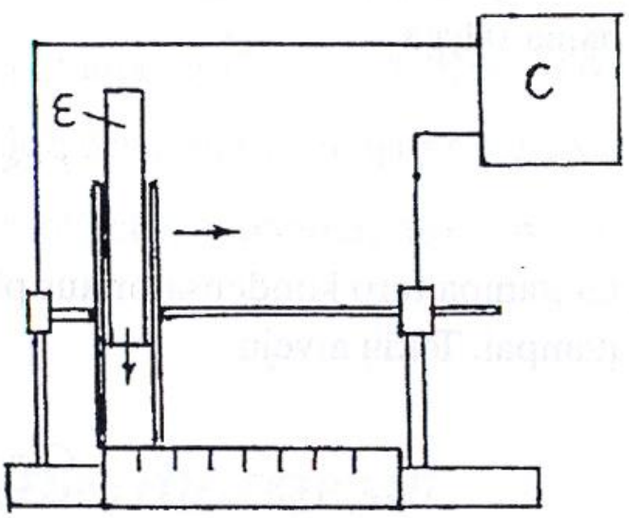
Jeigu kondensatoriaus plokštelių krūvio paviršinis tankis σ, tai $E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ ir $E = E_0 - E_p$. Atsižvelgę į (2.6) lygtį, užrašysime

$$E = E_0 - \chi E, \tag{2.10}$$

nes šiuo atveju $E = E_n$. Iš (2.10) ir (2.9) lygčių gausime, kad

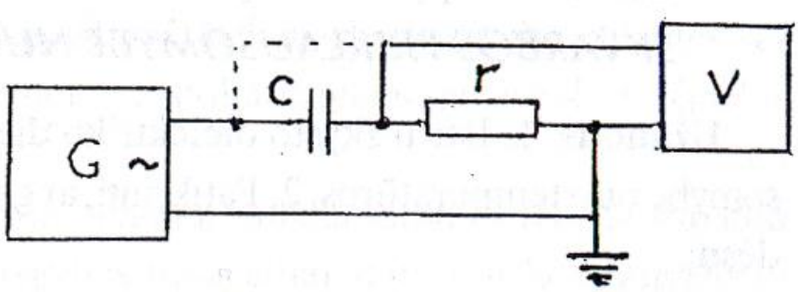
$$\varepsilon = 1 + \chi. \tag{2.11}$$

Matavimo metodai. Elektrinės talpos matavimo kintamosios srovės Vitstono tilteliu metodas aprašytas 8.3 poskyryje. Matavimas atliekamas standartiniu tilteliu. Plokščiojo kondensatoriaus tyrimo ir dielektrinės skvarbos matavimo schema vaizduojama 11 pav. Vienos plokštelės padėtį galima keisti. Dielektrinė skvarba randama matuojant kondensatoriaus talpas, įdėjus tarp jo plokštelių žinomo storio dielektriko plokštelę ir ją išėmus.



11 pav. **Plokščiojo kondensatoriaus tyrimo ir dielektrinės skvarbos matavimo schema**

Elektrinės talpos matavimo pagal įtampos pasiskirstymą RC grandinėje metodas pagrįstas Omo dėsniu kvazinuostoviosios srovės grandinei. Principinė matavimo schema vaizduojama 12 pav. Prie tiriamo kondensatoriaus nuosekliai prijungta omin ė varža r. Pagal Omo dėsnį, įtampos tokioje grandinėje kompleksinė amplitudė



12 pav. **Kondensatoriaus talpos matavimo RC grandinės metodu schema**

$$\dot{U} = I_r + I\frac{1}{i\omega c}. \tag{2.12}$$

Jos absoliučioji vertė

$$U = I\sqrt{r^2 + \frac{1}{\omega^2 c^2}}\,. \tag{2.13}$$

Srovės stiprį rasime išmatavę įtampą U_r varžoje r: $I = U_r / r$. Įrašę tai į (2.13) lygtį, gausime, kad ieškoma talpa

$$C = \frac{U_r}{\omega r\sqrt{U^2 - U_r^2}}\,. \tag{2.14}$$

Jeigu dažnio ω ir varžos r reikšmės pasirinktos taip, kad būtų tenkinama sąlyga

$$r << \frac{1}{\omega C}, \tag{2.15}$$

tai įtampa tarp kondensatoriaus plokštelių faktiškai lygi generatoriaus įtampai. Tokiu atveju

$$C = \frac{U_r}{\omega r U}\,. \tag{2.16}$$

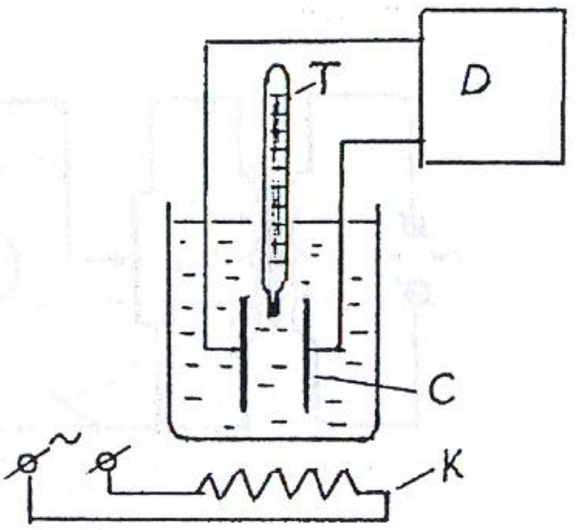
Būtina atkreipti dėmesį į tai, kad voltmetras turi savitąją talpą. Nesunku įsitikinti, kad ji matavimų tikslumui neturės įtakos tada, kai patenkinta sąlyga (2.15).

2.2. SKYSTŲ POLINIŲ DIELEKTRIKŲ DIELEKTERINĖS SKVARBOS PRIKLAUSOMYBĖ NUO TEMPERATŪROS

Užduotis. 1. Ištirti skysto dielektriko dielektrinės skvarbos priklausomybę nuo temperatūros. 2. Patikrinti, ar gauti duomenys tenkina Kiuri dėsnį.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Fizikiniai dydžiai, apibūdinantys dielektrikų poliarizaciją. 2. Polinių dielektrikų dielektrinės skvarbos priklausomybė nuo temperatūros. 3. Klauzijaus ir Masočio lygtis.

Tyrimo metodas. Dielektrinę skvarbą randame išmatavę kintamosios srovės tiltu D talpą kondensatoriaus, kurio dielektrikas yra tiriamasis skystis. Matavimo įrenginį sudaro dviejų koaksialių metalinių cilindrų pavidalo kondensatorius C, įdėtas į kaitinamą indą su tiriamuoju skysčiu (13 pav.). Termometru T arba termoelementu matuojama temperatūra mažojo cilindro viduryje.



13 pav. **Dielektrinės skvarbos priklausomybės nuo temperatūros tyrimo schema**

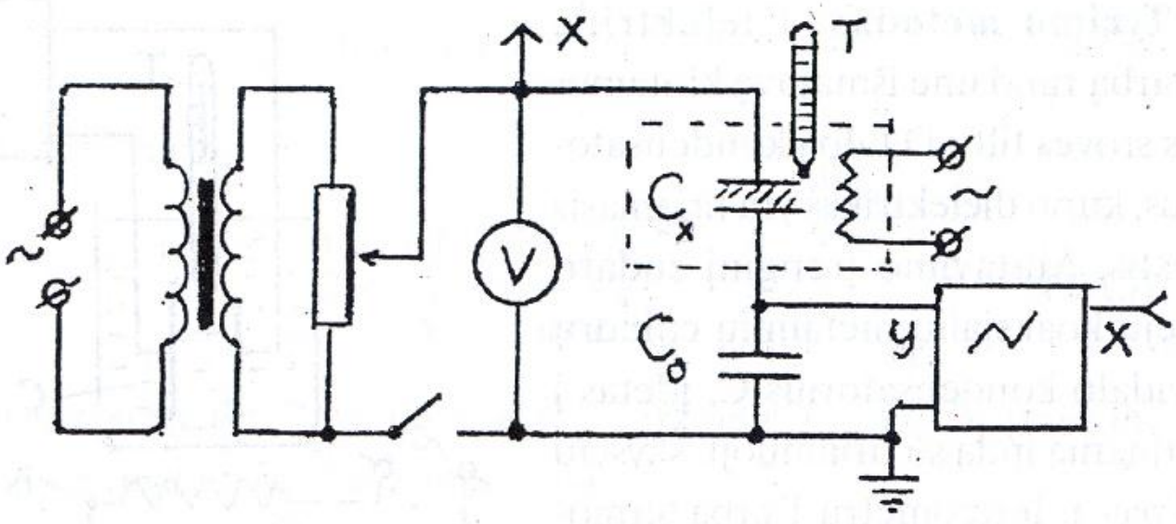
Kadangi tiriamo kondensatoriaus talpa nedidelė, reikia atsižvelgti į jo prijungimo kabelio talpą C_L, nes matuojame $C_L + C$ dydžius. Tikrindami, ar gauti rezultatai tenkina Kiuri dėsnį, pavaizduojame grafiškai santykio $\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}$ priklausomybę nuo absoliučiosios temperatūros atvirkštinio dydžio.

2.3. FEROELEKTRIKŲ (SEGNETOELEKTRIKŲ) DIELEKTRINĖS SKVARBOS PRIKLAUSOMYBĖ NUO TEMPERATŪROS

Užduotis. 1. Ištirti feroelektriko dielektrinės skvarbos priklausomybę nuo išorinio elektrinio lauko stiprio ir temperatūros. 2. Patikrinti Kiuri ir Veiso dėsnį.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Feroelektrikų dielektrinės savybės. 2. Feroelektriniai domenai ir poliarizacijos histerezė. 3. Kiuri ir Veiso dėsnis.

Tyrimo metodas. Matavimo schema vaizduojama 14 pav. Matavimo metodas pagrįstas krūvių lygybės nuosekliai sujungtų kondensatorių plokštelėse sąlyga. Oscilografu matuojama įtampa žinomos talpos C_0 kondensatoriaus, nuosekliai sujungto su tiriamuoju kondensatoriumi C_x.



14 pav. **Feroelektriko tyrimo schema**

Jeigu kondensatoriaus C_0 įtampa U_0, o feroelektrinio – U_x, tai

$$U_V = U_0 + U_x, \tag{2.17}$$

arba

$$U_V = \frac{q}{C_0} + \frac{q}{C_x}. \tag{2.18}$$

Kondensatorių plokštelių krūviai q yra vienodo dydžio, todėl osciloografu matuojama kondensatoriaus C_0 įtampa proporcinga kondensatoriaus C_x plokštelių elektros krūviui q. Jeigu feroelektriko plokštelės storis d, tai šio krūvio elektrinio lauko stipris

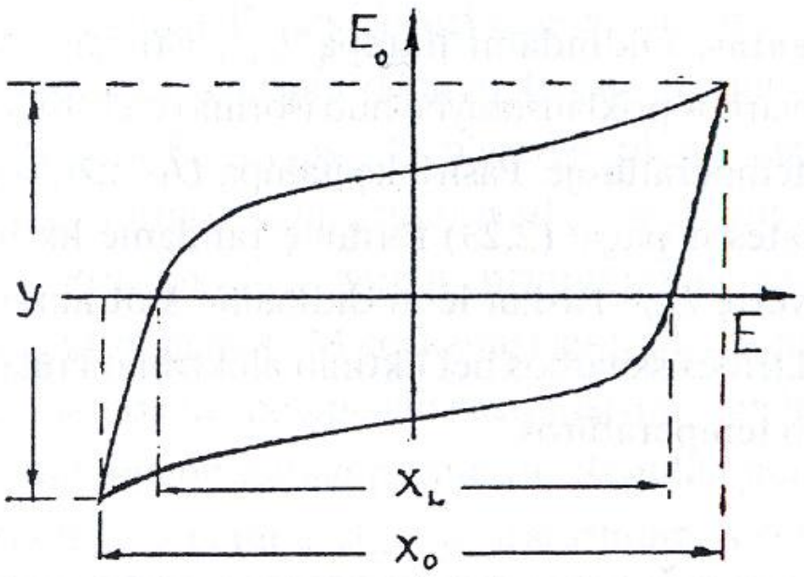
$$E_0 = \frac{q}{\varepsilon_0 S}. \tag{2.19}$$

Kadangi $q = C_0 U_0$, tai

$$E_0 = \frac{C_0 U_0}{\varepsilon_0 S}. \tag{2.20}$$

Įtampą U_0 rasime išmatavę elektroninio spindulio pėdsako y pagal ordinačių ašį ilgį. Šiuo atveju $2U_0 = yk_y$; čia k_y – oscilografo įtampos konstanta (V/cm). Įrašę tai į (2.20), gausime

$$E_0 = \frac{C_0 k_y y}{2\varepsilon_0 S}. \tag{2.21}$$



15 pav. **Feroelektriko poliarizacijos histerezė**

Talpą C_0 parenkame pagal sąlygą $C_x << C_0$, todėl $U_x >> U_0$ arba $U_x = U_V$. Voltmetras rodo įtampos efektinę vertę. Jos amplitudė $U_{V0} = \sqrt{2}U_V$. Tokiu atveju elektrinio lauko stipris feroelektrike

$$E_x = \frac{\sqrt{2}U_V}{d}. \tag{2.22}$$

Lauko stiprių E_0 ir E_x tarpusavio priklausomybę vaizduojanti kreivė vadinama histereze. E_x vertė, kai $E_0 = 0$, vadinama liktiniu elektriniu lauku. Jo vertę E_{xL} rasime iš histerezės pagal formulę

$$E_{xL} = \frac{\sqrt{2}U_v x_L}{dx_0}. \tag{2.23}$$

Dielektriko skvarba $\varepsilon = \frac{C_x}{C_0} = \frac{E_0}{E_x}$, todėl iš (2.21) ir (2.22) lygčių gausime, kad

$$\varepsilon = \frac{C_0 dk_y y}{2\sqrt{2}\varepsilon_0 S U_V}. \tag{2.24}$$

Pažymėję šios išraiškos pastoviąją dalį

$$A = \frac{C_0 dk_y}{2\sqrt{2}\varepsilon_0 S}, \tag{2.25}$$

užrašysime

$$\varepsilon = A\frac{y}{U_V}. \tag{2.26}$$

Eksperimentas. Didindami įtampą U_V, ištiriame fotoelektriko dielektrinės skvarbos priklausomybę nuo išorinio elektrinio lauko stiprio E_0 kambario temperatūroje. Pasirinkę įtampą U_V, užrašome histerezės taškų koordinates ir pagal (2.23) formulę randame liktinio elektrinio lauko stiprio vertę E_{xL}. Paskui lėtai didiname kaitinimo srovę ir matuojame dielektrinės skvarbos bei liktinio elektrinio lauko stiprio priklausomybę nuo temperatūros.

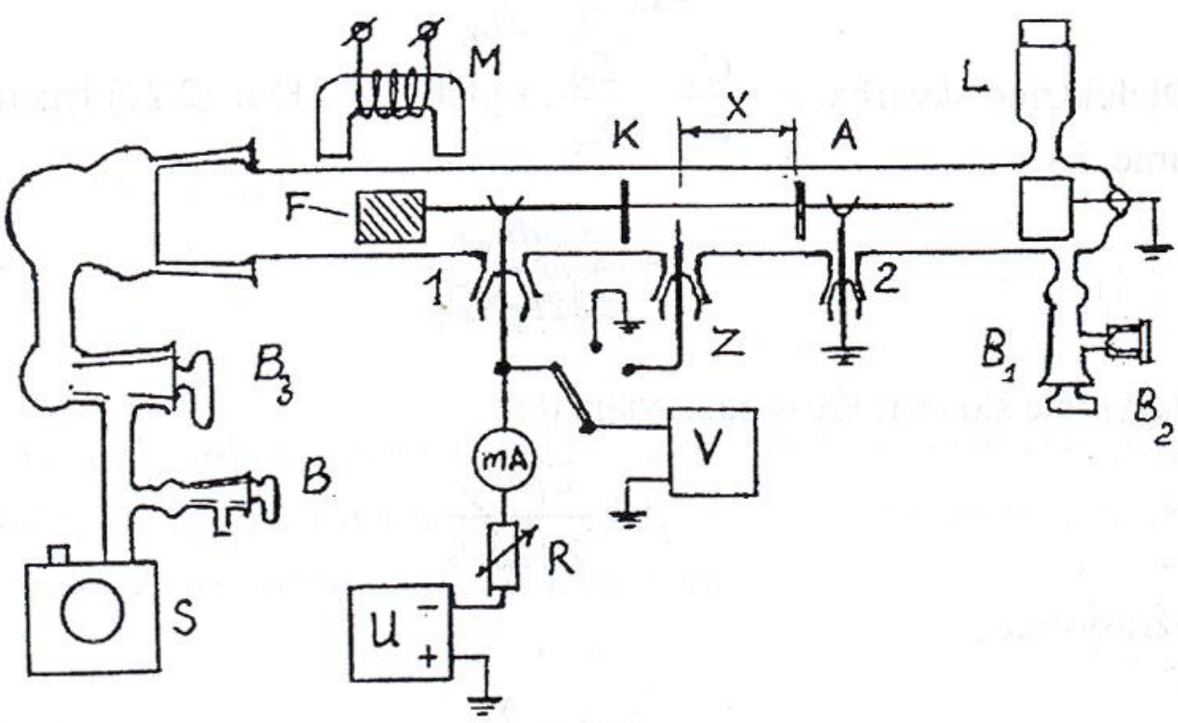
3. MEDŽIAGŲ ELEKTRINIS LAIDUMAS

3.1. PRARETINTŲ DUJŲ PLAZMOS ELEKTRINĖS SAVYBĖS

Užduotis. 1. Išmatuoti rusenančiojo išlydžio voltamperinę charakteristiką. 2. Ištirti potencialo ir elektrinio lauko stiprio pasiskirstymą tarp katodo ir anodo.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Dujų nesavaiminio ir savaiminio elektrinio laidumo mechanizmai, jonų lavinos atsiradimo sąlygos. 2. Potencialo ir krūvio pasiskirstymas vykstant rusenančiajam išlydžiui dujose. 3. Plazminiai elektroniniai prietaisai.

Tyrimo metodas. Dujų elektrinių savybių tyrimo aparatūros schema vaizduojama 16 pav. Tiriamos dujos pro čiaupą B_1 įleidžiamos į stiklinį



16 pav. **Praretintų dujų plazmos tyrimo aparatūra**

vamzdį. Pro čiaupą B_3 jos išsiurbiamos rotaciniu siurbliu S. Slėgis matuojamas termoelektriniu vakuumetru. L – manometrinė lempa. Anodas A ir katodas K, sujungti tarpusavyje plonu stikliniu strypeliu l ir padėti ant U formos kontaktinių įvadų 1 ir 2, prijungtų prie įtampos šaltinio U. Prie anodo strypelio prijungtas geležies ritinukas F. Jį veikdami elektromagnetu M keičiame elektrodų padėtį zondo z atžvilgiu ir tolydžiai matuojame potencialo pasiskirstymą didelės varžos voltmetru V. Srovę matuojame miliampermetru. Reguliuojant čiaupais B_1 ir B_2 dujų įtekėjimą, o čiaupu B_3 – jų išsiurbimą, sistemoje palaikomas pastovus slėgis. Varža R riboja srovės stiprį.

Eksperimentas. Parinkę varžos R reikšmę (nurodoma užduotyje) ir srovės šaltinio U įtampą, viršijančią išlydžio uždegimo reikšmę (0,5–0,9 kV), užsukame čiaupus B_1, B_2, B_3, ir B. Įjungę rotacinį siurblį S, palengva atsukame čiaupus B_1, B_2, ir B_3 tiek, kad slėgis mažėtų lėtai. Esant pastoviam slėgiui, maždaug 0,1 Tor, matuojame išlydžio voltamperinę charakteristiką. Didindami įtampą tarp katodo ir anodo, randame jos vertę U_d, kuriai esant prasideda rusenantysis išlydis (išlydžio uždegimo įtampa). Prieš prasidedant išlydžiui, miliampermetras rodo nulį, nes natūralus savaiminis oro elektrinis laidumas labai mažas. Prasidėjus išlydžiui, įtampa tarp katodo ir anodo sumažėja, nes tekant srovei dalis srovės šaltinio įtampos tenka balastinei varžai R. Srovės šaltinio įtampą U didiname neviršydami leistinos srovės stiprio vertės. Po to mažiname ją iki užgesimo ir nustatome išlydžio gesimo įtampą U_g. Matavimą kartojame pakeitę dujų slėgį.

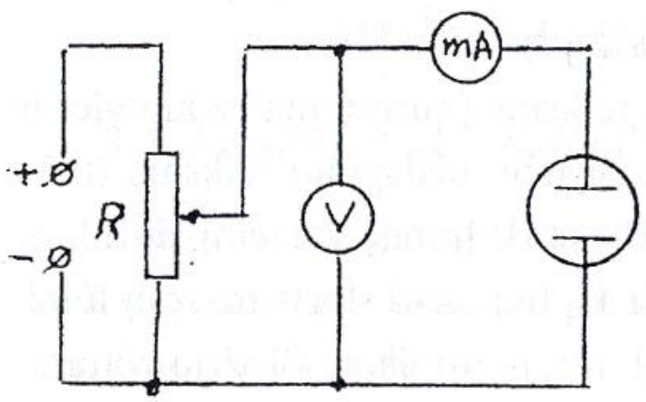
Tiriame įtampos pasiskirstymą išlydžio stulpe, matuodami įtampą ir atstumą X tarp zondo ir anodo, esant pastoviai įtampai ir slėgiui. Ypač atidžiai ištiriame sritį, kai zondo atstumas iki katodo neviršija vieno centimetro.

Pavaizdavę grafiškai gautą priklausomybę U(x), grafinio diferencijavimo būdu išnagrinėjame elektrinio lauko stiprio $E(x) = -\frac{dU(x)}{dx}$ pasiskirstymą išlydžio stulpe.

3.2. DUJŲ SAVAIMINIO ELEKTRINIO LAIDUMO NAUDOJIMAS RELAKSACINIAMS VIRPESIAMS GAUTI

Užduotis. 1. Išmatuoti neoninės lempos voltamperinę charakteristiką. 2. Ištirti relaksacinių virpesių periodo priklausomybes nuo grandinės ominės varžos, elektrinės talpos ir šaltinio įtampos.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Dujų savaiminis elektrinis laidumas. 2. Dujų plazmos elektroniniai prietaisai.



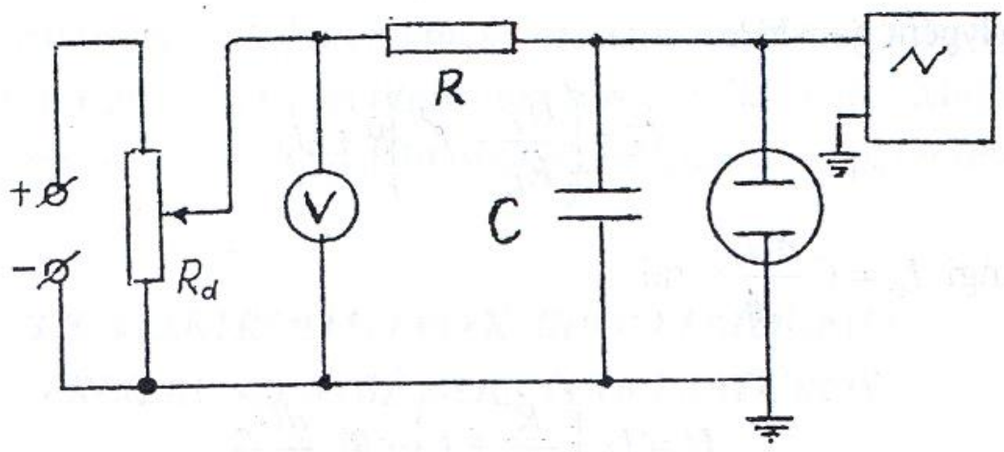
17 pav. **Neoninės lempos voltamperinės charakteristikos matavimo schema**

Tyrimo metodas. Voltamperinę charakteristiką matuojame pagal 17 pav. pavaizduotą schemą. Didindami įtampą randame jos reikšmę U_d, atitinkančią išlydžio uždegimą.

Išlydžiui prasidėjus, voltmetro rodoma įtampa šiek tiek sumažėja. Tai priklauso nuo šaltinio ir daliklio R varžų. Į tai atsižvelgiame nustatydami U_d dydį. Padidintą iki leistinos vertės įtampą pradedame mažinti ir surandame išlydžio gesimo įtampą U_g. Lempos varžą $R_l = \dfrac{\Delta U}{\Delta I}$ randame iš voltamperinės charakteristikos.

Relaksacinių virpesių generatoriaus schema vaizduojama 18 pav. Ją sudaro neoninė lempa L, kintamos talpos kondensatorius C, kintamoji varža R, įtampos dalikilis R_d ir nuolatinės įtampos šaltinis. Sudarius įtampą grandinėje, kondensatorius pradeda elektrintis. Kol jo įtampa U_c mažesnė už išlydžio uždegimo reikšmę, lempos varžą galima laikyti begaline. Tokiu atveju ja tekančios srovės stipris I_h daug mažesnis už kondensatoriaus įelektrinimo srovės stiprį I_c, todėl $I = I_c = C\dfrac{dU_c}{dt}$.

Pagal Omo dėsnį, grandinės įtampa



18 pav. **Relaksacinių virpesių tyrimo schema**

$$U = IR + U_c, \tag{3.1}$$

arba

$$U = RC\frac{dU_c}{dt} + U_c. \tag{3.2}$$

Pertvarkę (3.2) lygtį, gausime

$$dt = -RC\frac{d(U - U_c)}{U - U_c}. \tag{3.3}$$

Kondensatoriaus įtampai pasiekus reikšmę $U_c = U_d$, lempos varža staigiai sumažėja. Atitinkamai sustiprėja bendra srovė I, įtampa varžoje R padidėja, kondensatorius pradeda išsielektrinti per lempą. Jo įtampai sumažėjus iki U_g, lempos varža staigiai tampa labai didelė. Dėl to kondensatorius vėl pradeda įsielektrinti. Šie procesai periodiškai kartojasi. Pažymėkime kondensatoriaus įtampos didėjimo nuo U_g iki U_d trukmę τ, o mažėjimo nuo U_d iki U_g – τ'. Suintegravę (3.3) lygtį, gausime

$$\tau = RC\,ln\frac{U - U_g}{U - U_d}. \tag{3.4}$$

Atsiradus išlydžiui, srovė teka dviejų kontūrų grandine. Užrašysime Kirchhofo lygtis:

$$I + I_c = I_L; \tag{3.5}$$

$$U = IR + U_c; \tag{3.6}$$

$$I_L R_L = U_c. \tag{3.7}$$

Iš šių lygčių gausime

$$U = \left(\frac{U_c}{R_L} - I_c \right) R + U_c . \tag{3.8}$$

Kadangi $I_c = C \frac{dU_c}{dt}$, tai

$$U = U_c \left(\frac{R}{R_L} + 1 \right) - RC \frac{dU_c}{dt} . \tag{3.9}$$

Pertvarkę ir suintegravę šią lygtį, įsitikinsime, kad

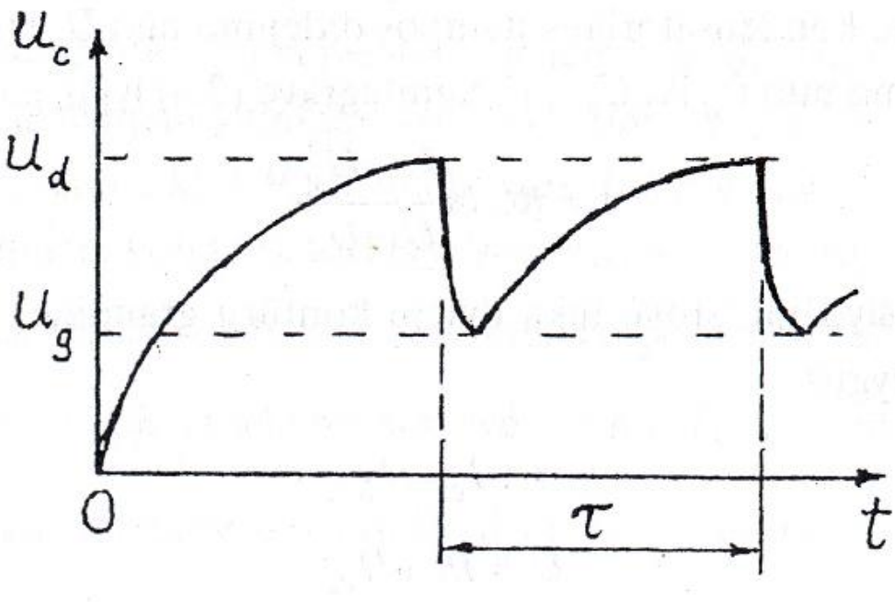
$$\tau' = \frac{RC}{k} ln \frac{kU_g - U}{kU_d - U} ; \tag{3.10}$$

čia $k = \frac{R}{R_L} + 1$.

Kai $R >> R_L, k \approx \frac{R}{R_L}$ ir

$$\tau' = R_L C ln \frac{RU_g - R_L U}{RU_d - R_L U} . \tag{3.11}$$

Kondensatoriaus įtampos relaksacijos kreivės vaizduojamos 19 pav. Didėjant varžai R ir kondensatoriaus talpai, įtampos kitimas panašėja į pjūklinį.



19 pav. **Kondensatoriaus įtampos kitimo grafikas**

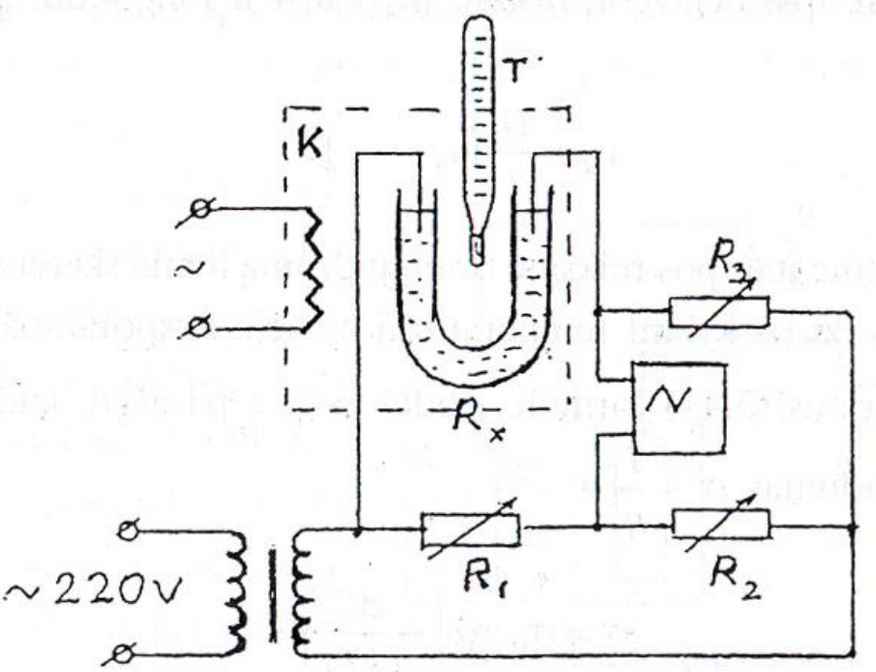
Išmatuojame relaksacijos trukmės τ priklausomybes nuo varžos R ir talpos C, esant įvairioms grandinės įtampos U reikšmėms. Matavimų duomenis palyginame su apskaičiuotais pagal grandinės parametrus.

3.3. ELEKTROLITO ELEKTRINIO LAIDUMO PRIKLAUSOMYBĖ NUO TEMPERATŪROS

Užduotis. Ištirti elektrolitinio tirpalo elektrinio laidumo priklausomybę nuo temperatūros.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Disociacijos laipsnio priklausomybė nuo tirpalo koncentracijos. 2. Skysčių elektrinis laidumas ir jo priklausomybė nuo temperatūros. 3. Elektrodų poliarizacijos reiškinys.

Tyrimo metodas. Elektrinį laidumą matuojame kintamosios srovės tilteliu (20 pav.). Tiltelis maitinamas tinklo kintamąja įtampa, sumažinta transformatoriumi. Panaudojus kintamąją įtampą, išvengiama elektrodų poliarizacijos reiškinio. Tiltelio jautrumas didžiausias, kai jo pečių varžos vienodos. Atsižvelgdami į tai, varžas R_2 ir R_3 parenkame vienodas ir artimas R_x. Tokiu atveju pagal tiltelio balanso sąlygą $\frac{R_x}{R_1} = \frac{R_3}{R_2}$ gausime $R_x = R_1$. Tiltelio balanso indikatorius yra oscilografas. Varžos R_x



20 pav. **Elektrolito elektrinio laidumo matavimo schema**

matavimo momentu temperatūros kitimas turi būti nedidelis. Tai pasiekiama reguliuojant krosnelės K kaitinimo srovės stiprį arba ją trumpam išjungiant. Temperatūrą didiname iki 90°C. Negalima užvirinti, nes skysčiui garuojant laidumas negrįžtamai pakinta.

Duomenų analizės metodika. Tiriamo skysčio savitasis laidumas

$$\sigma = \frac{l}{RS}; \tag{3.12}$$

čia l – atstumas tarp elektrodų galų išilgai vamzdelio vidurio linijos, S – vamzdelio skerspjūvio plotas. Skysčio elektrinis laidumas priklauso nuo ištirpusios druskos molekulių tankio n, jų disociacijos laipsnio α, teigiamųjų ir neigiamųjų jonų judrumų u_+ ir u_-:

$$\sigma = \alpha n q\,(u_+ + u_-); \tag{3.13}$$

čia q – jono krūvis. Tirpalo koncentracija dažniausiai išreiškiama druskos ir skysčio masių santykiu. Jeigu tirpalo tūris V, o ištirpusios druskos masė m, jos molio masė μ, tai molekulių tankis

$$n = \frac{m}{V\mu} N_A; \tag{3.14}$$

čia N_A – Avogadro skaičius. Kai tankis n gana mažas, $\alpha \approx 1$. Tokiu atveju, išmatavę σ ir apskaičiavę n, rasime $(u_+ + u_-)$ ir jonų vidutinį dreifinį greitį

$$v_d = \frac{U}{l}(u_+ + u_-); \tag{3.15}$$

čia U – efektinė įtampos reikšmė. Jonų judrumą lemia skysčio klampos koeficientas, kuris kylant temperatūrai mažėja eksponentiškai pagal trečiojo skyriaus (3.41) formulę. Todėl galima parašyti, kad savitasis elektrinis laidumas $\sigma \sim \frac{1}{\eta}$ ir

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{kT}\right); \tag{3.16}$$

čia σ_0 – konstanta, o ΔE – aktyvacijos energija. Ji parodo, kokią energiją privalo turėti molekulė, kad peršoktų iš vienos pusiausvyros padėties į kitą. Energiją ΔE nesunku rasti iš funkcijos $ln\sigma_0 = f\left(\frac{1}{T}\right)$ grafiko pagal formulę

$$\Delta E = \frac{\Delta(ln\sigma)}{\Delta\left(\frac{1}{T}\right)}k. \qquad (3.17)$$

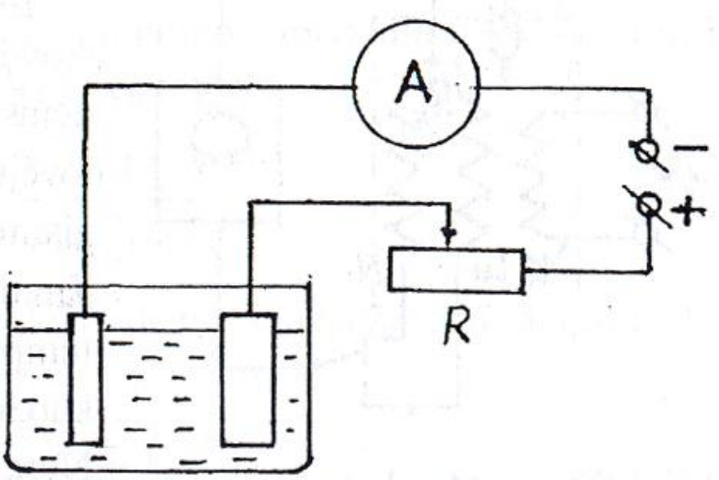
Jeigu disociacijos laipsnis nėra lygus vienetui, tai kylant temperatūrai jis prie šios reikšmės artėja. Konstantos σ_0 priklausomybės nuo temperatūros nepaisome, nes, palyginti su eksponente, ji silpna.

3.4. ELEKTROLIZĖS FARADĖJAUS DĖSNIO TIKRINIMAS

Užduotis. 1. Patikrinti elektrolizės Faradėjaus dėsnį. 2. Rasti elektrono krūvį.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Disociacijos priklausomybė nuo tirpalo koncentracijos. 2. Elektrolizė, Faradėjaus dėsniai. 3. Elektrolizės taikymai.

Tyrimo metodas. Elektrolizę atliekame vonelėje su vario sulfato tirpalu ir variniais elektrodais pagal 21 pav. pavaizduotą schemą. Katodo plokštelė tvirtinama prie strypelio formos laikiklio. Išsiskyrusio ant jos metalo masę m randame diferencialinio svėrimo būdu, aprašytu pirmajame skyriuje. Parenkame srovės stiprį I keisdami varžą R ir matuojame jos tekėjimo trukmę t. Pagal Faradėjaus dėsnį,



21 pav. **Faradėjaus dėsnio elektrolizei tikrinimo schema**

$$m = k_e It\,. \tag{3.18}$$

Jį patikriname apskaičiavę elektrocheminį ekvivalentą k_e ir suradę elektrono krūvį q_e pagal sąryšį

$$k_e = \frac{A}{z N_A q_e}; \tag{3.19}$$

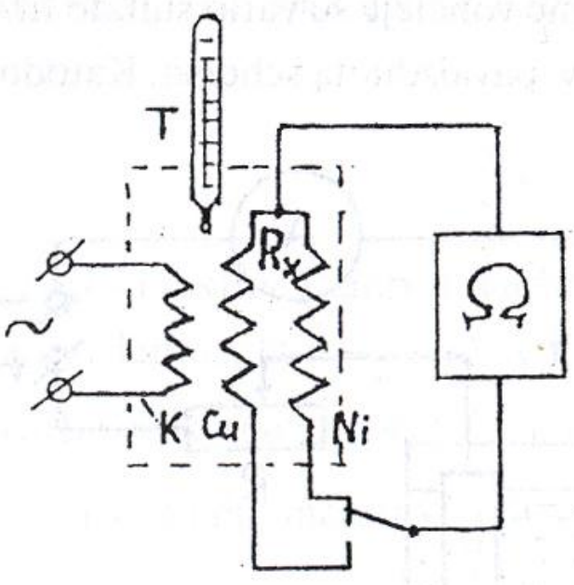
čia z – metalo valentingumas, A – atominė masė, o N_A – Avogadro skaičius. Išmatavę nusėdusio metalo masės priklausomybę nuo elektrolizės trukmės, pavaizduojame ją grafiškai.

3.5. METALŲ ELEKTRINIO LAIDUMO PRIKLAUSOMYBĖ NUO TEMPERATŪROS

Užduotis. 1. Ištirti metalų savitosios varžos priklausomybę nuo temperatūros. 2. Apskaičiuoti temperatūrinius varžos koeficientus.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Metalų elektrinės savybės. 2. Klasikinis elektrinio laidumo modelis. 3. Metalų kvantinės elektrinio laidumo teorijos pagrindiniai bruožai.

Tyrimo metodas. Metalo varžą matuojame standartiniu Vitstono tilteliu arba ommetru. Matavimo aparatūros principinė schema vaizduojama 22 pav.



22 pav. **Metalų varžos priklausomybės nuo temperatūros matavimo schema**

Įjungiame krosnelės K kaitinimo srovę ir temperatūrai šiek tiek padidėjus išjungiame. Temperatūrai nusistovėjus, išmatuojame varžą ir vėl įjungiame kaitinimo srovę. Norint tiksliau išmatuoti varžos priklausomybę nuo temperatūros, reikia ją matuoti esant kuo mažesniam temperatūros kitimui. Nerekomenduojama iš anksto užrašyti temperatūros reikšmių, ties kuriomis numatyta išmatuoti varžą.

Jeigu matavimai atlikti korektiškai, temperatūrinės priklausomybės šildant ir šaldant turi sutapti paklaidų ribose.

Apskaičiuojame ištirtų metalų savitąsias varžas

$$\rho = \frac{RS}{l} \tag{3.20}$$

ir, pavaizdavę grafiškai jų priklausomybes nuo temperatūros, įvertiname temperatūrinius koeficientus:

$$\alpha = \frac{d\rho}{\rho dT}; \tag{3.21}$$

čia ρ atitinka temperatūrą T, o $\rho+d\rho$ – temperatūrą $T+dT$.

Palyginkite ištirtųjų metalų elektronų dreifinius greičius, judrumo ir relaksacijos trukmes manydami, kad atomų ir elektronų tankiai vienodi. Atomų tankį n_A su masės tankiu ρ_m sieja ryšys

$$n_A = \frac{\rho_m}{\mu} N_A. \tag{3.22}$$

Tokiu atveju pagal (1.20) savitasis elektrinis laidumas

$$\sigma = \frac{\rho_m}{\mu} N_A q_e u, \tag{3.23}$$

o elektronų judris

$$u = \frac{\sigma\mu}{\rho_m N_A q_e}. \tag{3.24}$$

Jeigu įtampa laidininke lygi U, tai lauko stipris jame $E = \frac{U}{l}$. Judrį su dreifiniu greičiu v_d sieja (1.8) ryšys, todėl

$$v_d = \frac{\sigma\mu U}{\rho_m N_A q_e l}. \tag{3.25}$$

Panaudoję v_d vertę ir (1.11) lygtį, rasime vidutinę relaksacijos trukmę:

$$\tau = \frac{v_d m_e l}{q_e U}; \tag{3.26}$$

čia m_e – elektrono masė.

3.6. PUSLAIDININKIŲ ELEKTRINIO LAIDUMO PRIKLAUSOMYBĖ NUO TEMPERATŪROS

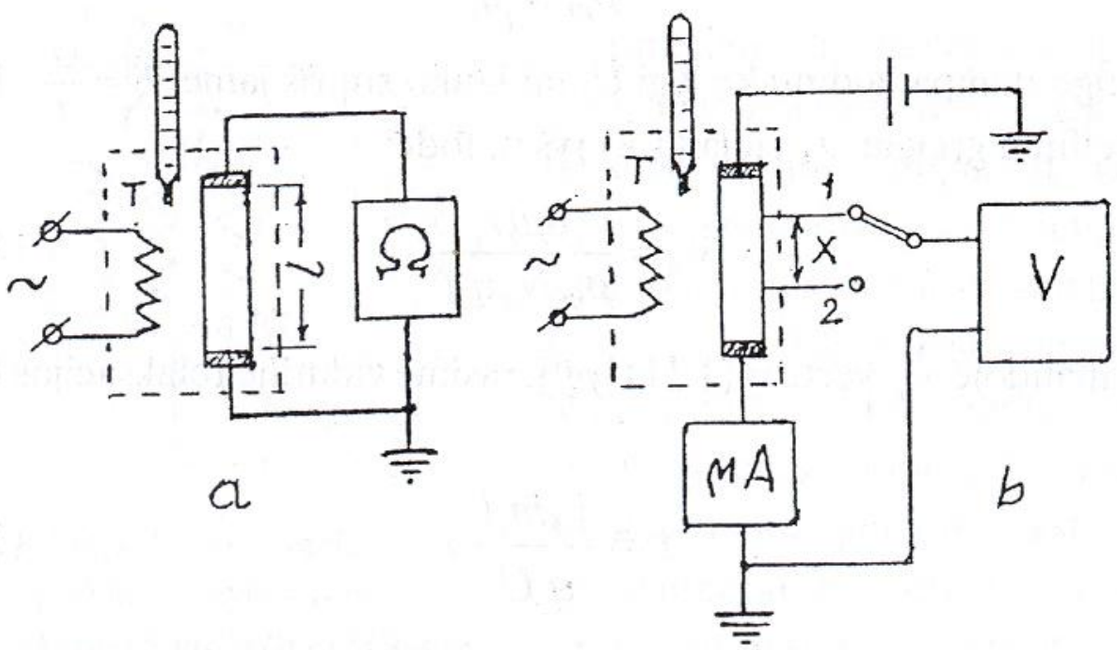
Užduotis. 1. Ištirti puslaidininkio elektrinio laidumo priklausomybę nuo temperatūros. 2. Apskaičiuoti krūvininkų terminės aktyvacijos energiją.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Puslaidininkių būdingosios elektrinės savybės. 2. Savasis puslaidininkių elektrinis laidumas. 3. Donorinės ir akceptorinės priemaišos bei priemaišiniai energijos lygmenys. 4. Krūvininkų tankio ir judrio priklausomybė nuo temperatūros.

Tyrimo metodas. Medžiagos elektrinį laidumą paprasčiausia rasti pagal Omo dėsnį. Reikia išmatuoti žinomų matmenų bandiniu tekančios srovės stiprį ir įtampą arba ommetru jo varžą (23 pav., a). Šie būdai tinka tada, kai bandinio jungimo kontaktų įtakos srovės stipriui galima nepaisyti. Puslaidininkio ir metalo kontakte gali susidaryti padidėjusios varžos sritis, turinti netiesinę voltamperinę charakteristiką. Tai sudaro tam tikrą varžos matavimo paklaidą. Šio trūkumo neturi potencialo zondų metodas (23 pav., b). Matuojama įtampa U_{12} tarp zondų 1 ir 2, tekant bandiniu I stiprio srovei:

$$U_{12} = IR_{12}; \tag{3.27}$$

čia R_{12} – bandinio atkarpos x tarp zondų varža. Srovės stipris matuojamas mikroampermetru arba kitu pakankamo jautrio prietaisu, o įtampa –



23 pav. **Puslaidininkio elektrinio laidumo matavimo schemos**

didelės varžos voltmetru arba elektrometru. Įrašę į (3.27) varžos išraišką iš (3.20), gausime

$$\sigma = \frac{Ix}{U_{12}bd}; \tag{3.28}$$

čia b – bandinio plotis, d – jo storis.

Puslaidininkių elektriniam laidumui būdinga eksponentinė priklausomybė nuo temperatūros:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{\alpha k T}}; \tag{3.29}$$

čia σ_0 ir α – konstantos, ΔE – terminė aktyvacijos energija, k – Bolcmano konstanta, T – absoliučioji temperatūra. Šios funkcijos parametrai priklauso nuo temperatūros intervalo. Savojo laidumo atveju $\alpha = 2$, o priemaišinio – dažniausiai $\alpha = 1$, tačiau gali kisti iki 2. Tokią laidumo priklausomybę nuo temperatūros lemia krūvininkų tankio kitimas. Judrio priklausomybė nuo temperatūros daug silpnesnė. Kambario ir aukštesnėse temperatūrose ji nusakoma $u \sim T^{-3/2}$ funkcija.

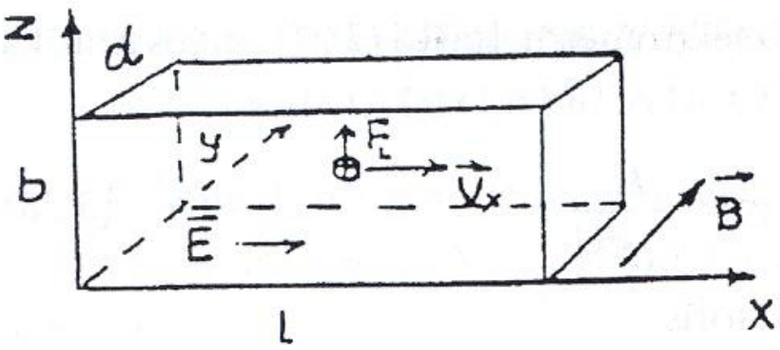
Tarkime, temperatūroje T_1 elektrinis laidumas σ_1, o T_2 – atitinkamai σ_2. Užrašę σ_1 ir σ_2 išraiškas (3.28), išlogaritmavę jas ir atėmę vieną iš kitos, gausime, kad aktyvacijos energija

$$\Delta E = \frac{\alpha k}{\lg e} \cdot \frac{\lg \sigma_2 - \lg \sigma_1}{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}}. \tag{3.30}$$

Vaizduodami $\sigma(T)$ priklausomybę grafiškai, ordinačių ašyje atidedame $\lg\sigma$ reikšmes, o abscisių – $\frac{1}{T}$.

3.7. HOLO EFEKTO TYRIMAS

Užduotis. 1. Ištirti Holo įtampos priklausomybę nuo srovės stiprio ir magnetinio lauko krypties bandinio plokštumos atžvilgiu, rasti Holo konstantą. 2. Apskaičiuoti krūvininkų judrį ir tankį.



24 pav. **Holo efekto aiškinimo schema**

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Krūvininkų judėjimas elektriniame ir magnetiniame laukuose. 2. Holo efektas ir jo taikymai. 3. Krūvininkų sklaidos mechanizmai puslaidininkiuose.

Holo efektas. Krūvininkas, judantis greičiu v_x ašies x kryptimi, veikiamas magnetinio lauko jėgos $q_e[\vec{v}_x\vec{B}]$, nukrypsta z ašies kryptimi (24 pav.). Dėl to krūvininkai kaupiasi prie sienelės, statmenos z ašiai, sukurdami lauką E_H, stabdantį šį procesą. Esant dinaminei pusiausvyrai,

$$q_e\vec{E}_H = q_e[\vec{v}_x\vec{B}]; \tag{3.31}$$

čia v_x – vidutinis (efektinis) greitis, atitinkantis šią pusiausvyrą. Jis proporcingas dreifiniam greičiui $v_x = A v_d$. Koeficientas A priklauso nuo krūvininkų sklaidos mechanizmo. Srovės tankis

$$j = nq_e v_d; \tag{3.32}$$

čia n – krūvininkų tankis. Kadangi $j = \frac{I}{bd}$, o $E_H = \frac{U_H}{b}$, tai

$$U_H = \frac{A}{nq_e}\cdot\frac{IB}{d}; \tag{3.33}$$

čia koeficientas

$$R_H = \frac{A}{nq_e} \tag{3.34}$$

vadinamas Holo konstanta. Pagal Holo įtampą galima rasti dreifinį judrį $u_d = \frac{v_d}{E}$. Kadangi $E = \frac{U}{l}$, o $\frac{U_H}{b} = Av_dB$, tai

$$u_d = \frac{U_H l}{AUbB}. \tag{3.35}$$

Koeficientas A dažniausiai pasitaikančiais atvejais nebūna mažesnis už 1,5 ir didesnis už 2. Judris, apskaičiuotas pagal (3.35) formulę, kai A = 1, vadinamas Holo judriu (u_H):

$$u_H = \frac{U_H l}{UbB}. \qquad (3.36)$$

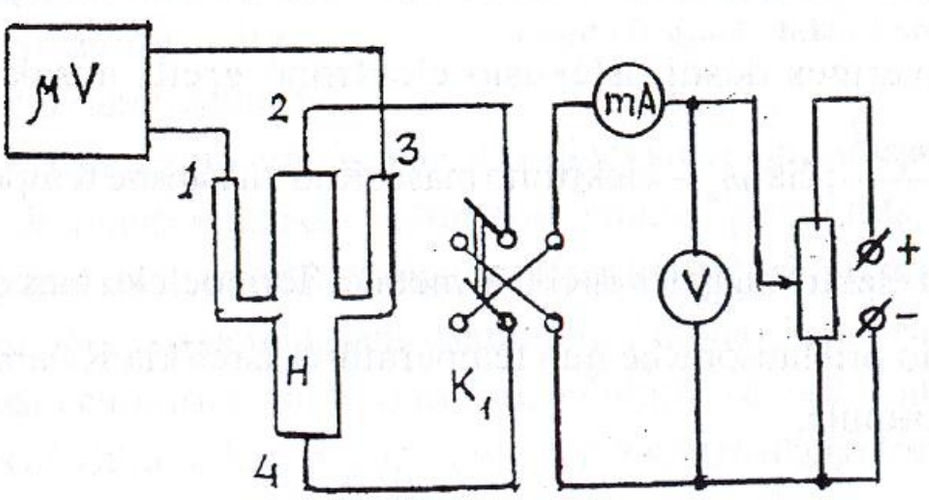
Krūvininkų tankį n galima rasti žinant Holo konstantos reikšmę, kai $A = 1$, bei pagal savitojo elektrinio laidumo ir Holo judrio reikšmes:

$$n = \frac{\sigma}{q_e u_B}.$$

Tyrimo metodas. Matavimų aparatūros schema vaizduojama 25 pav. Srovės, tekančios bandiniu H, grandinę sudaro keičiamos įtampos šaltinis, voltmetras V, miliampermetras ir komutatorius K. Magnetinis laukas statmenas brėžinio plokštumai. Holo įtampa U_H atsiranda tarp elektrodų 1 ir 3. Ji matuojama didelės varžos mikrovoltmetru μV arba potenciometru, kurio veikimas aprašytas 8.4 poskyryje.

Ištiriame Holo įtampos priklausomybę nuo kampo tarp magnetinio lauko ir bandinio plokštumos. Po to, pasukę bandinį statmenai magnetiniam laukui, ištiriame Holo įtampos priklausomybę nuo srovės stiprio. Apskaičiuojame laisvųjų krūvininkų tankį ir jų judrį.

Zondų 1 ir 3 potencialai gali būti skirtingi ir kai B = 0. Tos įtakos galima išvengti matuojant įtampas U_{H1} ir U_{H2}, atitinkančias priešingas bandiniu tekančios srovės kryptis. Tokiu atveju Holo įtampa $U_H = \frac{1}{2}(U_{H1} + U_{H2})$.



25 pav. **Holo įtampos matavimo schema**

4. KRŪVIO PERNAŠA VAKUUME IR KONTAKTINIAI REIŠKINIAI

4.1. VAKUUMINIO DIODO VOLTAMPERINIŲ CHARAKTERISTIKŲ TYRIMAS

Užduotis. 1. Ištirti anodinės srovės priklausomybes nuo įtampos, esant įvairioms kaitinimo srovės stiprio vertėms. 2. Nustatyti, kokiose ribose voltamperinė charakteristika aprašoma $I = kU^{3/2}$ funkcija. 3. Išmatuoti soties srovės priklausomybę nuo kaitinimo srovės stiprio.

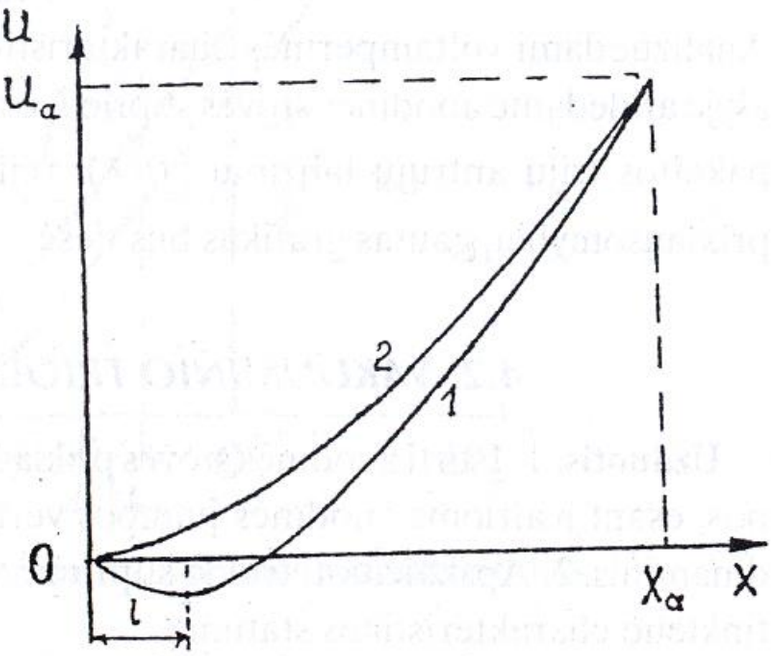
Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Elektrono išlaisvinimo darbas. 2. Termoelektroninė emisija ir jos priklausomybė nuo temperatūros. 3. Potencialo pasiskirstymas vakuuminiame diode.

Termoelektrinė emisija. Kiekvienas neįelektrintas kūnas sudaro pusiausvirą teigiamųjų ir neigiamųjų elektros krūvių sistemą. Elektronų krūvis lygus protonų krūviui. Metalams būdinga tai, kad jų valentiniai elektronai gali laisvai judėti kūne, o kiti lokalizuotis prie atomų branduolių. Laisvųjų elektronų elektrostatinė sąveika su branduoliais lemia metalo tvirtumą. Norint pašalinti elektroną iš metalo, reikia atlikti darbą prieš elektrostatinės traukos jėgas. Mažiausia energija (W_e), kurią reikia suteikti elektronui, kad jis išlėktų iš kūno, vadinama elektrono išlaisvinimo darbu. Laisvieji elektronai dalyvauja šiluminiame judėjime. Jeigu elektrono, judančio kūno paviršiaus link, šiluminė energija didesnė už išlaisvinimo darbą ($W_š > W_e$), jis išlėks už jo ribų. Elektronų garavimas iš kietojo kūno ar skysčio vadinamas termoelektronine emisija. Pagal energijos tvermės dėsnį, išlėkusio elektrono greitį nusako lygtis $W_š - W_e = \frac{m_e v^2}{2}$; čia m_e – elektrono masė. Kuo aukštesnė temperatūra, tuo daugiau elektronų galės išlėkti iš metalo. Termoelektrinės emisijos srovės tankio priklausomybę nuo temperatūros išreiškia Ričardsono ir Dešmano formulė:

$$j = AT^2 \exp\left(-\frac{W_e}{kT}\right); \qquad (4.1)$$

čia konstanta $A = 60{,}2\ \text{A/cm}^2 \cdot \text{K}^2$. Šią formulę galima patikrinti tiriant vakuuminio diodo soties srovės priklausomybę nuo temperatūros, kai W_e žinoma.

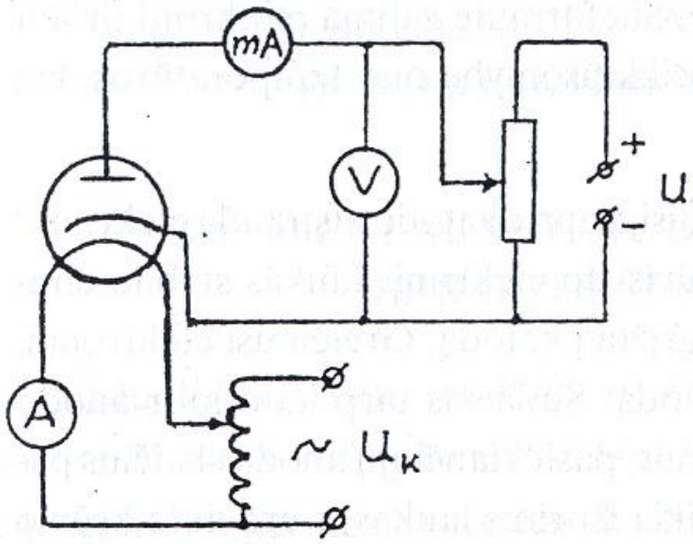
Vykstant termolelektroninei emisijai, prie katodo atsiranda elektronų debesėlis – neigiamas erdvinis krūvis. Jo elektrinis laukas stabdo emituotus elektronus. Dėl to dalis jų grįžta į katodą. Greičiausi elektronai, judėdami iš inercijos, pasiekia anodą. Sudarius tarp katodo ir anodo elektrinį lauką, greitinantį elektronus, pasiekiančiųjų anodą skaičius padidės. Tokiu atveju elektronus veikia išorinis laukas ir erdvinio krūvio laukas. Kai išorinis laukas gana silpnas, prie katodo egzistuoja tam tikro storio l sritis, kurioje atstojamasis laukas stabdo elektronus. Šį atvejį atitinkantį potencialo pasiskirstymą vaizduoja 26 pav. kreivė 1. Kai išorinis elektrinis laukas visoje tarpelektrodinėje erdvėje stipresnis negu erdvinio krūvio laukas, visi emituoti elektronai pasiekia anodą. Tokiu atveju anodinė srovė nuo įtampos beveik nepriklauso ir vadinama soties srove. Potencialo pasiskirstymą, atitinkantį šį atvejį, vaizduoja 26 pav. kreivė 2.



26 pav. **Potencialo pasiskirstymas tarp katodo ir anodo tekant srovei**

Tyrimo metodas. Vakuuminio diodo voltamperinių charakteristikų tyrimų schema vaizduojama 27 pav. Anodinės srovės grandinę sudaro srovės šaltinis, įtampos daliklis, voltmetras ir miliampermetras, o kaitinimo srovės grandinę – srovės šaltinis, autotransformatorius ir ampermetras.

Tyrimams rekomenduojami vakuuminiai diodai, kurių elektrodai yra bendraašių cilindrų formos, o išorinio cilindro – anodo spindulys daug didesnis už vidinio (katodo) spindulį. Tokia konstrukcija turi privalumų lyginant eksperimentinių tyrimų rezultatus su teoriniais skaičiavimais.



27 pav. **Vakuuminio diodo voltamperinių charakteristikų matavimo schema**

Eksperimentas. Išmatuojame diodo voltmaperines charakteristikas, pasirinkę dvi kaitinimo srovės stiprio veertes. Kadangi pradinę voltamperinės charakteristikos dalį aprašo trijų antrųjų laipsnio funkcija, ją tiriame keisdami įtampą mažesniais intervalais, negu tirdami didesnių įtampų sritį. Pasirinkę anodinę įtampą, išmatuojame soties srovės priklausomybę nuo kaitinimo srovės stiprio.

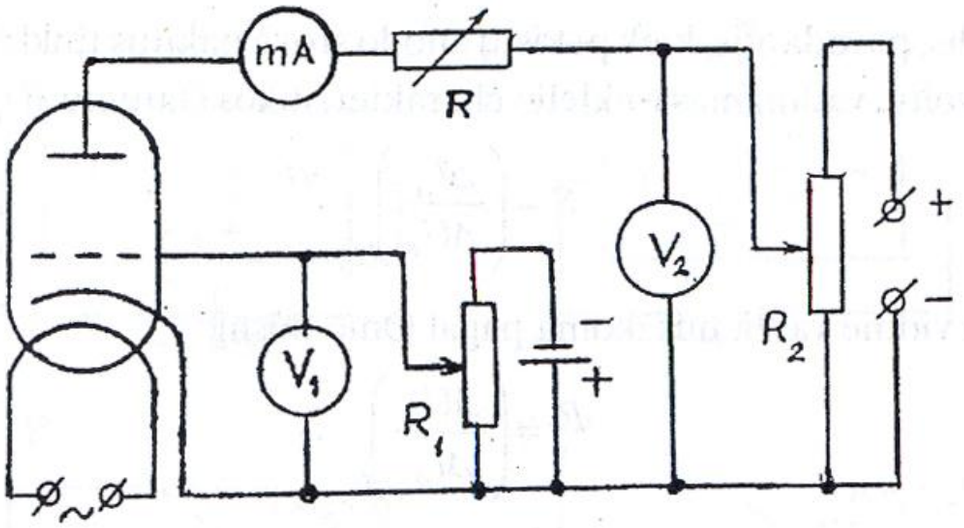
Analizuodami voltamperinės charakteristikos pradinę dalį, ordinačių ašyje atidedame anodinės srovės stiprio I, o abscisių – anodinės įtampos, pakeltos trijų antrųjų laipsniu ($U^{3/2}$), reikšmes. Galiojant $I=KU^{3/2}$ priklausomybei, gautas grafikas bus tiesė.

4.2. VAKUUMINIO TRIODO TYRIMAS

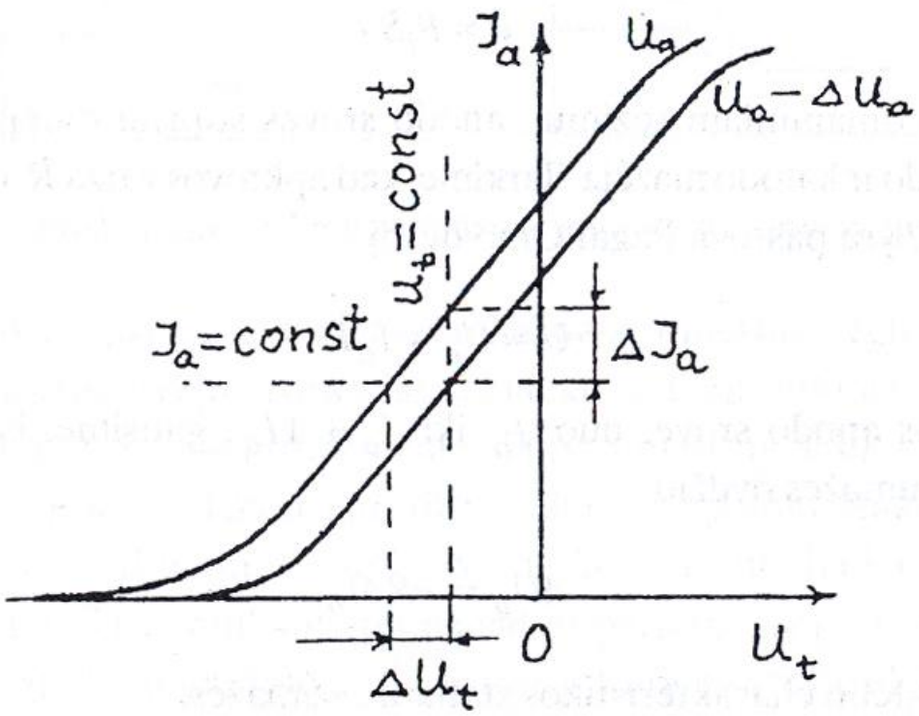
Užduotis. 1. Ištirti anodinės srovės priklausomybes nuo tinklelio įtampos, esant įvairioms anodinės įtampos vertėms, kai režimas statinis ir dinaminis. 2. Apskaičiuoti triodo stiprinimo koeficientą, vidinę varžą ir tinklelio charakteristikos statumą.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Elektrinio lauko pasiskirstymas vakuuminiame triode. 2. Triodo charakteristikos ir elektriniai parametrai. 3. Triodo naudojimas elektriniams signalams stiprinti.

Tyrimo metodas. Triodo charakteristikų matavimo aparatūros schema vaizduojama 28 pav. Ją sudaro katodo kaitinimo, tinklelio ir anodo grandinės. Tinklelio įtampa reguliuojama jos dalikliu R_1. Anodo grandinės įtampa reguliuojama dalikliu R_2 ir matuojama voltmetru V_2. Išmatuojame tinklelio charakteristikas $I_a = f(U_1)$, keisdami anodo grandinės įtampą 5–10 V intervalais, kol ji viršija leistiną reikšmę. Parinkę varžą R, bent 10% sumažinančią anodo srovę, išmatuojame tinklelio ir anodo voltamperines charakteristikas dinaminiu režimu.



28 pav. **Vakuuminio triodo charakteristikų matavimo schema**



29 pav. **Vakuuminio triodo tinklelinės charakteristikos**

Matavimo rezultatų apdorojimo metodika. Triodo parametrus randame iš tinklelio charakteristikų (29 pav.). Pasirinkę tašką tiesinėje charakteristikos dalyje, nubrėžiame tieses $I_a = const$ ir $U_t = const$, randame atitinkamus tinklelio įtampos $(\Delta U_t)_{I_a}$ bei anodo srovės $(\Delta I_a)_{U_t}$ pokyčius. Triodo stiprinimo koeficientas parodo, kiek reikėtų pakeisti anodinę įtampą, kad pakitus tinklelio įtampai vienu voltu anodo srovė išliktų nepakitusi.

$$\mu = \left(\frac{\Delta U_a}{\Delta U_t} \right)_{I_a} . \qquad (4.2)$$

Dydis, parodantis, kiek pakistų anodo srovė pakitus tinklelio įtampai vienu voltu, vadinamas tinklelio charakteristikos statumu $(U_a = const)$:

$$S = \left(\frac{\Delta I_a}{\Delta U_t} \right)_{U_a} . \tag{4.3}$$

Triodo vidinė varža nusakoma pagal Omo dėsnį:

$$R_i = \left(\frac{\Delta U_a}{\Delta I_a} \right)_{U_t} . \tag{4.4}$$

Nesunku įsitikinti, kad

$$\mu = R_i S . \tag{4.5}$$

Esant dinaminiam režimui, anodo srovės stipriui didėjant, įtampa tarp anodo ir katodo mažėja. Tarkime, kad apkrovos varža R, o maitinimo įtampa U yra pastovi. Pagal Omo dėsnį,

$$U = U_a + I_a R . \tag{4.6}$$

Padidėjus anodo srovei nuo I_a iki $I_a + \Delta I_a$, gausime, kad anodinė įtampa sumažės dydžiu

$$\Delta U_a = -R \Delta I_a . \tag{4.7}$$

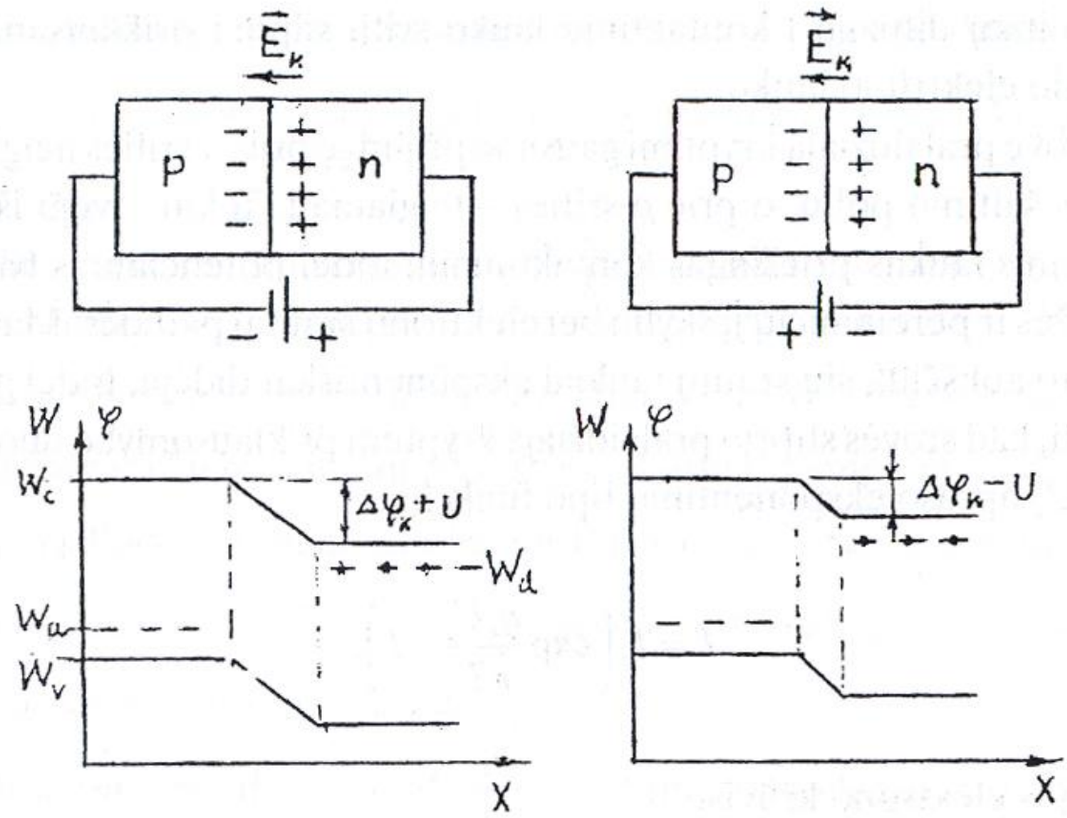
Taigi tinklelio charakteristikos statumas sumažės.

4.3. PUSLAIDININKINIO DIODO VOLTAMPERINĖS CHARAKTERISTIKOS TYRIMAS

Užduotis. 1. Išmatuoti puslaidininkinio diodo voltamperinę charakteristiką voltmetro–ampermetro ir oscilografo metodais. 2. Ištirti atgalinės srovės priklausomybę nuo temperatūros.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Elektroninis ir skylinis puslaidininkių laidumas. 2. Elektrinio lauko ir potencialo pasiskirstymas *p-n* sandūroje ir jos energijos juostų schema.

Puslaidininkinis diodas – elektroninio (*n*) ir skylinio (*p*) laidumo tipų puslaidininkių sandūra (*p-n* sandūra). Kadangi elektroninio laidumo



30 pav. **Puslaidininkinė *p-n* sandūra ir jos potencialinis barjeras**

puslaidininkio laisvųjų elektronų tankis daug didesnis negu skylių, o skylinio laidumo atveju atvirkščiai, tai elektronai difunduoja į *p* sritį, o skylės – į *n*. Difundavę krūvininkai sukuria sandūroje elektrinį lauką, stabdantį šį procesą. Esant tam tikram šio kontaktinio lauko stipriui $(\vec{E}_K)$, nusistovi dinaminė pusiausvyra. Kontaktinis laukas sukuria pagrindiniams krūvininkams potencialinį barjerą $\Delta\varphi_K$, ribojantį jų perėjimą į kito laidumo tipo sritį (30 pav.). Barjero srityje elektronų ir skylių tankiai daug mažesni negu už jos ribų. Dėl to šios srities elektrinis laidumas mažas ir artimas savajam.

Prijunkime prie *n* srities teigiamąjį srovės šaltinio polių, o prie *p* srities – neigiamąjį. Toks prijungimas vadinamas užtvariniu, nes laukas sustiprės ir potencialinis barjeras padidės. Tai padidins sumažinto pagrindinių krūvininkų tankio kontaktinės srities storį. Užtvarinės srovės stiprį lemia šalutiniai krūvininkai: *p* srities elektronai ir *n* srities skylės. Jų tankiai nepalyginti mažesni už pagrindinių krūvininkų tankius, todėl srovės užtvarine kryptimi stipris daug mažesnis negu pralaidžiąja. Jo priklausomybė nuo įtampos pasireiškia tik pradinėje voltamperinės charakteristikos dalyje. Įtampai toliau didėjant, srovės stipris kinta silpnai artėdamas prie įsotinimo vertės I_S. Šiuo atveju srovės tankį bei stiprį lemia šalutinių

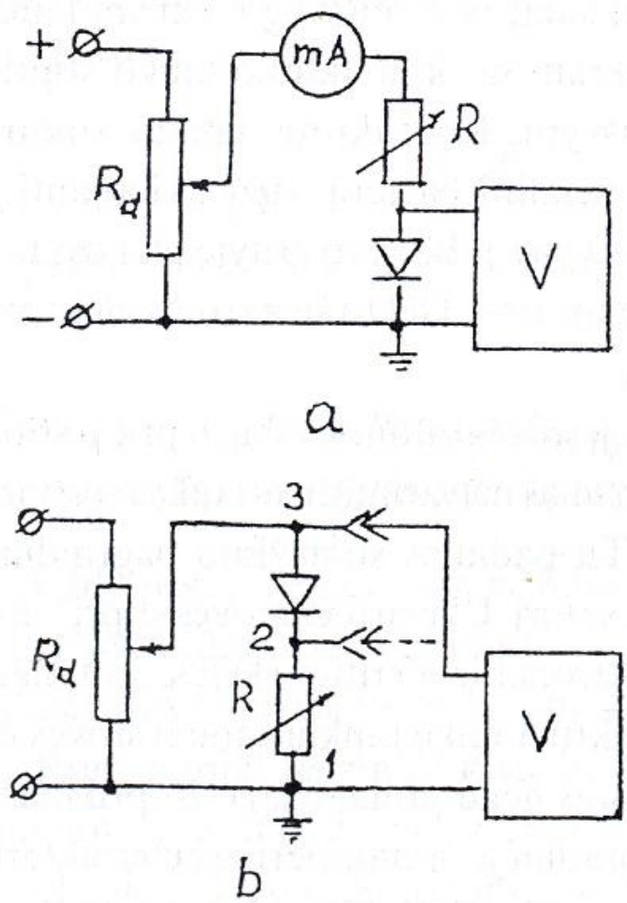
krūvininkų difuzija į kontaktinio lauko sritį, silpnai priklausanti nuo išorinio elektrinio lauko.

Srovę pralaidžiaja kryptimi gausime prijungę prie n srities neigiamąjį srovės šaltinio polių, o prie p srities – teigiamąjį. Tokiu atveju išorinis elektrinis laukas priešingas kontaktiniam, todėl potencialinis barjeras sumažės ir pereinančių jį skylių bei elektronų srautai padidės. Mažėjant barjero aukščiui, šių srautų tankiai eksponentiškai didėja, todėl galima įrodyti, kad srovės stiprio pralaidžiaja kryptimi priklausomybę nuo įtampos (U) aprašo eksponentinio tipo funkcija:

$$I = I_s\left(\exp\frac{q_e U}{kT} - 1\right); \qquad (4.8)$$

čia q_e – elektrono krūvis.

Matavimų metodai. Voltmaperinės charakteristikos matavimo pralaidžiaja kryptimi schema vaizduojama 31 pav., a. Matavimo grandinę sudaro įtampos daliklis R_d, miliampermetras (mikroampermetras), kintamo dydžio varža R, voltmetras V ir tiriamas diodas. Diodo įtampa keičiama jos dalikliu R_d ir kintamąja varža R. Atliekant matavimus, būtina žinoti leistino srovės stiprio vertę.



31 pav. **Diodo voltamperinės charakteristikos matavimo schemos**

Srovės stiprio užtvarine kryptimi priklausomybė nuo įtampos matuojama pagal 30 pav., b, vaizduojamą schemą. Srovės stiprį rasime išmatavę įtampą U_R varžoje R: $I = \frac{U_R}{R}$. Varža R parenkama daug ma-

žesnė už diodo sandūros užtvarine kryptimi varžą. Įtampą diodo gnybtuose U_{23} rasime išmatavę daliklio išėjimo įtampą U_{13}, nes tokiu atveju $U_{12} << U_{23}$.

Atlikę voltamperinių charakteristikų matavimus, tiriame soties srovės stiprio priklausomybę nuo temperatūros 20–80°C intervale.

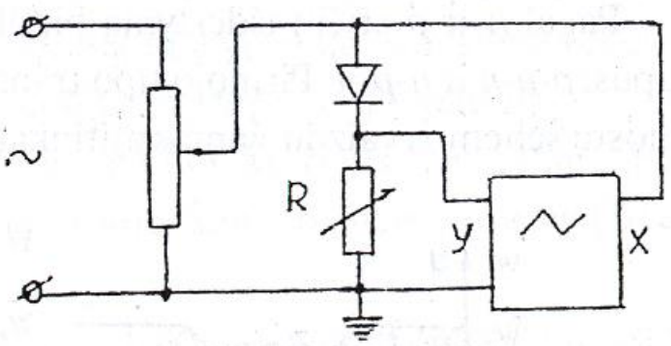
Voltamperinės charakteristikos matavimo oscilografu schema vaizduojama 32 pav. Kintamosios srovės šaltinio įtampa per daliklį R_d tiekiama į diodo ir kintamosios varžos R grandinę. Ji registruojama osciliografo ekrano x ašyje. Į oscilografo y įėjimą siunčiama įtampa U_y, proporcinga srovės stipriui $I = \frac{U_y}{R}$.

Matavimo rezultatų analizė. Voltamperines charakteristikas ir užtvarinės srovės priklausomybę nuo temperatūros pavaizduojame grafiškai. Patikriname, ar voltamperinė charakteristika pralaidžiąja kryptimi atitinka (4.8) formulę. Pertvarkę ją ir išlogaritmavę, gausime

$$\lg\left(\frac{I}{I_s}+1\right) = bU; \qquad (4.9)$$

čia $b = \frac{q_e}{kT}\lg e$.

Jeigu išmatuota charakteristika atitinka šią priklausomybę, tai, atidėję ordinačių ašyje $\lg\left(\frac{I}{I_s}+1\right)$ vertes, o abscisių U, gausime tiesę. Suradę šios tiesės krypties koeficientą b, apskaičiuosime elektrono krūvį.



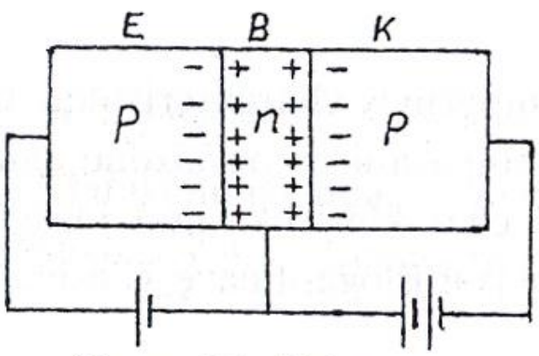
32 pav. **Diodo voltamperinės charakteristikos matavimo oscilografu schema**

4.4. BIPOLINIO TRANZISTORIAUS TYRIMAS

Užduotis. 1. Išmatuoti bazės–emiterio ir bazės–kolektoriaus sandūrų volamperines charakteristikas. 2. Išmatuoti kolektoriaus srovės priklausomybes nuo bazės–kolektoriaus įtampos, esant įvairioms emiterio srovės vertėms. 3. Apskaičiuoti stiprinimo koeficientą.

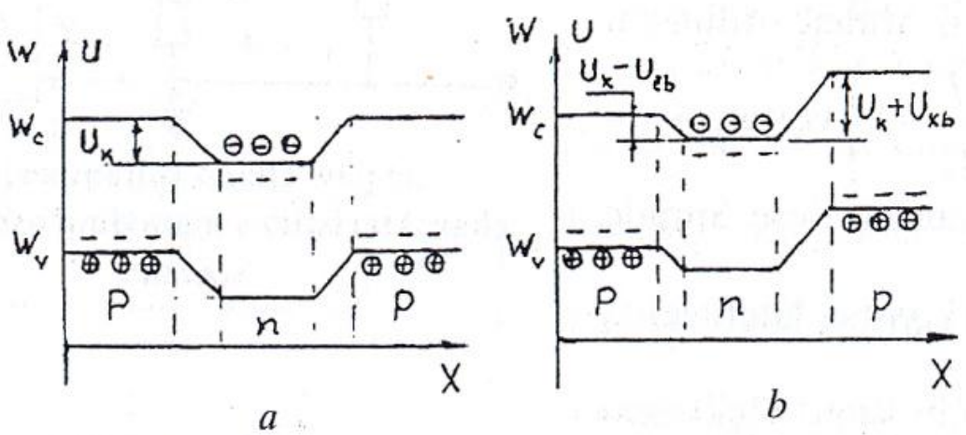
Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Donorinės ir akceptorinės priemaišos puslaidininkiuose. 2. Tranzistoriaus struktūra ir veikimo principas. 3. Tranzistoriaus naudojimas elektriniams signalams stiprinti.

Bipolinis tranzistorius. Bipolinis tranzistorius – elektrinių signalų keitiklis, sudarytas iš dviejų arba daugiau elektroninių skylinių sandūrų. Žodis „tranzistorius“ kilęs iš anglų kalbos žodžio *transfer*, reiškiančio perduoti, perkelti. Bipolinio tranzistoriaus veikimas pagrįstas krūvininkų injekcijos per *p-n* sandūrą reiškiniu. Žodis „bipolinis“ reiškia, kad tokio tranzistoriaus veikimas susijęs su abiejų ženklų krūvininkų pernaša. Monopoliniais vadinami lauko tranzistoriai. Jų veikimo esmę sudaro vieno ženklo krūvininkų tankio ir dreifo valdymas elektriniu lauku.



33 pav. **Bipolinio *p-n-p* tranzistoriaus struktūra ir jungimo schema**

Pagal *n* ir *p* sričių išdėstymą bipoliniai tranzistoriai skirstomi į du tipus: *p-n-n* ir *n-p-n*. Pirmojo tipo tranzistoriaus struktūrinė ir energijos juostų schemos vaizduojamos atitinkamai 33 ir 34 pav. Jis turi tris sritis:



34 pav. **Tranzistoriaus energinių juostų diagramos:** *a* – maitinimo įtampos išjungtos, *b* – įjungtos

skylinio laidumo emiterį (E), elektroninio laidumo bazę (B) ir skylinio laidumo kolektorių (K). Sandūra tarp emiterio ir bazės vadinama emiterio sandūra, o tarp bazės ir kolektoriaus – kolektoriaus sandūra.

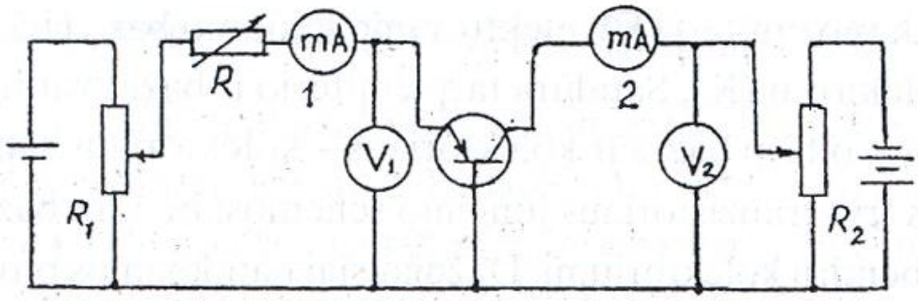
Galimos trys tranzistoriaus jungimo schemos: bendra baze, bendru emiteriu ir bendru kolektoriumi. Dažniausiai naudojamos pirmosios dvi jungimo schemos. Jungimo bendra baze schema vaizduojama 31 pav. Visose schemose, skirtose signalams stiprinti, jungiama pralaidžiąja kryptimi, o kolektoriaus – užtvarine.

Laidumo (E_C) ir valentinės (E_V) energijos juostų diagramos, kai maitinimo šaltiniai neprijungti ir kai prijungti, vaizduojamos 34 pav. Sandūrų kontaktiniai laukai trukdo elektronams pereiti iš *n* srities į *p*, todėl jų potencinė enrgija statmena sandūrai kryptimi priklauso nuo koordinatės. Dėl to ji *p* srityje yra didesnė negu *n* srityje dydžiu $q_e U_k$; čia U_k – sandūros potencialinis barjeras (potencialų skirtumas).

Panagrinėkime, kaip pasikeis energiniai barjerai prijungus maitinimo šaltinius. Tarkime, emiterio sandūroje sudaryta išorinė įtampa U_{eb} pralaidžiąja kryptimi, o kolektoriaus – U_{kb} užtvarine kryptimi. Tokiu atveju emiterio sandūros energinis barjeras sumažės dydžiu $q_e U_{eb}$, o kolektoriaus padidės dydžiu $q_e U_{kb}$. Atitinkamai emiterio sandūros nuskurdintos srities storis sumažės, o kolektoriaus sandūros – padidės.

Sumažėjus emiterio sandūros energiniam barjerui, padidės pagrindinių krūvininkų (skylių) injekcija į bazę. Kadangi bazės storis labai mažas, paprastai sudaro 10–25 μm, o didelių dažnių tranzistorių tik 1–2 μm, tai didelė injektuotų krūvininkų (skylių) dalis nespėja rekombinuoti ir pasiekia kolektoriaus sandūros sritį. Čia jie patenka į greitinantį kontaktinį lauką ir pernešamos į kolektoriaus sritį. Analogiški procesai vyksta ir *n-p-n* tipo tranzistoriuje. Šiuo atveju iš emiterio į bazę injektuojami elektronai.

Atsižvelgiant į maitinimo įtampų poliškumą, galimi keturi tranzistoriaus darbo režimai: stiprinimo (aktyvusis), rakto, įsotinimo ir inversinis. Stiprinimo režimą jau išnagrinėjome. Rakto režimu abi sandūros įjungiamos užtvarine kryptimi, o įsotinimo režimu – pralaidžiąja. Šie režimai naudojami perjungimo schemose. Inversinio režimo atveju kolektorius atlieka emiterio funkciją, o emiteris – kolektoriaus.



35 pav. **Tranzistoriaus tyrimo schema**

Eksperimento metodas. Matavimų aparatūros schema vaizduojama 35 pav. Nagrinėjamas tranzistoriaus jungimo bendra baze atvejis. Įtampa tarp emiterio ir bazės (U_{eb}) reguliuojama jos dalikliu R_1 ir kintamąja varža R, o matuojama voltmetru V_1 . Emiterio ir kolektoriaus srovių stipriai matuojami miliampermetrais 1 ir 2. Įtampa tarp kolektoriaus ir bazės (U_{kb}) reguliuojama jos dalikliu R_2 ir matuojama voltmetru V_2.

Eksperimentas. Išmatuojame sandūros emiteris–bazė voltamperinę charakteristiką, kai kolektorius atjungtas nuo įtampos šaltinio ($I_k = 0$). Po to matuojame sandūros kolektorius–bazė voltamperinę charakteristiką, kai atjungtas emiteris ($I_e = 0$).

Ištiriame kolektoriaus srovės priklausomybes nuo sandūros kolektorius–bazė įtampos (U_{kb}), esant įvairioms emiterio srovės stiprio vertėms. Pavaizdavę gautus rezultatus grafiškai, apskaičiuojame srovės perdavimo koeficientą

$$\alpha = \frac{\Delta I_k}{\Delta I_e}, \qquad (4.10)$$

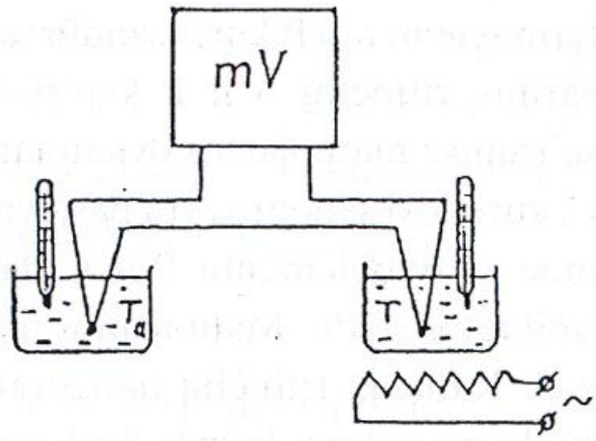
esant įvairioms kolektoriaus įtampos U_{kb} vertėms. Šio koeficiento vertė parodo, kokį kolektoriaus srovės pokytį sukelia vienetinis emiterio srovės pokytis.

4.5. TERMOELEKTRINIO IR PELTJĖ EFEKTŲ TYRIMAS

Užduotis. 1. Ištirti termoelektrovaros priklausomybę nuo temperatūros. 2. Ištirti Peltjė šilumos priklausomybę nuo srovės tekėjimo trukmės ir apskaičiuoti Peltjė koeficientą.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Kontaktinio potencialų skirtumo fizikinės priežastys. 2. Termoelektrinis efektas. 3. Peltjė efektas.

Tyrimo metodai. Termoporos termoelektrovara matuojama didelės varžos milivoltmetru. Matavimo schema vaizduojama 36 pav. Viena termoporos sandūra laikoma pastovioje temperatūroje T_a, o kita inde, kurio kintanti temperatūra matuojama tiksliu termometru. Ištiriame termoelektrovaros U priklausomybę nuo temperatūrų skirtumo $T - T_a$. Priklausomybę $U(T)$ išmatuosime tiksliau, kai temperatūra termoelektrovaros matavimo momentu kis nedaug. Tai pasiekiama atitinkamai reguliuojant kaitinimo srovę.



36 pav. **Termoelektrinio efekto tyrimo schema**

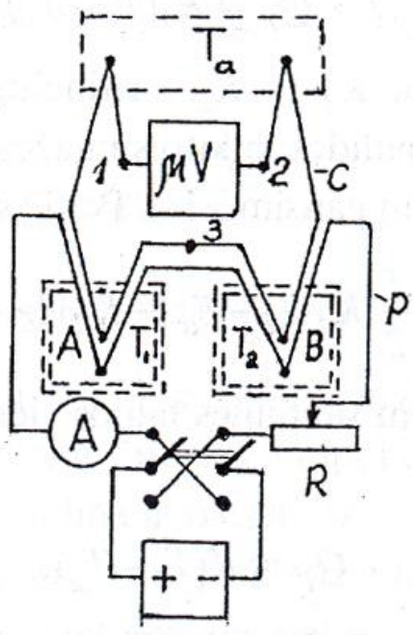
Jeigu termoelektrovaros priklausomybė nuo temperatūros tiesinė, tai termoelektrinis koeficientas

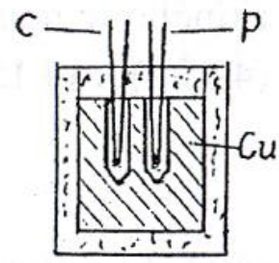
$$a = \frac{U}{T - T_a}. \qquad (4.11)$$

Kai $U(T)$ netiesinė funkcija, tai termoelektrinis koeficientas priklauso nuo temperatūros, $a = a(T)$. Tokiu atveju bet kokią temperatūrą T atitinka diferencialinis termoelektrinis koeficientas

$$a_d = \frac{dU}{dT}. \qquad (4.12)$$

Peltjė efekto tyrimo metodas pagrįstas kalorimetriniu matavimu šilumos, išsiskyrusios ir absorbuotos termoporos sandūrose. Tyrimo aparatūra vaizduojama 37 pav.





37 pav. **Peltjė efekto tyrimo schema**

Peltjė efektą gauname leisdami srovę

termoelementu P, kurio sandūros įstatytos į termiškai izoliuotų vienodų varinių ritinėlių A ir B kiaurymes. Jų temperatūros T_1 ir T_2 bei jų skirtumas matuojamas dviem tarpusavyje sujungtais termoelementais C, kurių dvi sandūros yra pastovios temperatūros T_a termoizoliuotame inde. Termoelementų P ir C dalys, esančios ritinėliuose, elektriškai izoliuotos stiklu. Matuojamos termoelektrinės įtampos tarp taškų 1, 2 ir 3. Kadangi ritinėlių temperatūrų skirtumai maži, tai pakankamu tikslumu galima laikyti, kad termoelektrinės įtampos proporcingos termoporų sandūrų temperatūrų skirtumui. Įtampa tarp taškų 1 ir 2

$$U_{12} = a(T_1 - T_2), \tag{4.13}$$

o tarp taškų 1 ir 3 bei 2 ir 3 –

$$\begin{aligned} U_{13} &= a(T_1 - T_a), \\ U_{23} &= a(T_2 - T_a). \end{aligned} \tag{4.14}$$

Ištiriame temperatūrų skirtumo $T_1 - T_2$ priklausomybę nuo srovės tekėjimo termopora P trukmės t. Jeigu sandūroje, esančioje ritinėlyje A, išsiskyrė Peltjė šilumos kiekis Q_P, tai toks pat šilumos kiekis bus absorbuotas sandūroje B. Kai šilumos nuotėkio į aplinką galima nepaisyti, atsižvelgę į energijos tvermės dėsnį, užrašysime:

$$Q + Q_P = K_1(T_1 - T_a), \tag{4.15 a}$$

$$Q + Q_P = K_2(T_2 - T_a); \tag{4.15 b}$$

čia Q – Džaulio šiluma, K_1 ir K_2 – ritinėlių šiluminės talpos. Vieno ritinėlio temperatūra padidės, o kito sumažės arba mažiau padidės. Iš (4.15 a) ir (4.15 b) lygčių gausime, kas Peltjė šiluma

$$Q_P = \frac{1}{2}(K_1(T_1 - T_a) - K_2(T_2 - T_a)). \tag{4.16}$$

Vienodų varinių ritinėlių šiluminės talpos vienodos, t. y. $K_1 = K_2 = K$, todėl užrašysime

$$Q_P = K(T_1 - T_2). \tag{4.17}$$

Pažymėję $U_{12} = U_P$ ir įrašę čia $(T_1 - T_2)$ išraišką iš (4.13), gausime

$$Q_P = \frac{K U_P}{a}. \tag{4.18}$$

Peltjė dėsnis teigia, kad išsiskyręs arba sugertas sandūroje šilumos kiekis proporcingas pratekėjusiam ja elektros krūviui.

$$Q_P = \Pi I t; \tag{4.19}$$

čia Π – Peltjė koeficientas, I – srovės stipris. Taigi matome, kad

$$\Pi = \frac{K U_P}{aIt}. \tag{4.20}$$

Kai šilumos nuotėkio į aplinką galima nepaisyti, įtampa U_P tiesiškai priklauso nuo laiko ($U_P \sim t$). Jeigu per laiką $t_2 - t_1$ termoelektrinė įtampa $U_P = U_{12}$ pakito nuo U_{P1} iki U_{P2}, tai pagal (4.20)

$$\Pi = \frac{K\left(U_{P2} - U_{P1}\right)}{aI\left(t_2 - t_1\right)}. \tag{4.21}$$

Elektrono įgyta arba atiduota energija, pereinant sandūros potencialinį barjerą,

$$U_b q_e = \frac{Q_P}{N}; \tag{4.22}$$

čia U_b – kontaktinis potencialų skirtumas, q_e – elektrono krūvis, N – elektronų, perėjusių sandūrą, skaičius.

Kadangi $N = \frac{It}{q_e}$, tai

$$U_b = \frac{Q_P}{N}. \tag{4.23}$$

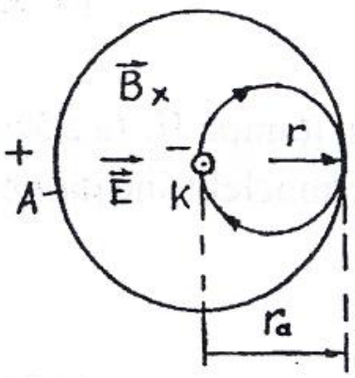
Iš (4.23) ir (4.20) lygčių gausime, kad $U_b = \Pi$.

Eksperimentas. Išmatavę U_P priklausomybę nuo laiko, pavaizduojame ją grafiškai. Didėjant ritinėlio temperatūrai, didėja ir šilumos nuotėkis į aplinką. Kai jo galima nepaisyti, U_P tiesiškai priklauso nuo t. Įrašę į (4.21) formulę tiesinę šios priklausomybės dalį atitinkančius duomenis, apskaičiuojame Peltjė koeficientą.

4.6. ELEKTRONO KRŪVIO IR MASĖS SANTYKIO RADIMAS MAGNETRONO METODU

Užduotis. Ištirti anodinės srovės stiprio priklausomybę nuo magnetinio lauko indukcijos ir rasti elektrono krūvio ir masės santykį.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Termoelektroninė emisija. 2. Lorenco jėga. 3. Elektrono judėjimas vienalyčiame magnetiniame lauke.



38 pav. **Magnetroninio efekto modelis**

Magnetroninis efektas. Panagrinėkime elektrono judėjimą tarpusavyje statmenuose elektriniame ir magnetiniame laukuose. Tarkime, elektrinis laukas sudarytas tarp koaksialių cilindro formos elektrodų (38 pav.). Katodo (K) skersmuo daug mažesnis už anodo (A) skersmenį r_a. Magnetinis laukas nukreiptas statmenai brėžinio plokštumai žemyn.

Kadangi magnetinė jėga $F_m = q_e vB$ visada statmena elektrono judėjimo greičiui, tai šiuo atveju jis juda apskritimine trajektorija. Pagal antrąjį Niutono dėsnį,

$$q_e vB = \frac{mv^2}{r}; \qquad (4.24)$$

čia r – trajektorijos kreivumo spindulys, o m – elektrono masė.

Katodo emituotų elektronų pradinio šiluminio greičio galima nepaisyti, todėl jų greitis randamas pagal energijos tvermės dėsnį:

$$\frac{mv^2}{2} = q_e U_a; \qquad (4.25)$$

čia U_a – anodinė įtampa. Esant tam tikrai magnetinio lauko indukcijos vertei $B = B_K$, elektronai, maksimaliai priartėję prie anodo, juda lygiagrečiai su jo sienele ir grįžta. Tokiu atveju anodinė srovė staigiai sumažėja, o trajektorijos kreivumo spindulys lygus pusei anodo kreivumo spindulio:

$$r = \frac{1}{2} r_a. \qquad (4.26)$$

Iš (4.24), (4.25) ir (4.26) lygčių gausime:

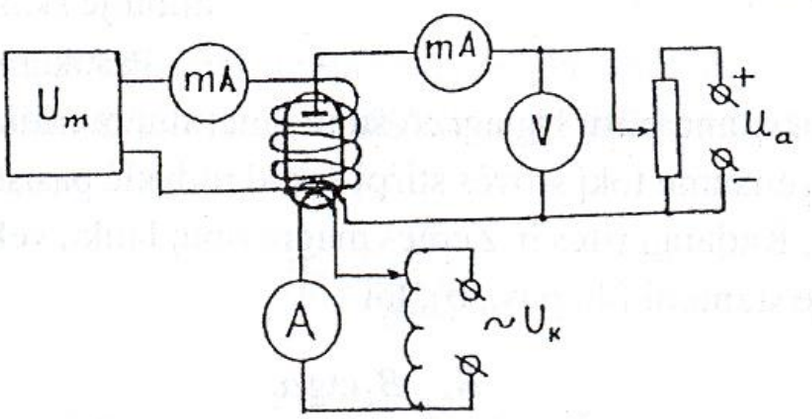
$$B_K = \frac{1}{r_a}\sqrt{\frac{8mU_a}{q_e}}. \qquad (4.27)$$

Iš čia elektrono krūvio ir masės santykis

$$\frac{q_e}{m} = \frac{8U_a}{r_a^2 B_K^2}. \qquad (4.28)$$

Tyrimo metodas. Tyrimo objektas – cilindros formos anodą turintis vakuuminis diodas, esantis solenoido magnetiniame lauke. Matavimo schema vaizduojama 39 pav. Solenoido grandinę sudaro keičiamos išėjimo įtampos nuolatinės srovės šaltinis U_m ir miliampermetras, o anodinės srovės – nuolatinės srovės šaltinis U_a, įtampos daliklis, voltmetras ir daugiaribis miliampermetras. Katodo kaitinimo grandinę sudaro kintamosios srovės šaltinis, autotransformatorius ir ampermetras.

Pasirenkame tokią kaitinimo srovę ir anodinę įtampą, kad miliampermetro rodyklė nukryptų beveik per visą skalę. Išmatuojame anodinės srovės priklausomybę nuo solenoido srovės stiprio. Solenoido magnetinio lauko indukcijos vertes randame iš jo gradavimo kreivės. Bandymą pakartojame pakeitę kaitinimo srovę ir anodinę įtampą.



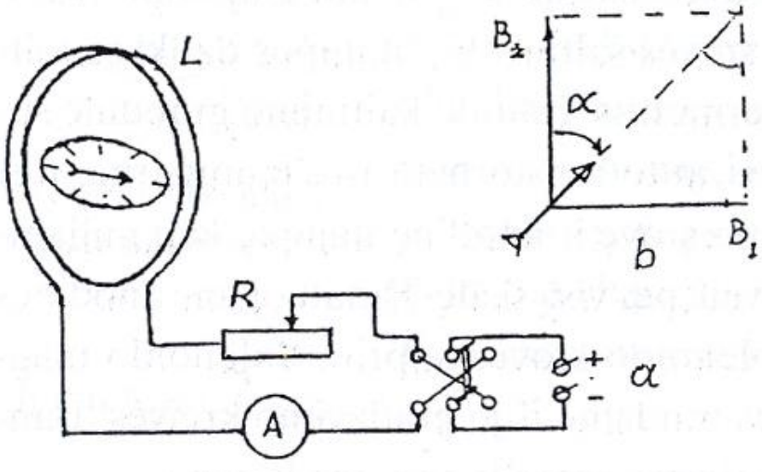
39 pav. **Matavimo schema**

5. MAGNETINIS LAUKAS

5.1. SOLENOIDO IR ŽEMĖS MAGNETINIŲ LAUKŲ MATAVIMAS

Užduotis. 1. Išmatuoti Žemės magnetinio lauko horizontaliąją dedamąją. 2. Ištirti magnetinio lauko pasiskirstymą išilgai ritės ašies.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Krūvių magnetinė sąveika. 2. Magnetinės indukcijos vektorius. 3. Bio ir Savaro dėsnis. 4. Ritės magnetinis laukas. 5. Žemės magnetinis laukas



40 pav. **Žemės magnetinio lauko horizontaliosios komponentės matavimo schema**

Tyrimo metodas. Žemės magnetinio lauko horizontalioji komponentė matuojama tangentiniu galvanometru (40 pav.) Jį sudaro žiedo pavidalo ritė L, kurios centre yra magnetinė rodyklė, galinti suktis apie vertikalią ašį, esančią vijų plokštumoje. Jos posūkio kampas α atskaitomas laipsniais graduotoje skalėje.

Pasukame ritę taip, kad jos vijų plokštuma būtų lygiagreti su magnetiniu meridianu. Keisdami varžą R parenkame tokį srovės stirpį I, kad rodyklė pasisuktų kampu α, artimu 45°. Kadangi ritės ir Žemės magnetinių laukų vektoriai B_I ir $B_ž$ tarpusavyje stameni (40 pav., b), tai

$$B_ž = B_I \operatorname{ctg}\alpha. \tag{5.1}$$

Ritės magnetinio lauko indukcija

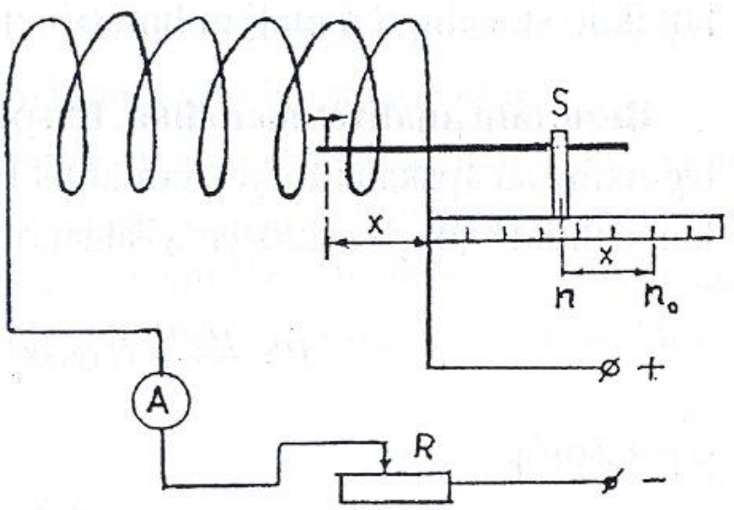
$$B_I = \frac{\mu_0 NI}{2r}; \tag{5.2}$$

čia r – ritės spindulys, o N – jos vijų skaičius. Taigi

$$B_{\check{z}} = \frac{\mu_0 NI}{2r}\operatorname{ctg}\alpha . \qquad (5.3)$$

Rezultatas bus tikslesnis, jeigu išmatuosime nuokrypio kampus α_1 ir α_2, atitinkančius priešingas srovės ritėje kryptis. Tokiu atveju $\alpha = \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)$.

Magnetinio lauko pasiskirstymą ritėje matuojame magneto svyravimų metodu. Ritės viduje svyruoja magnetinė rodyklė (41 pav.). Srovės stiprį ritėje ir jos kryptį galima keisti. Ritės ašį orientuojame lygiagrečiai su magnetiniu meridianu. Magnetinė rodyklė yra sukamoji fizinė svyruoklė. Jeigu ji svyruoja veikiama Žemės magnetinio lauko, kurio horizontalioji dedamoji $B_{\check{z}}$, tai jos svyravimo maža amplitude periodas



41 pav. **Ritės magnetinio lauko matavimo schema**

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I}{p_m B_{\check{z}}}}; \qquad (5.4)$$

čia I – rodyklės inercijos momentas, o p_m – jos magnetinis momentas. Svyravimo periodo kvadratas atvirkščiai proporcingas magnetinės indukcijos vektoriui:

$$T_0^2 = \frac{A}{B_{\check{z}}}; \qquad (5.5)$$

čia $A = 4\pi^2 \frac{I}{p_m}$. Ritės magnetinis laukas turi $\vec{B}_{\check{z}}$ kryptį, todėl svyravimo periodas

$$T^2 = \frac{A}{B + B_{\check{z}}}. \qquad (5.6)$$

Iš (5.5) ir (5.6) lygčių gausime

$$B = B_{\check{z}}\left(\frac{T_0^2}{T^2} - 1\right). \tag{5.7}$$

Pasirinkę srovės ritėje stiprį I, ištiriame magnetinio lauko indukcijos B priklausomybę nuo atstumo x iki ritės galo. Jį randame pagal rodyklės laikiklio stovelio S padėtį milimetrinėje skalėje: $x = n - n_0$.

Rezultatų analizės metodika. Eksperimentinių tyrimų rezultatus palyginame su apskaičiuotais remiantis Bio ir Savaro dėsniu. Magnetinio lauko indukcijos pasiskirstymą išilgai ritės ašies jos viduje aprašo funkcija

$$B = \frac{\mu_0 nI}{2}(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2), \tag{5.8}$$

o jos išorėje

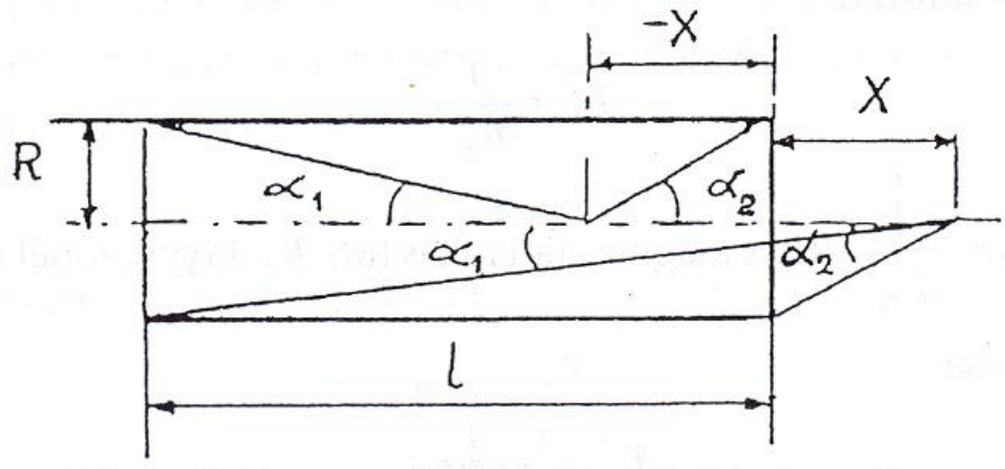
$$B = \frac{\mu_0 nI}{2}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2); \tag{5.9}$$

čia n – vijų skaičius, tenkantis ritės ilgio vienetui, o α_1 ir α_2 – ritės galų matymo iš matavimo taško kampai jos ašies atžvilgiu (42 pav.). Juos išreiškiame:

$$\alpha_1 = \operatorname{arctg}\frac{R}{l \pm x}, \tag{5.10}$$

$$\alpha_1 = \operatorname{arctg}\frac{R}{x}. \tag{5.11}$$

Ženklas „–“ atitinka koordinatę ritės viduje, o „+“ – jos išorėje.



42 pav. **Ritės magnetinio lauko apskaičiavimo schema**

5.2. FEROMAGNETIKŲ MAGNETINĖS SAVYBĖS

Užduotis. 1. Ištirti feromagnetinių medžiagų, magnetinės skvarbos ir liktinio įmagnetėjimo priklausomybes nuo išorinio magnetinio lauko. 2. Ištirti ferito magnetinės skvarbos priklausomybę nuo temperatūros, nustatyti Kiuri temperatūrą.

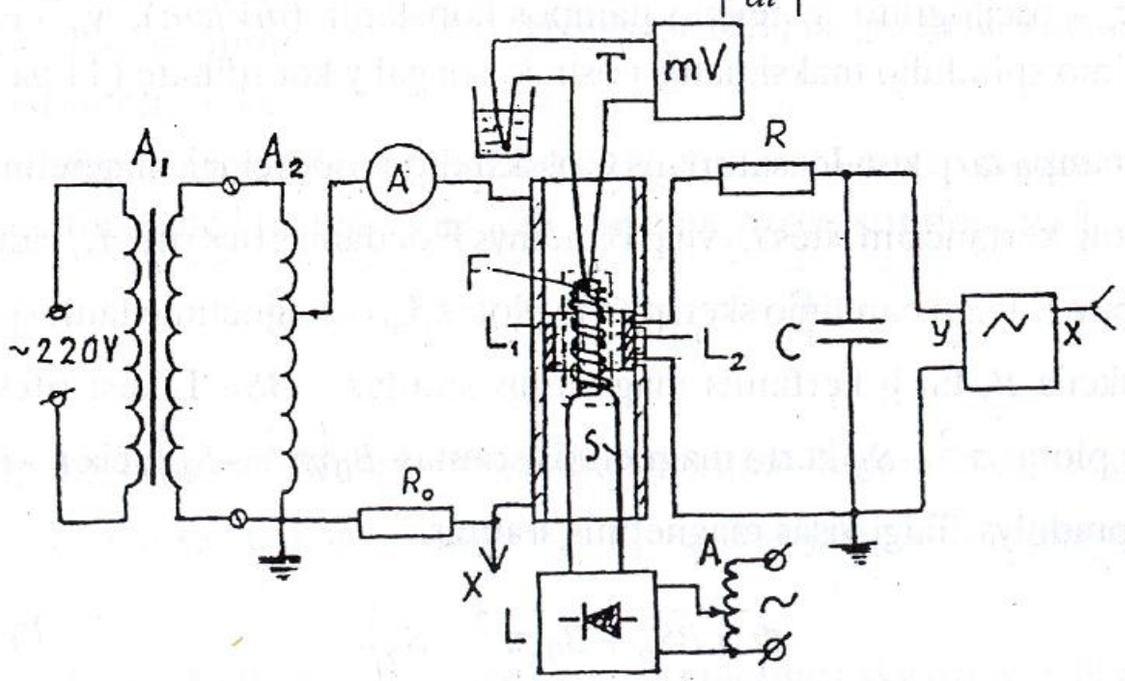
Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Feromagnetikų charakteringosios magnetinės savybės. 2. Feromagnetizmo fizikinė prigimtis. 3. Magnetiko matmenų įtaka magnetiniam laukui jo viduje.

Tyrimo metodas. Magnetinė skvarba matuojama naudojant koaksialių ričių L_1 ir L_2 grandinių transformatorinį ryšį. Principinė matavimo schema vaizduojama 43 pav. Ritę L_1 galima laikyti ilgu solenoidu. Tekant ja I_1 stiprio srovei, jos centrinėje dalyje sukuriamas magnetinis laukas, kurio indukcija

$$B_0 = \mu_0 \frac{N_1}{l} I_1; \tag{5.12}$$

čia μ_0 – magnetinė konstanta, l – ritės ilgis, o N_1 – jos vijų skaičius. Srovės stipris I_1 matuojamas ampermetru. Įtampa, siunčiama į osciliografo x įėjimą nuo varžos R_0, proporcinga magnetinei indukcijai B_0.

Ritė L_2 užvyniota ties ritės L_1 viduriu ir turi daug mažesnį vijų skaičių N_2. Joje indukuojama elektrovara $\varepsilon = N_2 \left| \frac{d\Phi}{dt} \right|$; čia Φ – magnetinis



43 pav. **Feromagnetiko tyrimo schema**

srautas, kertantis vieną viją. Ritės ominė varža labai maža ir jos galima nepaisyti. Pagal Omo dėsnį uždarajai grandinei,

$$N_2 \frac{d\Phi}{dt} = IR + U_C; \tag{5.13}$$

čia U_C – kondensatoriaus C įtampa. Kondensatoriaus krūvis praėjus t laikui nuo elektrinimo pradžios yra $q = \int_0^t I dt$, todėl

$$U_C = \frac{1}{C}\int_0^t I dt . \tag{5.14}$$

Varžą R ir talpą C parenkame taip, kad galiotų sąlyga $U_C << IR$. Tokiu atveju pagal (5.13) lygybę

$$I = \frac{N_2}{R}\frac{d\Phi}{dt}. \tag{5.15}$$

Įrašę (5.15) išraišką į (5.14), gausime

$$U_C = \frac{N_2\Phi}{RC}. \tag{5.16}$$

Šią įtampą išmatuojame osciloskopu:

$$U_C = k_y y_0; \tag{5.17}$$

čia k_y – osciloskopo y įėjimo įtampos konstanta (mV/cm), y_0 – elektroninio spindulio maksimalus poslinkis pagal y koordinatę (44 pav.).

Įtampa tarp kondensatoriaus C plokštelių proporcinga magnetiniam srautui, kertančiam ritės L_2 viją. Bandinys F dedamas ties ritės L_1 viduriu (43 pav.). Jeigu bandinio skerspjūvio plotas S_b, o magnetinio lauko jame indukcija B, tai jį kertantis magnetinis srautas – BS_b. Likusį ritės L_2 vijos plotą $\pi r^2 - S_b$ kerta magnetinis srautas $B_0\left(\pi r^2 - S_b\right)$; čia r – ritės L_2 spindulys. Taigi visas magnetinis srautas

$$\Phi = BS_b + B_0\left(\pi r^2 - S_b\right). \tag{5.18}$$

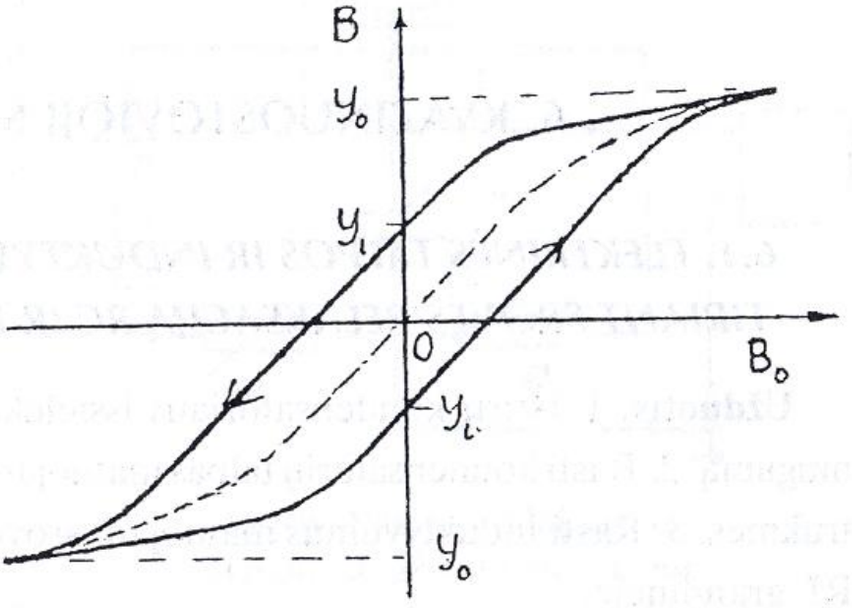
Įrašę (5.18) išraišką į (5.17) gausime, kad magnetinio lauko indukcija

$$B = \frac{1}{S_b}\left[\frac{RCk_y y_0}{N_2} - B_0\left(\pi r^2 - S_b\right)\right]. \qquad (5.19)$$

Žinodami B ir B_0 apskaičiuojame magnetinę skvarbą

$$\mu = \frac{B}{B_0}. \qquad (5.20)$$

Eksperimentas. Tiriame magnetinės skvarbos priklausomybę nuo temperatūros. Šiam tikslui naudojamos ritės L_1 ir L_2, suvyniotos ant kvarcinio vamzdelio. Tiriamasis feromagnetikas – feritinis strypelis, nejudamai įstatytas ties jų viduriu. Jis kaitinamas leidžiant srovę nichromo spirale S (43 pav.), kuri bifiliariškai užvyniota ant strypelio ir apdengta žėručiu. Temperatūrą matuojame termoelementu T. Ją keičiame pamažu didindami lygintuvo L išėjimo įtampą autotransformatoriumi A. Termoelemento įtampos U_T vertes ir kitus matavimo duomenis surašome į lentelę. Virš jos užrašome srovės stiprio I_1 vertę.



44 pav. **Feromagnetiko įmagnetėjimo histerezė**

U_T	T	y_0	B	μ

Pažymėtina, kad kintant magnetinei skvarbai kinta ritės L_1 induktyvioji varža, o kartu ir srovės stipris I_1. Jį reguliuojame autotransformatoriumi A_2.

Tiriame feromagnetinių medžiagų magnetinės skvarbos ir liktinio magnetinio lauko priklausomybes nuo išorinio magnetinio lauko induk-

cijos B_0. Šiam tikslui naudojame kitą ričių L_1 ir L_2 sistemą. Padėję bandinį ties jų viduriu, keičiame srovės stiprį I_1. Matavimų duomenis surašmoe į lentelę.

I_1	y_0	y_1	B_0	B	μ	B_1

Liktinio magnetinio lauko indukciją B_1 apskaičiuojame įrašę į (5.19) formulę y_1 vertę. Išmatuotas priklausomybes μ(T) ir $\mu(B_0)$ pavaizduojame grafiškai.

6. KVAZINUOSTOVIOJI SROVĖ

6.1. ELEKTRINĖS TALPOS IR INDUKTYVUMO RADIMAS TIRIANT SROVĖS RELAKSACIJĄ RC IR RL GRANDINĖSE

Užduotis. 1. Ištirti kondensatoriaus išsielektrinimo per varžą dėsningumą. 2. Rasti kondensatorių talpas matuojant jų įtampų relaksacijos trukmes. 3. Rasti induktyvumus matuojant srovės relaksacijos trukmes RL grandinėje.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Antroji Kirchhofo taisyklė. 2. Faradėjaus elektromagnetinės indukcijos dėsnis. 3. Elektrinė talpa, induktyvumas.

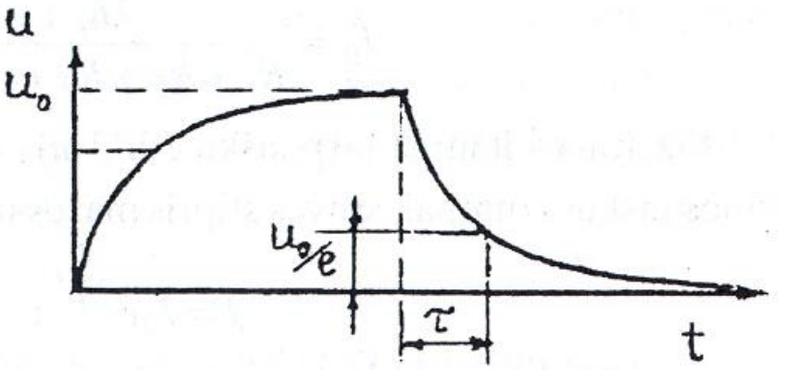
Tyrimo metodai. Kai C talpos kondensatorius įsielektrina per varžą R, jo įtampa, praėjus laikui t nuo proceso pradžios,

$$U = U_0\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right); \tag{6.1}$$

čia U_0 – maksimali įtampa, lygi srovės šaltinio elektrovarai. Išsielektrinimo atveju

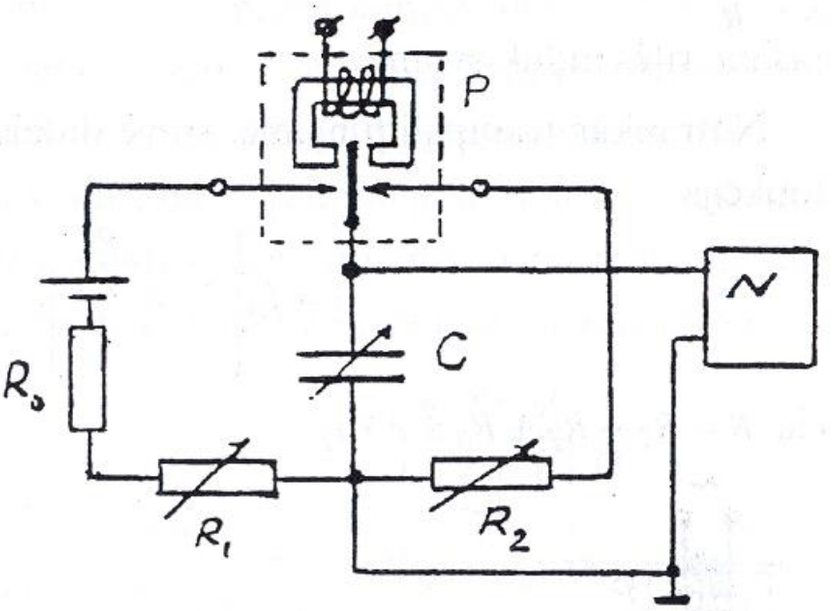
$$U = U_0 e^{-\frac{t}{RC}}. \tag{6.2}$$

Dydis $\tau = RC$ vadinamas relaksacijos trukme. Jis parodo, per kiek laiko kondensatoriaus įtampa sumažėja e kartų. Funkcijų (6.1) ir (6.2) grafikai vaizduojami 45 pav.



45 pav. **Kondensatoriaus įelektrinimo ir išelektrinimo funkcijų grafikai**

Relaksacijos trukmės τ matavimo schema vaizduojama 46 pav. Kondensatorius įelektrinamas ir išelektrinamas periodiškai prijungiant jį prie srovės šaltinio grandinės arba prie varžos R_2 poline rėle P. Rėlė maitinama 50 Hz dažnio srove. Kintant magnetinio lauko krypčiai, kontaktinė plokštelė pakrypsta į kairę arba į dešinę, sujungdama kondensatorių su srovės šaltiniu arba varža R_2. Prie srovės šaltinio prijungta nedidelė varža R_0, apsauganti jį nuo trumpojo jungimo.



46 pav. **Įtampos relaksacijos tyrimo RC grandinėje schema**

Matuodami relaksacijos trukmę τ, parenkame tokią varžos R_2 reikšmę, kad per grandinės sujungimo trukmę išsielektrinimo procesas įvyktų pilnutinai. Tarkime, U_0 atitinka y_0 centimetrų elektroninio spindulio poslinkį (pavyzdžiui, 5 cm). Apskaičiavę y_0/e reikšmę, skleistinės konstantą k_x parenkame tokią, kad kreivės dalis, atitinkanti intervalą τ, užimtų ne mažiau kaip pusę ekrano x kryptimi. Jei šios dalies ilgis x cm, tai $\tau = xk_x$.

RL grandinė sudaryta iš srovės šaltinio, kurio elektrovara U_0 ir vidinė varža r, ominių varžų R_1 ir R_2 bei indukcinės ritės, kurios induktyvumas L ir ominė varža r_L (47 pav.). Nusistovėjusios srovės stipris

$$I_0 = \frac{U_0}{R_1 + R_2 + R_0 + r + r_L}. \qquad (6.4)$$

Stacionari įtampa tarp taškų 1 ir 3 $u_{13} = I_0(R_2 + R_1 + r_L)$. Sujungus šiuos taškus trumpai, srovės stipris mažės pagal eksponentinę funkciją:

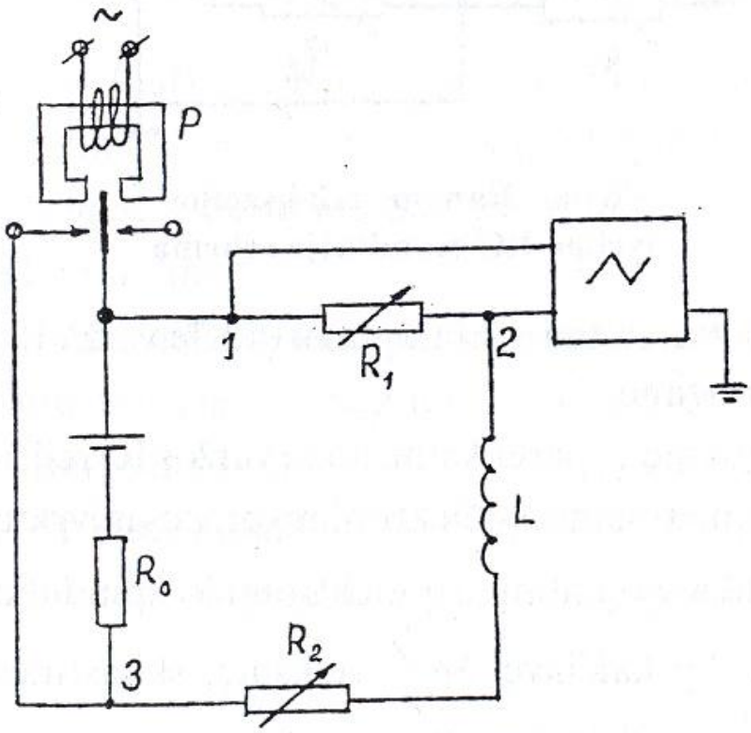
$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}; \qquad (6.5)$$

čia $R = R_1 + R_2 + r_L$. Matome, kad šiuo atveju relaksacijos trukmė $\tau = \frac{L}{R}$. Ją išmatavę oscilografu ir žinodami grandinės ominę varžą, rasime ritės induktyvumą.

Nutraukus trumpąjį jungimą, srovė didėja. Jos kitimas aprašomas funkcija

$$I = I_0\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right); \qquad (6.6)$$

čia $R = R_1 + R_2 + R_0 + r + r_L$.



47 pav. **Srovės relaksacijos RL grandinėje tyrimo schema**

Eksperimentas. Ištiriame kondensatoriaus išsielektrinimo proceso oscilogramą. Užrašę jos taškų koordinačių (x,y) vertes, pavaizduojame grafiškai $\ln y = f(x)$ priklausomybę. Po to matuojame standartinių kondensatorių talpas ir gautus duomenis rašome į lentelę.

C	R	x	k_x	τ	C_x

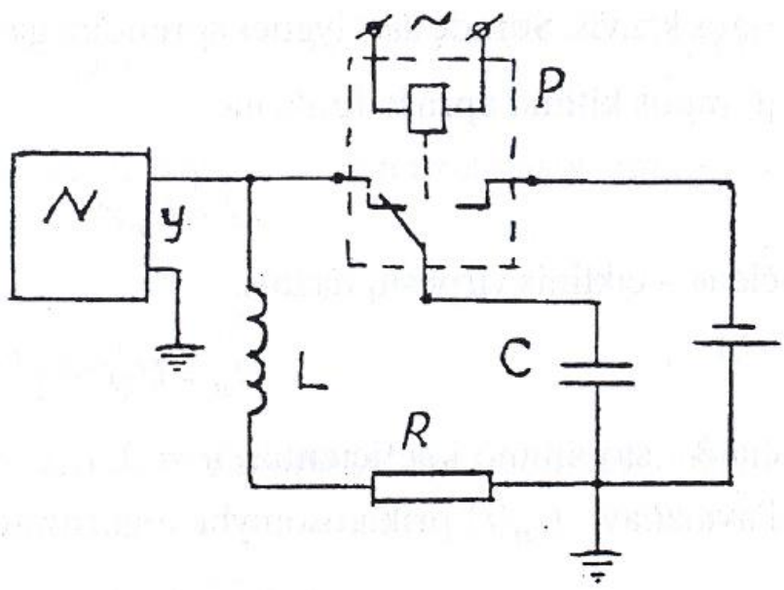
Į analogiškos struktūros lentelę rašome induktyvumų matavimų duomenis. Būtina žinoti, kad, esant per daug didelei varžai R, relaksacijos procesas nespės įvykti per grandinės sujungimo trukmę ir atsiras papildoma sisteminė paklaida.

6.2. LAISVIEJI ELEKTROMAGNETINIAI VIRPESIAI REZONANSINIAME KONTŪRE

Užduotis. Ištirti virpesių rezonansiniame kontūre periodo, slopinimo koeficiento, logaritminio dekremento ir kontūro kokybės priklausomybę nuo ominės varžos, esant įvairioms talpos ir induktyvumo reikšmėms.

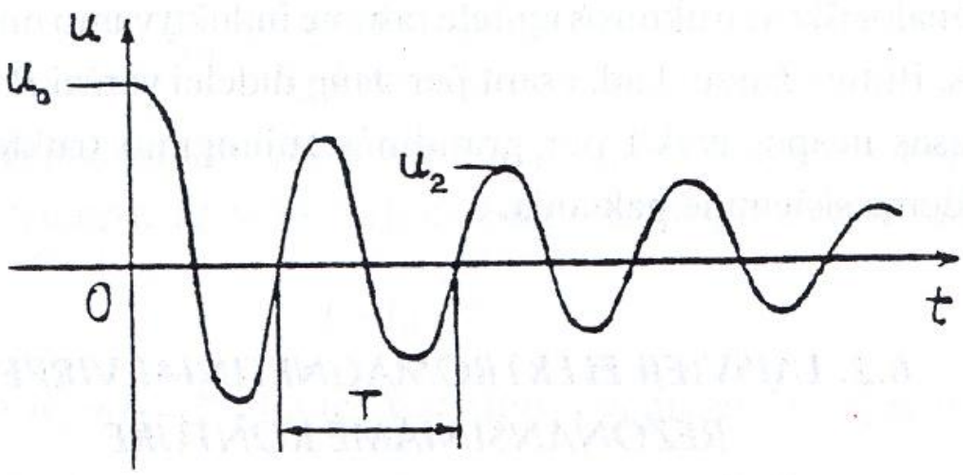
Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Įtampų pasiskirstymas rezonansiniame kontūre vykstant elektromagnetiniams virpesiams. 2. Pagrindiniai fizikiniai parametrai, kuriais apibūdinami slopinamieji virpesiai.

Eksperimento metodika. Slopinamieji virpesiai rezonansiniame kontūre sukeliami periodiškai įelektrinant kondensatorių. Tai atliekama prijungiant jį prie srovės šaltinio poline rele P (48 pav.). Sujungus įelektrintą kondensatorių su indukcine rite ir omine varža, atsiranda elektromagnetiniai virpesiai. Kondensatoriaus įtampos kitimai registruojami oscilografu. Sinchronizacijos signalas siunčiamas nuo RL dalies. Kondensatoriaus įtampos priklausomybę nuo laiko matome oscilografo ekrane (49 pav.).



48 pav. **Rezonansinio kontūro tyrimo schema**

Vykstant laisviesiems elektromagnetiniams virpesiams kontūre, įtampų momentinių verčių pasiskirstymas nusakomas Kirchhofo lygtimi.



49 pav. **Kondensatoriaus įtampos priklausomybė nuo laiko**

$$IR + \frac{q}{C} + L\frac{dI}{dt} = 0. \tag{6.7}$$

Tai antros eilės diferencialinė lygtis, nes $I = \frac{dq}{dt}$; čia q –kondensatoriaus krūvis. Suradę šios lygties sprendinį gausime, kad kondensatoriaus įtampos kitimą aprašo funkcija

$$U = U_n e^{iwt}; \tag{6.8}$$

čia ω – ciklinis virpesių dažnis,

$$U_n = U_0 \mathrm{e}^{-\beta t}, \tag{6.9}$$

čia β – slopinimo koeficientas, $n = 0, 1, 2, \ldots$

Pavaizdavę $U_n(t)$ priklausomybę logaritminėje skalėje, gausime tiesę

$$\ln U_n = \ln U_0 - \beta t. \tag{6.10}$$

Tai leidžia apskaičiuoti slopinimo koeficientą

$$\beta = \frac{1}{t}\ln\frac{U_0}{U_n}. \tag{6.11}$$

Taip gautą jo reikšmę palyginame su apskaičiuota pagal grandinės parametrus:

$$\beta = \frac{R}{2L}. \tag{6.12}$$

Pasinaudoję oscilograma, randame virpesių periodą $T = \frac{k_x x_n}{n}$; čia x_n – n periodų atitinkantis elektroninio spindulio poslinkis. Jį palyginame su apskaičiuotu pagal formulę

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}; \tag{6.13}$$

čia $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – virpesių savasis dažnis.

Logaritminis slopinimo dekrementas

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \frac{U_0}{U_n}. \tag{6.14}$$

Kontūro kokybė

$$Q = \frac{\pi}{\delta}. \tag{6.15}$$

Ji parodo, po kokio skaičiaus n virpesių kondensatoriaus energijos amplitudė sumažėja $e^{2\pi}$ kartų:

$$W_n = W_0 e^{-\frac{2\pi n}{Q}}. \tag{6.16}$$

Kokybės matavimo rezultatus palyginame su apskaičiuotais pagal formulę

$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{4}}. \tag{6.17}$$

Matavimų rezultatus surašome į lentelę:

R	U_0	U_n	n	x_n	T	β	δ	Q

Virš lentelės užrašome L ir C vertes. Į kitą lentelę surašome skaičiavimų rezultatus.

6.3. ĮTAMPŲ IR SROVIŲ REZONANSO REIŠKINIŲ TYRIMAS

Užduotis. 1. Ištirti srovės stiprio ir fazių skirtumo tarp srovės ir įtampos priklausomybes nuo dažnio įtampų rezonanso atveju. 2. Ištirti bendros srovės ir tekančios indukcinės ritės atšaka stiprių dažnines priklausomybes bei fazių skirtumo tarp bendros srovės ir įtampos priklausomybę nuo dažnio srovių rezonanso atveju.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Omo dėsnis kvazinuostoviosios srovės grandinei. 2. Reaktyvioji varža, impedansas. 3. Fazių skirtumas tarp srovės ir įtampos.

Tyrimo metodai. Įtampų rezonanso tyrimo schema vaizduojama 50 pav. Talpinė, induktyvioji ir ominė varžos sujungtos nuosekliai. Maitinimo šaltinis – garsinio dažnio įtampos generatorius. Vietoj indukcinės ritės patogu naudoti daugiaribį elektrodinaminės sistemos miliampermetrą, kurio induktyvumas L ir ominė varža R_L žinomi.

Pagal Omo dėsnį, kintamosios srovės grandinės srovės stiprio kompleksinė amplitudė

$$\dot{I} = \frac{U}{\dot{Z}}; \tag{6.18}$$

čia U – srovės šaltinio gnybtų įtampa, o

$$\dot{Z} = R + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \tag{6.19}$$

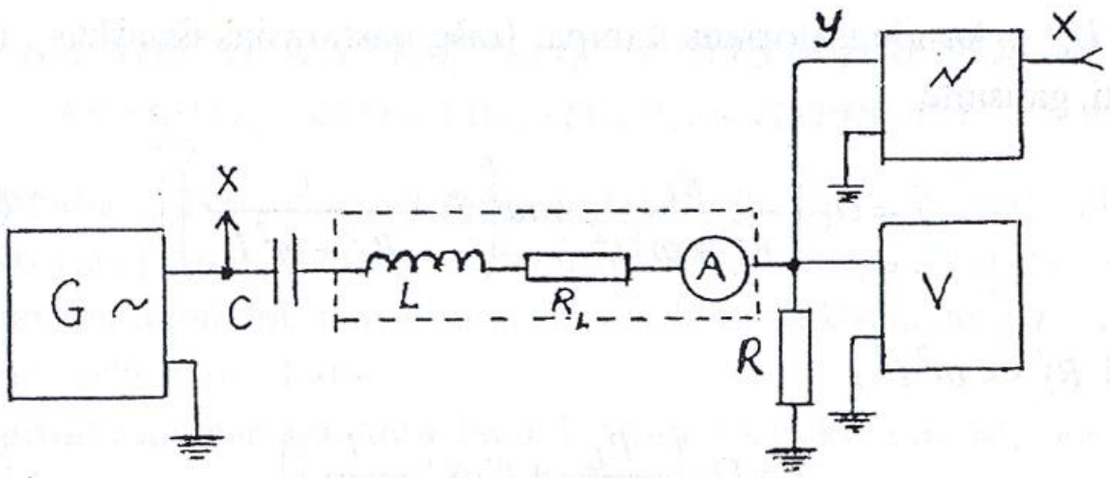
– grandinės impedansas (kompleksinė varža). Fazių skirtumas tarp srovės ir įtampos

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R}. \tag{6.20}$$

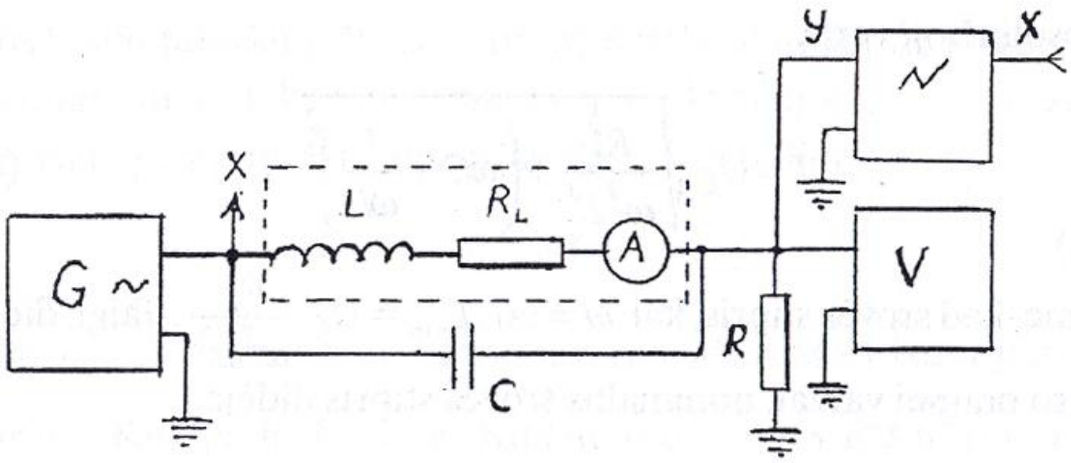
Srovės stiprio absoliučioji vertė

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}. \tag{6.21}$$

Kai $\omega L - \dfrac{1}{\omega C} = 0$, srovės stipris maksimalus: $I_{max} = \dfrac{U}{R}$. Šią sąlygą tenkinantis ciklinis dažnis



50 pav. **Įtampų rezonanso tyrimo schema**



51 pav. **Srovių rezonanso tyrimo schema**

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{6.22}$$

vadinamas savuoju virpesių dažniu, o srovės stiprio padidėjimas, kai $\omega = \omega_0$, – įtampų rezonansu.

Srovių rezonanso reiškinio tyrimo schema vaizduojama 51 pav. Kondensatorius ir indukcinė ritė sujungti lygiagrečiai. Bendras srovės stipris lygus šių atšakų srovės stiprių I_C ir I_L sumai:

$$\dot{I} = \dot{I}_C + \dot{I}_L . \tag{6.23}$$

Pagal Omo dėsnį grandinės daliai,

$$\dot{I}_C = U_C i\omega C \tag{6.24}$$

ir

$$\dot{I}_L = \frac{U_C}{R_L + i\omega L}; \tag{6.25}$$

čia U_C – kondensatoriaus įtampa. Įrašę pastarąsias išraiškas į (6.22) lygtį, gausime

$$\dot{I} = U_C\left(\frac{R_L}{R_L^2+\omega^2L^2} + i\omega\left(C - \frac{L}{R_L^2+\omega^2L^2}\right)\right). \qquad (6.26)$$

Kai $R_L^2 << \omega^2L^2$,

$$\dot{I} = U_C\left(\frac{R_L}{\omega^2L^2} + i\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)\right). \qquad (6.27)$$

Jos absoliučioji vertė

$$I = U_C\sqrt{\frac{R_L^2}{\omega^4L^4} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}\,. \qquad (6.28)$$

Matome, kad srovės stipris, kai $\omega = \omega_0$, $I_{min} = U_C\dfrac{R_L}{\omega^2L^2}$. Taigi, didėjant kontūro ominei varžai, minimalus srovės stipris didėja.

Eksperimentas. Tiriame įtampų rezonanso reiškinį. Apskaičiavę rezonansinį dažnį ω_0 pagal grandinės parametrus, pasirenkame reikiamą generatoriaus įtampos U dažnių diapazoną. Jos amplitudę pasirenkame tokią, kad rezonansinės srovės stipris būtų artimas miliampermetro matavimo ribai. Ištiriame srovės stiprio ir fazių skirtumo tarp srovės ir įtampos priklausomybes nuo dažnio. Fazių skirtumą matuojame oscilografu. Matavimo metodas aprašytas 8.2 poskyryje.

Tirdami srovių rezonanso reiškinį, išmatuojame srovių, tekančių varža R ir induktyvumo atšaka, stiprių priklausomybes nuo dažnio. Varža R teka bendra grandinės srovė, kurios stipris $I = \dfrac{U_R}{R}$. Įtampą U_R išmatuojame voltmetru, fazių skirtumą – oscilografu.

Išmatuotas srovės stiprių vertes palyginame su apskaičiuotomis pagal grandinės parametrus.

6.4. KIRCHHOFO TAISYKLIŲ SROVĖS IR ĮTAMPOS KOMPLEKSINĖMS AMPLITUDĖMS TIKRINIMAS

Užduotis. 1. Išmatuoti šakotinės grandinės bendrą srovės stiprį bei fazių skirtumą tarp jos ir šaltinio gnybtų įtampos dviejų dažnių atvejais. 2. Matavimų duomenis palyginti su skaičiavimų, atliktų naudojant Kirchhofo taisykles, rezultatais.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Omo dėsnis kvazinuostoviosios srovės grandinei. 2. Įtampos ir srovės kompleksinės amplitudės. 3. Kirchhofo taisyklės kvazinuostoviosios srovės grandinėms.

Kirchhofo taisyklės. Pagal pirmąją Kirchhofo taisyklę kintamosios srovės grandinei, įtekančių į mazgą ir ištekančių iš jo srovių stiprių kompelksinių amplitudžių algebrinė suma lygi nuliui:

$$\sum_i \dot{I}_i = 0; \tag{6.29}$$

čia $\dot{I}_i = I_{0i} e^{i\varphi_i}$, o φ_i – fazių skirtumas tarp atšakos srovės ir įtampos.

Antroji Kirchhofo taisyklė: Kintamosios srovės grandinės uždaro kontūro įtampų kompleksinių amplitudžių algebrinė suma lygi elektrovarų kompleksinių amplitudžių sumai:

$$\sum_i \dot{I}_i \dot{Z}_i = \sum_j \dot{\varepsilon}_j; \tag{6.30}$$

čia $\dot{Z}_i$ – kontūro dalies, kuria teka srovė $\dot{I}_i$, impedansas.

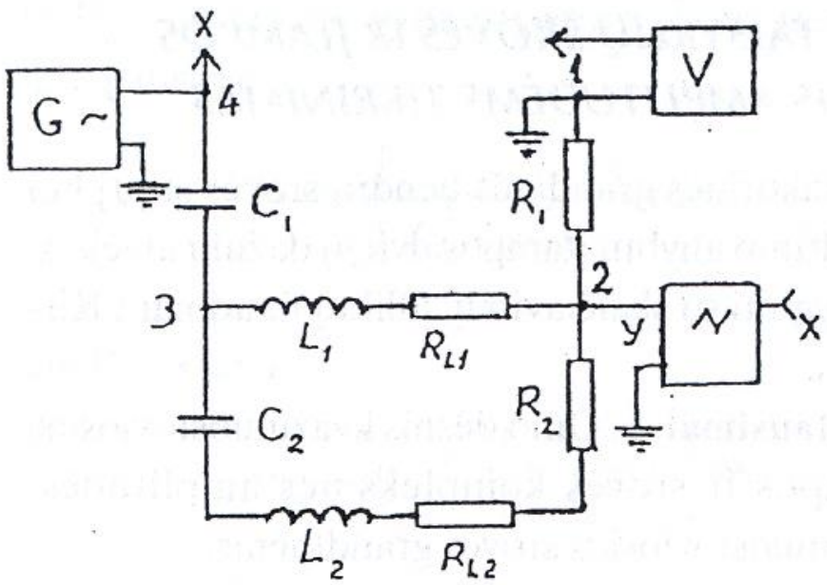
Panaudojus Kirchhofo taisykles, nesunku įsitikinti, kad lygiagrečiojo jungimo atveju

$$\frac{1}{\dot{Z}} = \sum_i \frac{1}{\dot{Z}_i}, \tag{6.31}$$

o nuosekliojo –

$$\dot{Z} = \sum_i \dot{Z}_i . \tag{6.32}$$

Tyrimo metodas. Tiriame dviejų nepriklausomų kontūrų kintamosios srovės grandinę, pavaizduotą 52 pav. Nustatę pasirinktą generatoriaus (G) įtampos dažnį ir amplitudę, išmatuojame voltmetru (V) jo gnybtų



52 pav. **Kirchhofo taisyklių tikrinimo schema**

įtampą U_{14} ir įtampą U_{12} varžoje R_1. Apskaičiuojame grandinės bendrąją srovę:

$$I_1 = \frac{U_{12}}{R_1}. \qquad (6.33)$$

Fazių skirtumą φ tarp šios srovės ir įtampos U_{14} išmatuojame osciligrafu. Matavimo metodas aprašytas 8.2 poskyryje. Matavimų rezultatus palyginame su apskaičiuotais naudojant Kirchhofo taisykles.

Apskaičiuojame lygiagrečiai sujungtų grandinės dalių impedansus:

$$\dot{Z}_{L1} = R_{L1} + i\omega L_1, \qquad (6.34)$$

$$\dot{Z}_{L2} = R_2 + R_{L2} + i\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right). \qquad (6.35)$$

Panaudoję (6.31) formulę, užrašysime

$$\frac{1}{\dot{Z}_{23}} = \frac{1}{\dot{Z}_{L1}} + \frac{1}{\dot{Z}_{L2}}, \qquad (6.36)$$

todėl

$$\dot{Z}_{23} = \frac{\dot{Z}_{L1} \cdot \dot{Z}_{L2}}{\dot{Z}_{L1} + \dot{Z}_{L2}}. \qquad (6.37)$$

Visos grandinės impedansas

$$\dot{Z}_{14} = R_1 + \dot{Z}_{23} + \frac{1}{i\omega C_1}. \qquad (6.38)$$

Įrašę į šią lygtį dydžių vertes, gausime skaitmeninę grandinės impedanso išraišką:

$$\dot{Z}_{14} = a + ib. \qquad (6.39)$$

Fazių skirtumas tarp bendros srovės ir įtampos U_{14}

$$\varphi_{14} = \operatorname{arctg}\frac{b}{a}. \tag{6.40}$$

Šią vertę palyginame su išmatuota oscilografu. Bendrą srovės stiprį I_i rasime pagal Omo dėsnį:

$$I_i = \frac{U_{14}}{|\dot{Z}_{14}|}. \tag{6.41}$$

Jo vertę palyginame su gauta pagal (6.33) formulę.

6.5. KINTAMOSIOS SROVĖS GALIOS PRIKLAUSOMYBĖ NUO DAŽNIO IR GRANDINĖS ELEKTRINIŲ PARAMETRŲ

Užduotis. 1. Išmatuoti aktyviąją galią vatmetru ir oscilografu. 2. Ištirti reaktyviosios ir aktyviosios galių santykio priklausomybę nuo dažnio.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Aktyvioji ir reaktyvioji kintamosios srovės galia. 2. Fazių skirtumas tarp srovės ir įtampos. 3. Vatmetro veikimo principas.

Kintamosios srovės galia. Kintamosios srovės stipris ir įtampa yra harmoninės laiko funkcijos:

$$I(t) = I_0 \sin\omega t\,, \tag{6.42}$$

$$U(t) = U_0 \sin(\omega t + \varphi)\,. \tag{6.43}$$

Užrašius kompleksine forma,

$$\dot{I}(t) = I_0 e^{i\omega t}, \tag{6.44}$$

$$\dot{U}(t) = \dot{U}_0 e^{i\omega t} = U_0 e^{i(\omega t+\varphi)}. \tag{6.45}$$

Momentinė galia

$$\dot{P}(t) = \dot{I}(t)\dot{U}(t). \tag{6.46}$$

Pagal Omo dėsnį, $\dot{U}(t) = I(t)\dot{Z}$, todėl

$$\dot{P}(t) = I^2(t)\dot{Z}. \tag{6.47}$$

Įrašę čia srovės stiprio išraišką (6.42), gausime

$$\dot{P}(t) = I_0^2 \dot{Z} \sin^2 \omega t. \tag{6.48}$$

Šios periodinės funkcijos vidutinę reikšmę gausime padaliję iš periodo trukmės energiją, sunaudotą per vieną periodą:

$$\dot{P} = \frac{1}{T}\int_0^T I_0^2 \dot{Z} \sin^2 \omega t dt. \tag{6.49}$$

Kadangi $\sin^2 \omega t = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t)$, tai

$$\dot{P} = \frac{I_0^2}{2}\dot{Z}, \tag{6.50}$$

nes antrasis integralas lygus nuliui. Pagal Omo dėsnį, $I_0\dot{Z} = \dot{U}_0$, todėl

$$\dot{P} = \frac{I_0 \dot{U}_0}{2}. \tag{6.51}$$

Įrašykime į (6.50) ir (6.51) formules išraiškas

$$I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \tag{6.52}$$

ir

$$U_{ef} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}. \tag{6.53}$$

Jos vadinamos atitinkamai efektyviosiomis srovės ir įtampos vertėmis. Gausime analogiško pavidalo formules kaip ir nuolatinės srovės atveju:

$$\dot{P} = I_{ef}^2 \dot{Z} \tag{6.54}$$

ir

$$\dot{P} = I_{ef}\dot{U}_{ef}. \tag{6.55}$$

Įrašę į (6.54) lygtį impedanso išraišką (6.19) gausime, kad pilnutinė vidutinė galia

$$\dot{P} = I_{ef}^2 \left(R + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right), \tag{6.56}$$

o jos absoliučioji vertė

$$\left|\dot{P}\right| = I_{ef}^2 \sqrt{R^2 + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} . \tag{6.57}$$

Pagal Omo dėsnį, $I_{ef}\left|\dot{Z}\right| = U_{ef}$, todėl

$$\left|\dot{P}\right| = U_{ef} I_{ef} . \tag{6.58}$$

Matome, kad pilnutinę galią galima išmatuoti ampermetru ir voltmetru.

Pirmasis (6.56) išraiškos narys

$$P_a = I_{ef}^2 R \tag{6.59}$$

vadinamas aktyviąja galia, o antrasis –

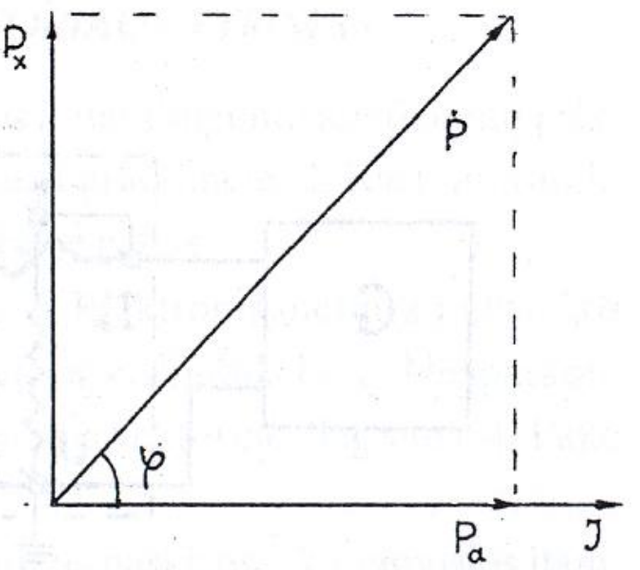
$$P_\chi = I_{ef}^2 \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \tag{6.60}$$

– reaktyviąja galia. Taigi pilnutinė galia

$$\dot{P} = P_a + iP_x . \tag{6.61}$$

Šį sąryšį galima pavaizduoti vektorine diagrama (53 pav.).

Aktyvioji galia apibūdina elektros energijos virtimo šiluma spartą. Reaktyviąja galia apibūdinama grįžtamų energijos mainų tarp srovės šaltinio ir grandinės sparta. Esant reaktyviajai varžai, vyksta energijos kaupimo grandinėje ir jos grąžinimo srovės šaltiniui procesai. Reaktyviąją galią rasime panaudoję (6.60) sąryšį:



53 pav. **Aktyviosios ir reaktyviosios galių vektorinė diagrama**

$$P_x = \sqrt{(I_{ef}U_{ef})^2 - P_a^2}\ . \qquad (6.62)$$

Žinodami pilnutinę ir aktyviąją galią, rasime fazių skirtumą tarp srovės ir įtampos:

$$\cos\varphi = \frac{P_a}{I_{ef}U_{ef}}\ . \qquad (6.63)$$

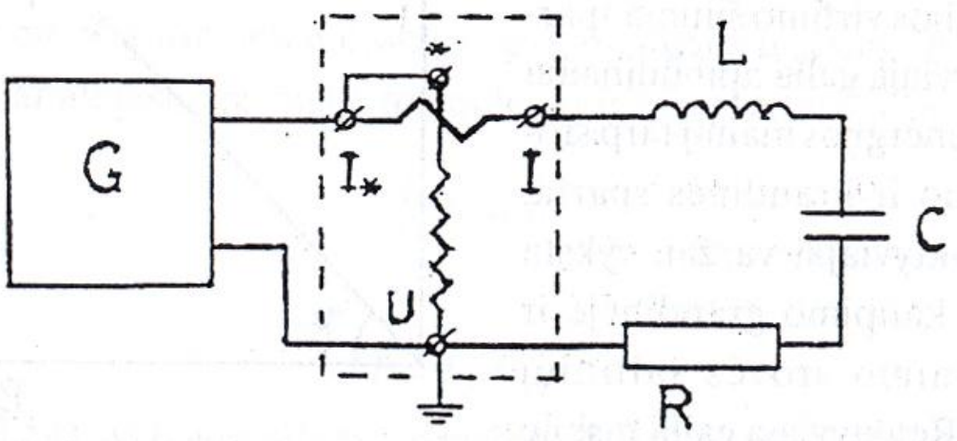
Matome, kad aktyviąją galią galima rasti išmatavus pilnutinę galią ir fazių skirtumą tarp srovės ir įtampos.

Tyrimo metodas. Galią bei fazių skirtumą matuojame dviem būdais: ampervoltvatmetru ir oscilografu. Atitinkamos matavimų schemos vaizduojamos 54 ir 55 pav. Išmatavę srovės stiprį I, įtampą U ir aktyviąją galią P_a, fazių skirtumą tarp srovės ir įtampos apskaičiuosime pagal (6.63) formulę. Aktyviosios ir reaktyviosios galių santykis

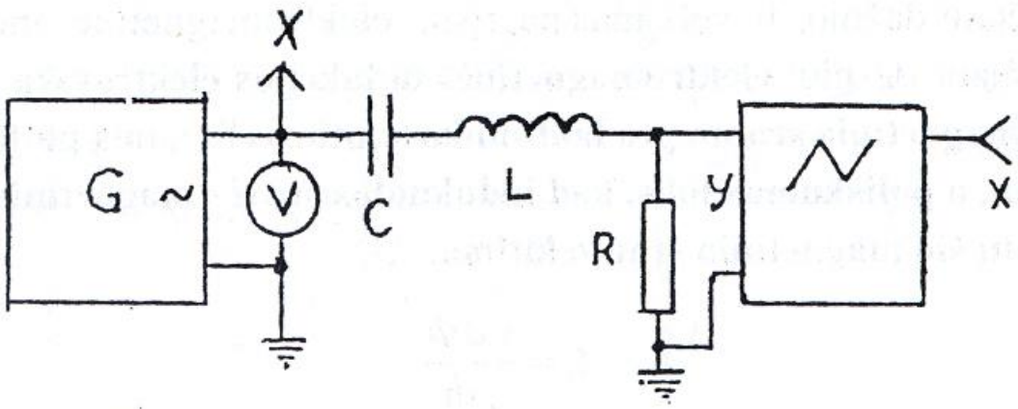
$$\frac{P_x}{P_a} = tg\varphi\ . \qquad (6.64)$$

Šio santykio priklausomybę nuo dažnio ištiriame pasirinkę įvairias R, L ir C vertes.

Matuodami oscilografu, į jo x įėjimą siunčiame generatoriaus gnybtų įtampą U, o į y įėjimą – įtampą nuo ominės varžos R. Ši įtampa proporcinga srovės stipriui tiriamoje grandinėje: $U_y = IR$. Fazių skirtumą tarp srovės ir įtampos rasime iš elipsės parametrų pagal (8.25) formulę.



54 pav. **Galios ir fazių skirtumo matavimo ampervoltvatmetru schema**



55 pav. **Galios ir fazių skirtumo matavimo oscilografu schema**

Srovės stiprio efektyvioji vertė

$$I = \frac{n_y k_y}{2\sqrt{2}R}; \tag{6.65}$$

čia n_y – elektroninio spindulio pėdsako ekrane pagal y koordinatę ilgis, o k_y – oscilografo y įėjimo įtampinis jautris (mV/em). Įtampos efektyviąją vertę išmatuosime voltmetru, todėl aktyvioji galia

$$P_a = \frac{n_y k_y U}{2\sqrt{2}R}\cos\varphi. \tag{6.66}$$

Ją matuojame esant tai pačiai generatoriaus išėjimo įtampai, kaip ir matuojant vatmetru, kad galėtume palyginti matavimų skirtingais metodais duomenis.

6.6. TRANSFORMATORIAUS TYRIMAS

Užduotis. 1. Ištirti transformacijos ir naudingumo koeficientų priklausomybes nuo srovės stiprio antrinėje grandinėje. 2. Rasti nuostolių feromagnetinėje šerdyje ir apvijų varžoje galias.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Elektromagnetinės indukcijos Faradėjaus dėsnis. 2. Abipusė indukcija ir saviindukcija. 3. Neapkrauto transformatoriaus ekvivalentinė schema ir vektorinė diagrama. 4. Fuko srovės.

Transformatorius. Transformatoriaus paskirtis – kintamosios įtampos keitimas arba izoliuotų grandinių elektromagnetinio ryšio sudarymas

nekeičiant dažnio. Jo veikimas pagrįstas elektromagnetinės indukcijos Faradėjaus dėsniu: **elektromagnetinės indukcijos elektrovara proporcinga magnetinio srauto pro laidininko kontūro ribojamą plotą kitimo greičiui, o poliškumas toks, kad indukuotos srovės magnetinis laukas mažintų šio magnetinio srauto kitimą.**

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}. \tag{6.67}$$

Transformatorių sudaro uždaro kontūro formos feromagnetinė šerdis, ant kurios užvyniotos dvi apvijos (57 pav.). Prijungus vieną apviją (pirminę) prie U_1 įtampos šaltinio, ja tekės I_1 stiprio srovė, o šerdyje atsiras kintamasis magnetinis srautas Φ. Šis srautas kirs abi apvijas ir sukurs jose indukcijos elektrovaras. Kiekvieną viją kirs praktiškai tas pats magnetinis srautas, todėl sukurs jose vienodas elektrovaras $\mathcal{E}$, nusakomas (6.67) lygtimi. Jeigu pirminėje apvijoje yra N_1 vijų, o antrinėje N_2, tai elektrovara, indukuota pirminėje apvijoje,

$$\mathcal{E}_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt}, \tag{6.68}$$

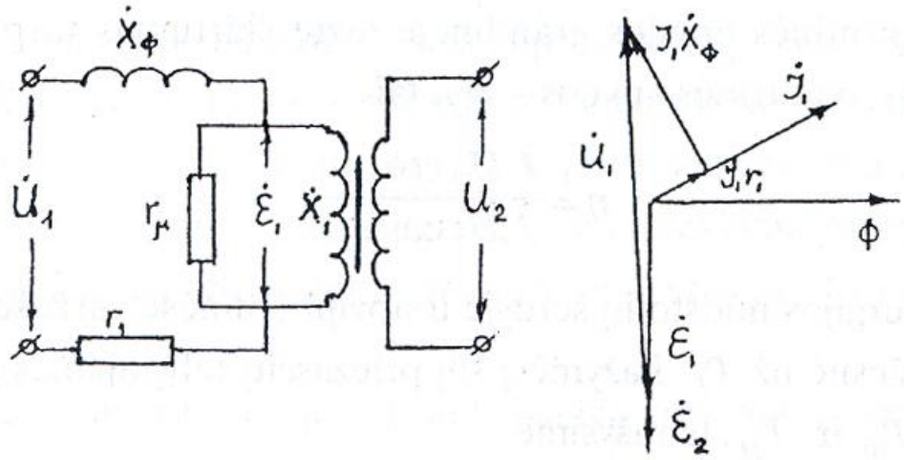
o antrinėje

$$\mathcal{E}_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}. \tag{6.69}$$

Šios formulės atitinka idealųjį atvejį. Panagrinėkime realią situaciją, kai antrinės apvijos grandinė atvira $(I_2 = 0)$. Ją atitinkanti ekvivalentinė schema vaizduojama (56 pav.). Tam tikra magnetinio srauto dalis yra už vijų kontūrų ribų ir nesukuria indukcinės elektrovaros. Tai ekvivalentiška nuosekliam tam tikros indukcinės varžos $\dot{x}_1$ prijungimui prie idealios pirminės apvijos x_2. Dėl šerdies įmagnetėjimo histerezės magnetinis srautas šiek tiek atsilieka nuo srovės stiprio I_1. Tai ekvivalentiška lygiagrečiam tam tikros ominės varžos r_μ prijungimui. Be to, pirminė apvija turi tam tikrą ominę varžą r_1. Tekant I_1 stiprio srovei, įtampa joje bus $I_1 r_1$.

Pagal antrąją Kirchhofo taisyklę,

$$\dot{U}_1 + \dot{\mathcal{E}}_1 = I_1 \dot{x}_1 + I_1 r_1. \tag{6.70}$$



56 pav. **Transformatoriaus ekvivalentinė schema ir vektorinė diagrama, esant tuščiosios eigos režimui**

Šią lygtį iliustruoja vektorinė diagrama (56 pav.). Įtampų ir elektrovarų fazės atskaitomos magnetinio srauto atžvilgiu. Indukcijos elektrovara $\dot{\mathcal{E}}_1$ atsilieka nuo magnetinio srauto ketvirčiu periodo, todėl kampas tarp jų vektorių lygus $-\pi/2$. Įtampa $I_1\dot{x}_1$ pralenkia srovės stiprį ketvirčiu periodo ($\pi/2$), o magnetinis srautas šiek tiek atsilieka.

Kai $\dot{\mathcal{E}} >> I_1\dot{x}_1 + I_1 r$, tai $\dot{U}_1 \approx -\dot{\mathcal{E}}_1$ arba

$$U_1 = N_1 \frac{d\Phi}{dt}. \tag{6.71}$$

Nagrinėjamu atveju $I_2 = 0$, todėl $\dot{U}_2 = -\dot{\mathcal{E}}_2$ ir

$$U_2 = N_2 \frac{d\Phi}{dt}. \tag{6.72}$$

Pirminės ir antrinės apvijų įtampų santykis vadinamas transformacijos koeficientu. Matome, kad tuščiosios eigos atveju transformacijos koeficientas

$$k = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}. \tag{6.73}$$

Transformatoriaus naudingumo koeficientu vadinamas aktyviosios galios P_2, naudojamos antrinės apvijos grandinėje, ir aktyviosios galios P_1, kurią transformatorius ima iš srovės šaltinio, santykis

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}. \tag{6.74}$$

Jeigu pirminės apvijos grandinėje fazių skirtumas tarp srovės ir įtampos φ_1, o antrinės apvijos – φ_2, tai

$$\eta = \frac{I_2 U_2 \cos\varphi_2}{I_1 U_1 \cos\varphi_1}. \qquad (6.75)$$

Dėl energijos nuostolių šerdyje ir apvijų ominėse varžose galia P_2 visada mažesnė už P_1. Pažymėję šių priežasčių sąlygojamas galias atitinkamai P_m ir P_ρ, užrašysime

$$P_m + P_\rho = I_1 U_1 \cos\varphi_1 - I_2 U_2 \cos\varphi_2. \qquad (6.76)$$

Nuostoliai feromagnetinėje šerdyje silpnai priklauso nuo apkrovos, todėl P_m vertę gausime išmatavę tuščiosios eigos galią. Pažymėję šiuo atveju $I_1 = I_{01}$, $U_2 = U_{02}$ ir $\varphi_1 = \varphi_{01}$, užrašysime

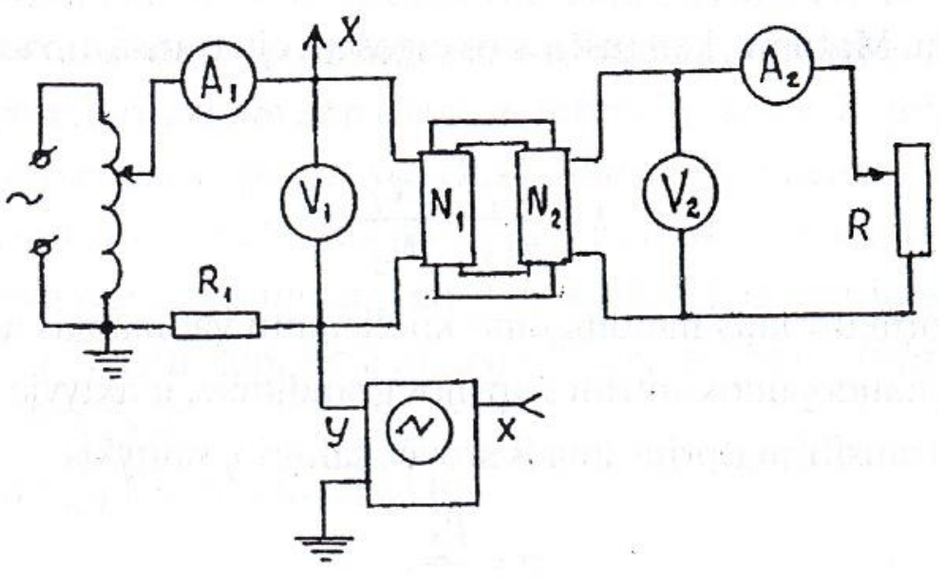
$$P_m + P_{0\rho} = I_{01} U_{01} \cos\varphi_{01}; \qquad (6.77)$$

čia

$$P_{0\rho} = I_{01}^2 r_1. \qquad (6.78)$$

Galia $P_{0\rho}$, susijusi su pirminės apvijos grandinės varža, praktiškai visada daug mažesnė už P_m.

Tyrimo metodas. Tyrimo schema vaizduojama 57 pav. Įtampą transformatoriaus pirminėje apvijoje keičiame autotransformatoriumi arba



57 pav. **Transformatoriaus tyrimo schema**

reostatiniu įtampos dalikliu. Srovės stiprį antrinėje apvijoje keičiame reostatu R. Fazių skirtumą tarp srovės ir įtampos pirminės apvijos grandinėje matuojame oscilografu. Jį rasime pagal elipsės parametrus, panaudoję (8.27) formulę. Į oscilografo y įėjimą tiekiame įtampą nuo nedidelės varžos R_1. Ši įtampa proporcinga srovės stipriui I_1, nes $U_y = I_1 R_1$.

Įtampa oscilografo x įėjime praktiškai lygi pirminės apvijos įtampai U_1, nes varža R_1 parenkama tenkinant sąlygą $U_y << U_1$.

Eksperimentas. Srovės stiprį antrinėje grandinėje keičiame nuo nulio iki leistinos vertės. Matavimo rezultatus rašome į lentelę ir pavaizduojame grafiškai.

I_1	U_1	x	x_0	$\cos\varphi$	I_2	U_2	η	k

Išnagrinėjame magnetinių ir džaulinių nuostolių priklausomybę nuo apkrovos.

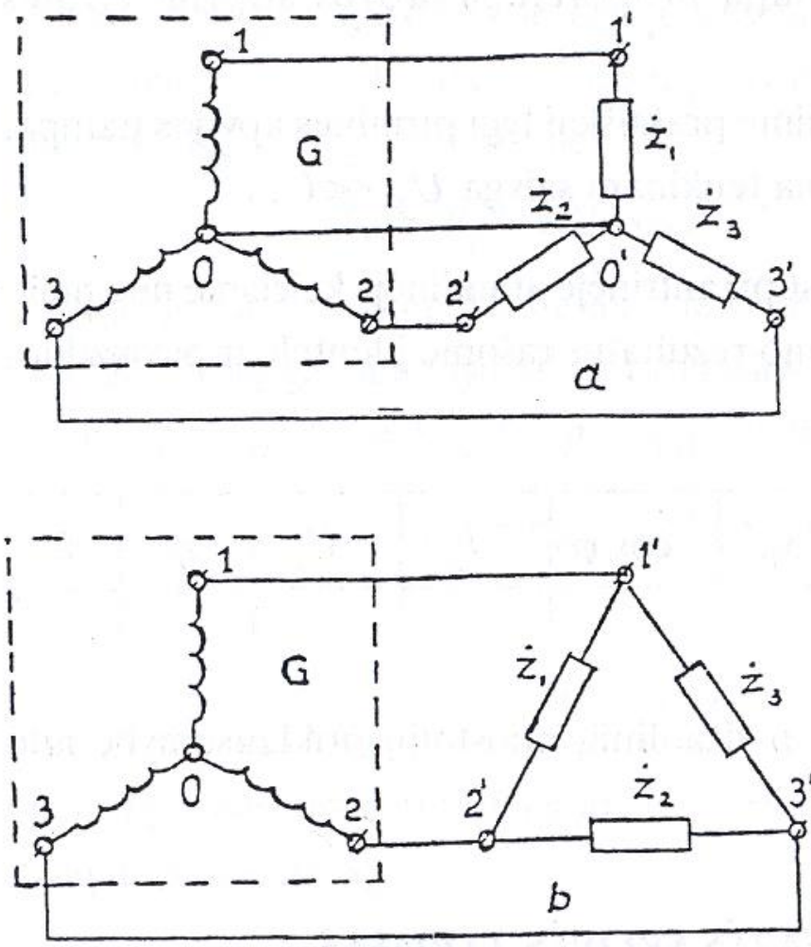
6.7. TRIFAZĖS SROVĖS TYRIMAS

Užduotis. 1. Išmatuoti fazines ir tarpfazines (linijines) įtampas ir pavaizduoti jas vektorine diagrama. 2. Ištirti srovės stiprio nuliniame laide priklausomybę nuo apkrovos impedansų parametrų.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Trifazės srovės gavimas ir jos pagrindiniai parametrai. 2. Apkrovos jungimas žvaigždės ir trikampio būdais. 3. Įtampų ir srovių vektorinės diagramos.

Trifazė srovė. Elektros jėgos tinklo trifazė įtampa gaunama elektromagnetiniais generatoriais. Tokio generatoriaus pagrindiniai elementai yra elektromagnetas, sukuriantis vienalytį magnetinį lauką (statorius), ir trys plokščios stačiakampio formos ritės, besisukančios apie bendrą ašį (rotorius). Kampas tarp ričių plokštumų lygus 120°. Besisukančiose ritėse, indukuotos įtampos kinta pagal harmoninę funkciją, o fazių skirtumas tarp jų lygus $2\pi/3$:

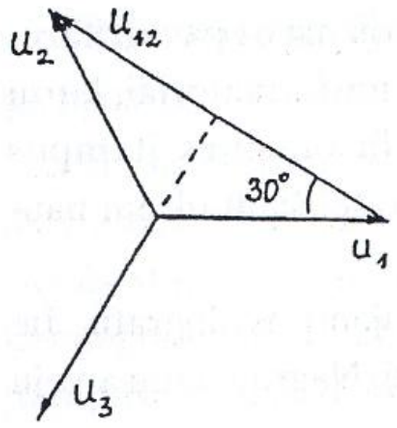
$$U_1 = U_{01}\sin\omega t,$$
$$U_2 = U_{02}\sin(\omega - {}^{2\pi}/_{3}), \qquad (6.79)$$
$$U_3 = U_{03}\sin(\omega - {}^{4\pi}/_{3}).$$



58 pav. **Trifazės srovės generatoriaus ir jo apkrovos jungimo schemos**

Šios įtampos vadinamos fazinėmis. Jų amplitudės vienodos, todėl užrašysime $U_{01} = U_{02} = U_{03} = U_0$. Generatoriaus ir jo apkrovos jungimo schema vaizduojama 58 pav. Jo ričių trys galai sujungti tarpusavy ir prijungti prie išėjimo nulinio gnybto, o kiti trys – prie fazinių išėjimo gnybtų. Toks jungimo būdas vadinamas jungimu žvaigžde ir žymimas "$\curlyvee$". Įtampos tarp fazinių gnybtų (1, 2, 3) vadinamos linijinėmis (tarpfazinėmis). Jų amplitudės vienodos $U_{012} = U_{013} = U_{023} = U_{013} = U_{0L}$. Vartotojui trifazė srovė tiekiama keturlaide linija: trys fazinių srovių laidai ir vienas nulinis.

Apkrova gali būti jungiama žvaigždės (a) arba trikampio (b) būdu. Pastarasis jungimo būdas žymimas "Δ". Jungiant žvaigždės būdu, kiekvienam apkrovos impedansui $\dot{Z}_1, \dot{Z}_2$ ir $\dot{Z}_3$ tenka fazinė įtampa. Jungiant trikampio būdu, kiekvienam apkrovos impedansui tenka linijinė (tarpfazinė) įtampa. Ją rasime panaudoję vektorinę diagramą, vaizduojamą 59 pav. Matome, kad linijinės įtampos amplitudė $U_{012} = 2U_0\cos 30^o = \sqrt{3}U_0$. Jeigu fazinės įtampos efektinė vertė 220 V, tai $U_0 = 220\sqrt{2}\,V = 311{,}1\,V$, o $U_{012} = 538{,}9\,V$.



59 pav. **Fazinių įtampų vektorinė diagrama**

Jungiant apkrovą žvaigždės būdu, fazinės srovės teka į nulinį laidą. Esant tik ominei apkrovai, fazių skirtumai tarp srovių stiprių ir įtampų lygūs nuliui. Tokiu atveju faziniai kampai tarp fazinių srovių stiprių lygūs 120° (60 pav., a). Kai amplitudės vienodos, algebrinė jų momentinių verčių suma visada lygi nuliui, nes $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3$.

Fazių skirtumą tarp srovės ir įtampos nusako santykis $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{x_L - x_C}{R}$. Tarkime, kad $\dot{Z}_1$ sudaro tik ominės varžos, $\dot{Z}_2$ – ominė ir talpinė, o $\dot{Z}_3$ - ominė ir induktyvioji. Srovių, tekančių tokio pobūdžio impedansais, vektorinė diagrama vaizduojama 60 pav., b. Pagal pirmąją Kirchhofo taisyklę, srovės stiprio nuliniame laide kompleksinė amplitudė

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 . \tag{6.80}$$

Jo efektinę vertę rasime panaudoję vektorinę diagramą (60 pav., b):

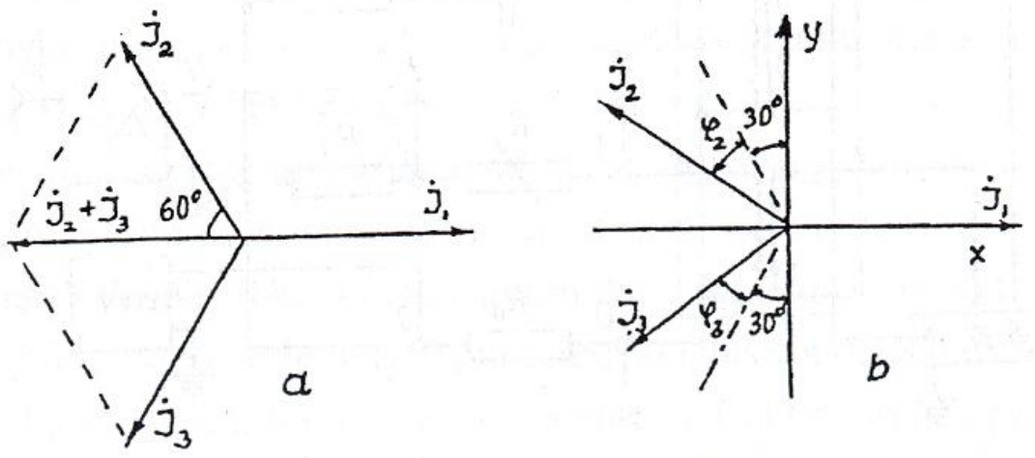
$$I_0 = \sqrt{I_{0x}^2 + I_{0y}^2} ; \tag{6.81}$$

čia

$$I_{0x} = I_1 - I_2 \cos(60° - \varphi_2) - I_3 \cos(60° - \varphi_3), \tag{6.82}$$

$$I_{0y} = I_2 \cos(30° + \varphi_2) - I_3 \cos(30° + \varphi_3), \tag{6.83}$$

o I_1, I_2 ir I_3 – fazinių srovių stiprių efektinės vertės.



60 pav. **Fazinių srovių stiprių esant ominei apkrovai (a) ir reaktyviajai apkrovai (b) vektorinės diagramos**

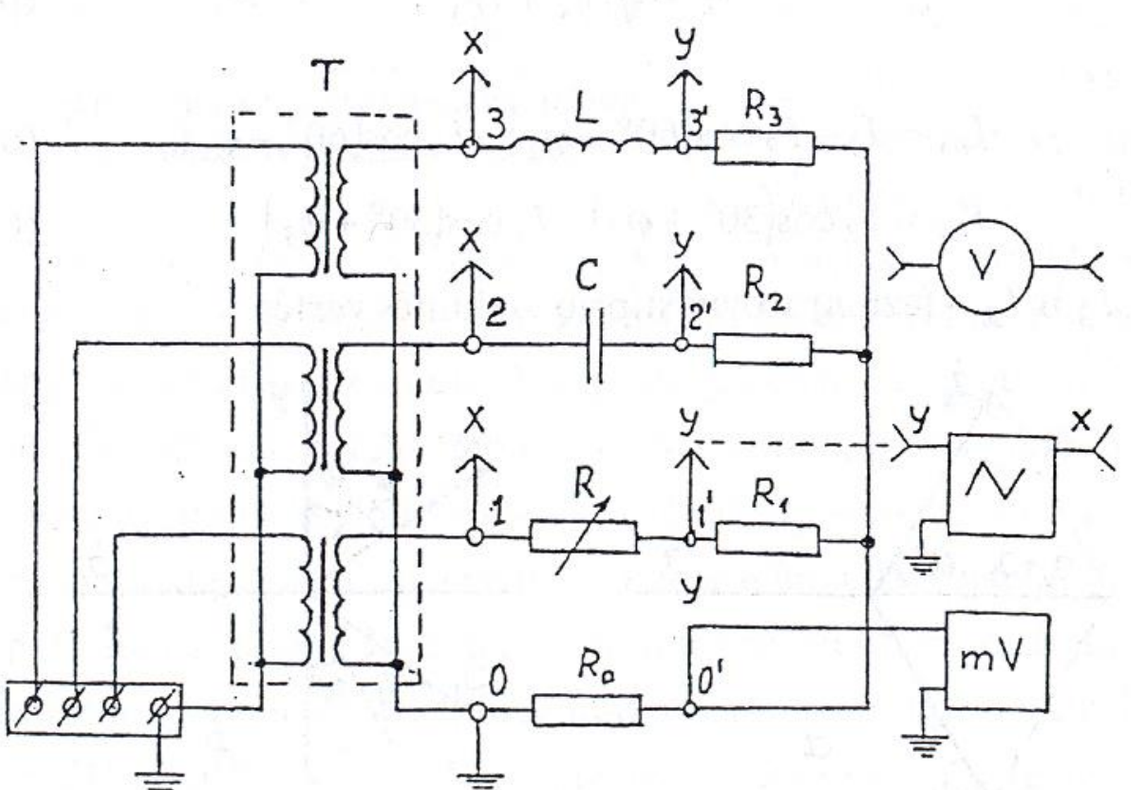
Matavimo metodas. Matavimo schema vaizduojama 61 pav. Trifazės srovės šaltinį T sudaro trys žeminantys įtampą transformatoriai, kurių antrinės apvijos sujungtos žvaigždės būdu. Tarpfazinės įtampos matuojamos tik izoliuotu nuo žemės prietaisu, todėl šiam tikslui naudojamas elektromechaninis voltmetras.

Fazių skirtumai tarp srovių ir įtampų matuojami oscilografu. Jie randami iš elipsės parametrų pagal (8.30) formulę. Nagrinėjamu atveju

$$\varphi_1 = 0,\ \varphi_2 = \arcsin {x_2}/{x_{02}} \text{ ir } \varphi_3 = \arcsin {x_3}/{x_{03}}.$$

Fazinių srovių stipriai randami išmatavus įtampas U_{R1}, U_{R2} ir U_{R3} varžose R_1, R_2 ir R_3. Tokiu atveju $I_1 = {U_{R1}}/{R_1}$, $I_2 = {U_{R2}}/{R_2}$ ir $I_3 = {U_{R3}}/{R_3}$. Varžos R_1, R_2 ir R_3 parinktos vienodos, o varža R_0 yra daug mažesnė už jas.

Srovės stipris nuliniame laide randamas dviem būdais: panaudojus (6.81), (6.82) ir (6.83) formules ir išmatavus įtampą U_{R0} varžoje R_0. Pirmuoju būdu gautas vertes žymime I_0, o antruoju I_{0R}.



61 pav. **Trifazės srovės tyrimo schema**

Eksperimentas. Elektromechaniniu voltmetru išmatuojame linijines įtampas U_{12}, U_{13} ir U_{23} bei fazines įtampas $U_{1'}, U_{2'}$ ir $U_{3'}$. Įtampą U_{R0} varžoje R_0 išmatuojame milivoltmetru. Pavaizdavę įtampų vektorinę diagramą, patikriname sąryšius tarp fazinių ir linijinių įtampų. Tiriame srovės stiprio nuliniame laide priklausomybę nuo ominės varžos R. Oscilografe išmatuojame fazių skirtumus φ_2 ir φ_3. Po to matuojame įtampas U_{R0}, U_{R1}, U_{R2} ir U_{R3}, esant įvairioms varžos R vertėms. Matavimų rezultatus rašome į lentelę:

R	U_{R0}	U_{R1}	U_{R2}	U_{R3}	I_1	I_2	I_3	I_{R0}	I_0

Analogišką tyrimą atliekame esant tik ominei apkrovai, kai $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 0$. Šiuo tikslu kondensatoriaus ir ritės gnybtus sujungiame trumpai. Abiem atvejais gautas $I_{0R} = f(R)$ ir $I_0 = f(R)$ priklausomybes pavaizduojame grafiškai.

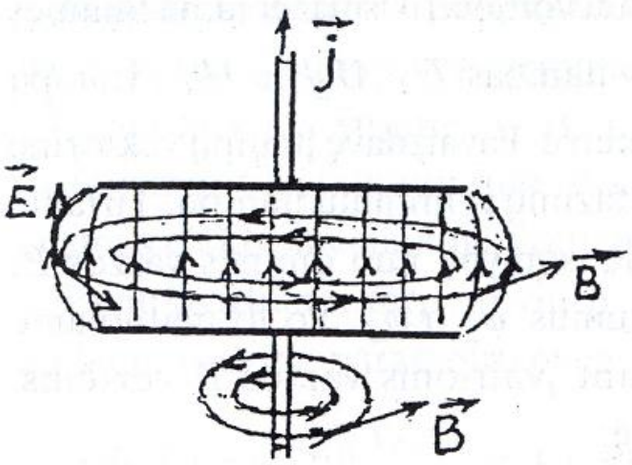
7. ELEKTROMAGNETINIS LAUKAS

7.1. SLINKTIES IR LAIDUMO SROVIŲ MEDŽIAGOJE SANTYKIO PRIKLAUSOMYBĖS NUO ELEKTRINIO LAUKO DAŽNIO TYRIMAS

Užduotis. 1. Ištirti laidumo ir slinkties srovių stiprių santykio priklausomybę nuo elektrinio lauko dažnio. 2. Rasti tiriamo dielektriko dielektrinę skvarbą ir ominę varžą.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Gauso dėsnis. 2. Srovės tolydumo lygtis. 3. Pilnutinės srovės Ampero dėsnis. 4. Talpinė varža.

Slinkties srovė. Tekant srovei laidininku, sukuriamas magnetinis laukas jo viduje ir aplinkoje. Jeigu į grandinę įjungtas kondensatorius, magnetinis laukas sukuriamas ir tarp jo plokštelių. Čia krūvininkų judėjimo nėra, kinta tik elektrinio lauko stipris $E = E_0 e^{2\pi\nu t}$. Magnetinį lauką sukuria ne tik judantys krūviai, bet ir kintantis elektrinis laukas. Tarkime,



62 pav. **Elektrinis ir magnetinis laukai tarp kondensatoriaus plokštelių**

kondensatoriaus plokštelės krūvis q didėja (62 pav.). Pagal Gauso dėsnį,

$$q = \varepsilon\varepsilon_0 \oint_0 \left(\vec{E}_1 \overrightarrow{dS}\right); \qquad (7.1)$$

čia ε – dielektrinė skvarba, ε_0 – elektrinė konstanta. S – laisvai pasirinktas uždaras paviršius, gaubiantis plokštelę, $\overrightarrow{dS} = \vec{n}dS$ – ploto elementas, $\vec{n}$ – vienetinis normalės vektorius pasirinktame paviršiaus taške.

Išdiferencijavę šią lygtį pagal laiką, gausime

$$\frac{dq}{dt} = \varepsilon\varepsilon_0 \oint_S \left(\frac{\overrightarrow{dE}}{dt}, \overrightarrow{dS} \right). \qquad (7.2)$$

Pagal krūvio tvermės dėsnį,

$$\frac{dq}{dt} = -\oint_S \left(\vec{j}, \overrightarrow{dS}\right); \qquad (7.3)$$

čia $\vec{j}$ – laidumo srovės tankis. Sulyginę šių lygčių dešiniąsias puses gausime

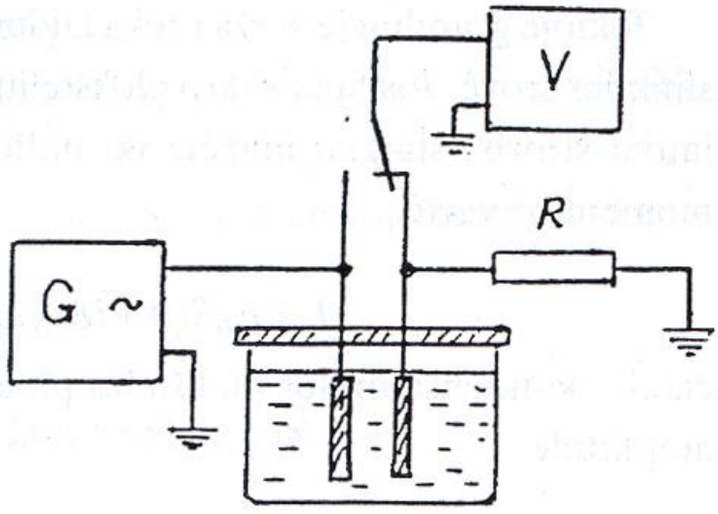
$$\oint_S \left(\vec{j} + \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\overrightarrow{dE}}{dt}, \overrightarrow{dS} \right) = 0. \qquad (7.4)$$

Taigi antrasis narys turi srovės tankio dimensiją:

$$\vec{j}_S = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}. \qquad (7.5)$$

Jis vadinamas slinkties srovės tankiu. Laidu energiją perneša laidumo srovė, o tarp kondensatoriaus plokštelių – slinkties srovė. Ji, kaip ir laidumo srovė, sukuria magnetinį lauką.

Tyrimo metodas. Tiriame plokščiąjį kondensatorių, kurio dielektriko elektrinį laidumą galima nesunkiai išmatuoti. Tyrimų aparatūros schema vaizduojama 63 pav. Į indą su skystu dielektriku panardintos lygiagrečios metalinės plokštelės sudaro tiramą kondesatorių. Jis nuosekliai sujungtas su sinusinės įtampos generatoriumi G ir žinomo dydžio varža R. Voltmetru matuojame įtampą U_R šioje varžoje ir U – generatoriaus išėjime. Ištiriame srovės stiprio $I = U_R/R$ priklausomybę nuo elektrinio lauko dažnio ν.



63 pav. **Matavimo schema**

Panagrinėkime, kaip slinkties srovės stipris priklauso nuo harmoningai kintančio elektrinio lauko dažnio. Tokiu atveju elektrinio lauko stiprio kitimas aprašomas funkcija

$$E(t) = E_0 e^{i2\pi\nu t} . \tag{7.6}$$

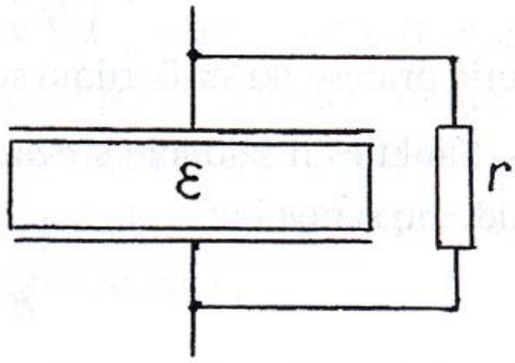
Įrašę į (7.5) gausime, kad slinkties srovės tankis

$$j_S = i\varepsilon\varepsilon_0 2\pi\nu e^{i2\pi\nu t} . \tag{7.7}$$

Tarp tiriamo kondensatoriaus plokštelių teka ir tam tikra laidumo srovė. Pagal Omo dėsnį, jos tankis $j_l = \sigma E$, todėl bendras srovės tankis

$$j = (\sigma + i\varepsilon\varepsilon_0 2\pi\nu) E_0 e^{i2\pi\nu t} . \tag{7.8}$$

Kondensatorius, kurio dielektrikas turi ne begalinę varžą r, ekvivalentiškas sistemai, sudarytai iš kondensatoriaus su nelaidžiu dielektriku, turinčiu tą pačią dielektrinę skvarbą ε, ir lygiagrečiai prijungtos ominės varžos r (64 pav.).



64 pav. **Tiriamo kondensatoriaus ekvivalentinė schema**

Tokioje grandinėje varža r teka laidumo srovė, o kondensatoriumi – slinkties srovė. Jos tankis tarp plokštelių visur vienodas, o už jų, kaip ir lauko stipris, staigiai mažėja iki nulio. Tokiu atveju srovės stiprio momentinė vertė

$$\dot{I} = E_0 S(\sigma + i\varepsilon\varepsilon_0 2\pi\nu)e^{i2\pi\nu t}; \tag{7.9}$$

čia S – kondensatoriaus plokštelės plotas. Srovės stiprio kompleksinė amplitudė

$$\dot{I}_0 = E_0 S(\sigma + i\varepsilon\varepsilon_0 2\pi\nu). \tag{7.10}$$

Jeigu įtampos tarp kondensatoriaus plokštelių amplitudė U_0, tai $E_0 = \frac{U_0}{d}$. Dielektriko savitasis elektrinis laidumas $\sigma = \frac{d}{rS}$, kondensatoriaus geometrinė talpa $C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$. Atsižvelgę į tai, užrašysime

$$\dot{I}_0 = U_0\left(\frac{1}{r} + i\varepsilon 2\pi\nu C_0\right). \tag{7.11}$$

Taigi srovės stiprio efektinė vertė

$$I = U\sqrt{\frac{1}{r^2} + \left(i2\pi\nu\varepsilon C_0\right)^2}. \tag{7.12}$$

Iš čia gausime

$$\left(\frac{I}{U}\right)^2 = \frac{1}{r^2} + (2\pi\varepsilon C_0\nu r)^2. \tag{7.13}$$

Pavaizdavę grafiškai $\left(\frac{I}{U}\right)^2$ priklausomybę nuo ν^2, gausime tiesę, kurią pratęsę iki susikirtimo su ordinačių ašimi rasime $\frac{1}{r^2}$ vertę.

Slinkties ir laidumo srovių stiprių santykis lygus talpinio ir ominio laidumų santykiui:

$$\beta = 2\pi\varepsilon C_0\nu r. \tag{7.14}$$

Padaliję (7.13) lygties abi puses iš $\frac{1}{r^2}$ gausime

$$\beta = \sqrt{\left(\frac{I}{U}r\right)^2 - 1}\,. \qquad (7.15)$$

Grafiškai pavaizdavę $\beta(\nu)$ priklausomybę, apskaičiuojame pagal (7.14) lygtį dielektrinę skvarbą.

8. MATAVIMŲ METODAI

8.1. AMPERMETRO IR VOLTMETRO TYRIMAS

Užduotis. 1. Rasti nežinomo prietaiso srovės ir įtampos konstantas. 2. Ištirti srovės konstantos priklausomybę nuo šunto varžos ir įtampos konstantos priklausomybę nuo papildomos varžos.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Srovės rėmelis magnetiniame lauke. 2. Magnetoelektriniai ir elektrodinaminiai srovės matavimo prietaisai. 3. Ampermetro ir voltmetro įtakos srovių ir įtampų pasiskirstymui grandinėje įvertinimas.

Srovės ir įtampos konstantų radimas. Srovės šaltinį, įtampos daliklį R, voltmetrą V, dekadinį varžyną R_p ir tiriamą prietaisą A sujungiame pagal 65 pav. pavaizduotą schemą. Įtampos daliklio paskirtis – tolydinis įtampos keitimas. Jį sudaro slankvaržė (reostatas), prijungta prie srovės šaltinio ir voltmetro. Jeigu srovės šaltinio gnybtų įtampa U_0, o slankvaržės varža R, tai ja tekančios srovės stipris $I = U_0/R$. Kai voltmetro varža $R_v >> R_n$, jam tiekiama įtampa $U_v = IR_x$; čia R_x – slakvaržės dalies, prijungtos prie voltmetro, varža. Nagrinėjamos schemos atveju, stumiant slankiklį į kairę, R_x ir įtampa U_v mažės, o stumiant į dešinę – didės. Įtampą U_v ir dekadinio varžymo varžą $R_p = R_{p1}$ parenkame taip, kad tiriamo prietaiso rodyklė nukryptų beveik per visą skalę. Tarkime, tada voltmetras rodo įtampą U_1, o rodyklės nuokrypis yra n_1 padalų. Kadangi voltmetras prijungtas prie tiriamo prietaiso ir varžos lygiagrečiai, tai

$$U_1 = I_1 R_1 + I_1 R_i\,; \qquad (8.1)$$

čia R_i – tiriamojo prietaiso varža, I_1 – srovės, tekančios juo ir varža R_1.

Po to pakeičiame varžą R_p taip, kad prietaiso rodyklė atsidurtų maždaug ties skalės viduriu. Tarkime, tada $R_p = R_{p2}$, srovės stipris I_2, rodyklės nuokrypis n_2, o voltmetras rodo įtampą U_2. Tokiu atveju

$$U_2 = I_2 R_{p2} + I_2 R_i . \tag{8.2}$$

Tiriamo prietaiso srovės konstanta (padalos vertė) C_i parodo, koks srovės stipris atitinka vieną padalą. Jeigu srovės stiprį I_1 atitinka n_1 padalų, o $I_2 - n_2$, tai

$$I_1 = C_i n_1 \tag{8.3}$$

ir

$$I_2 = C_i n_2 . \tag{8.3a}$$

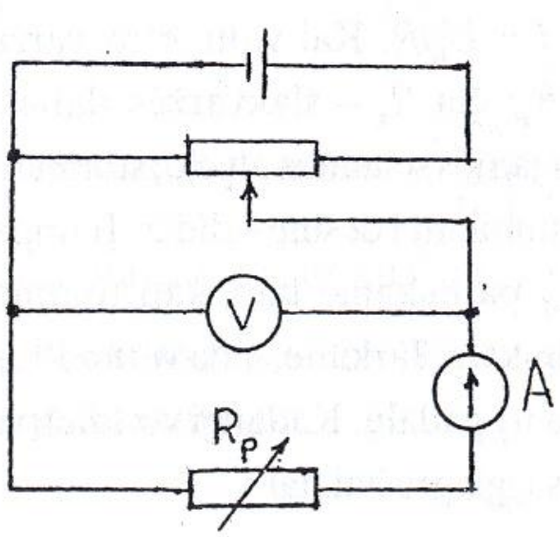
Dydis, atvirkščias srovės konstantai, vadinamas srovės jautriu.

Iš (8.1) – (8.3a) lygčių gausime:

$$R_i = \frac{n_1 R_{p_1} U_2 - n_2 R_{p_2} U_1}{U_1 n_2 - U_2 n_1} \tag{8.4}$$

ir

$$C_i = \frac{U_1 n_2 - U_2 n_1}{n_1 n_2 \left(R_{p1} - R_{p2} \right)} . \tag{8.5}$$



65 pav. **Srovės bei įtampos nustatymo ir voltmetro tyrimo schema**

Tekant prietaisu I stiprio srovei, jo gnybtų įtampa

$$U = IR_i = C_i n R_i . \tag{8.6}$$

Prietaiso įtampos konstanta C_u parodo, kokia įtampa atitinka vieną padalą, todėl

$$U = C_u n. \tag{8.7}$$

Iš (8.6) ir (8.7) lygčių gauname

$$C_u = C_i R_i . \qquad (8.8)$$

Matome, kad tuo pačiu prietaisu galima matuoti ir srovę, ir įtampą. Kitaip tariant, panaudoti ir kaip ampermetrą, ir kaip voltmetrą. Didžiausia įtampa ir stipriausia srovė, kurią galima matuoti prietaisu, vadinama matavimo riba.

Ampermetro ir voltmetro matavimo ribų praplėtimas. Jeigu matavimo prietaiso srovės konstanta C_i, įtampos – C_u, o skalė turi n_m padalų, tai juo galima išmatuoti srovę, ne stipresnę kaip $I_m = C_i n_m$, ir įtampą, ne didesnę kaip $U_m = C_u n_m$.

Srovės matavimo prietaisas, pavyzdžiui, miliampermetras arba ampermetras, į grandinę jungiamas nuosekliai, todėl jo varža R_i turi būti daug mažesnė už grandinės varžą. Tik tokiu atveju jis neturės didesnės įtakos srovės stipriui matuojamoje grandinėje. Įtampos matavimo prietaisas, pavyzdžiui, milivoltmetras arba voltmetras, jungiamas lygiagrečiai prie matuojamos grandinės, todėl jo varža turi būti daug didesnė negu grandinės. Tik tokiu atveju jis neturės didesnės įtakos įtampų pasiskirstymui.

Įtampos matavimo ribos keitimas. Apskaičiuosime, kokią varžą R_p reikia prijungti nuosekliai prie prietaiso A, kad galėtume išmatuoti įtampą U, didesnę už jo ribinę matavimo vertę. Įtampa U, kurią rodo voltmetras V, yra įtampų prietaise A ir varžoje R_p suma, todėl

$$U = C_i n(R_i + R_p) . \qquad (8.9)$$

Taip sudaryto volmetro įtampos konstanta

$$C_V = \frac{U}{n} . \qquad (8.10a)$$

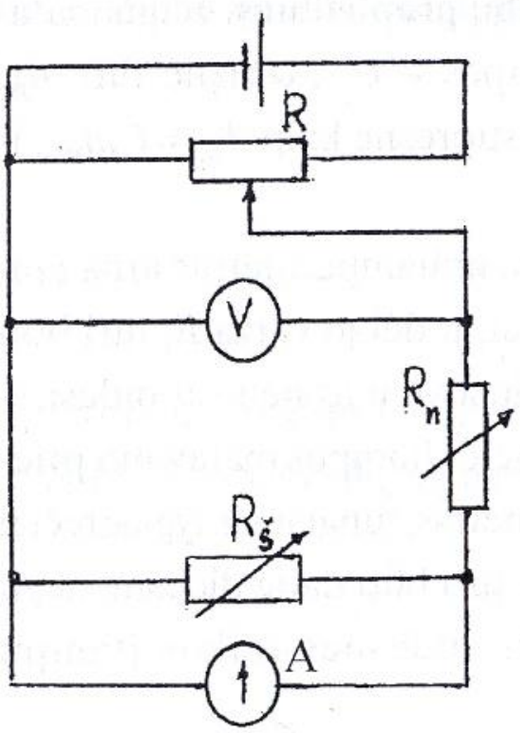
Padaliję abi (8.9) lygybės puses iš n, gausime

$$C_V = C_i (R_i + R_p) . \qquad (8.10b)$$

Prietaiso gnybtų įtampa $U_A = C_i n R_i$, todėl, panaudoję (8.9) išraišką, užrašysime

$$R_p = R_i\left(\frac{U}{U_A} - 1\right). \qquad (8.11)$$

Matavimus atliekame pagal 65 pav. pavaizduotą schemą. Ištyrę įtampos konstantos priklauosmybę nuo papildomos varžos R_p, pavaizduojame ją grafiškai. Matavimo duomenis palyginame su apskaičiuotais pagal (8.10b) formulę.



66 pav. **Ampermetro tyrimo schema**

Srovės matavimo ribų praplėtimas. Norėdami išmatuoti srovę, stipresnę negu $C_i n_m$, prietaisą šuntuojame tam tikra varža $R_Š$ (66 pav.). Taip sudarome reikiamo jautrio ampermetrą.

Tokiu atveju grandine tekančios srovės stipris yra didesnis negu tekančios prietaisu A. Tarkime, grandine teka I stiprio srovė, prietaisu – I_i, o šuntuojančia varža – $I_š$. Pagal pirmąją Kirchhofo taisyklę,

$$I = I_i + I_š. \qquad (8.12)$$

Jeigu prietaiso rodyklė nukrypusi n padalų, tai ampermetro srovės konstanta

$$C_A = \frac{I}{n}. \qquad (8.13)$$

Kadangi prietaiso srovės konstanta C_i žinoma, tai

$$I_i = C_i n. \qquad (8.14)$$

Įtampa varžoje $R_Š$ lygi įtampai tarp prietaiso gnybtų:

$$I_š R_š = I_i R_i. \qquad (8.15)$$

Kuo stipresnę srovę norėsime išmatuoti, tuo mažesnę varžą $R_Š$ turėsime prijungti lygiagrečiai prie prietaiso A.

Išnagrinėkime, kaip ampermetro srovės konstanta priklauso nuo šuntuojančios varžos $R_Š$.

Iš (8.12) ir (8.15) lygčių gausime, kad

$$I = I_i\left(1+\frac{R_i}{R_Š}\right). \tag{8.16}$$

Jeigu nuosekliai prijungta varža R_n, o voltmetras rodo įtampą U, tai

$$I = \frac{U}{R_n + R_A}; \tag{8.17}$$

čia

$$R_A = \frac{R_Š R_i}{R_Š + R_i} \tag{8.18}$$

yra ampermetro vidinė varža. Jo srovės konstanta

$$C_A = \frac{U}{n(R_n + R_A)}. \tag{8.19}$$

Tarkime, ampermetro matavimo ribą reikia padidinti iki $I_A = C_A n_m$. Atitinkamą $R_Š$ vertę apskaičiuosime pagal formulę, gautą iš (8.13), (8.14) ir (8.16) išraiškų:

$$R_Š = \frac{R_i C_i}{C_A - C_i}. \tag{8.20}$$

Iš čia

$$C_A = C_i\left(1+\frac{R_i}{R_Š}\right). \tag{8.21}$$

Ištiriame ampermetro srovės konstantos priklausomybę nuo šuntuojančios varžos $R_Š$ ir pavaizduojame ją grafiškai funkcija $C_A = f\left(\frac{1}{R_Š}\right)$. Matavimų duomenis surašome į lentelę ir palyginame juos su apskaičiuotais pagal (8.21) formulę.

$R_Š$	n	$I_Š$	U	R	C_A	
					Eksp.	Teor.

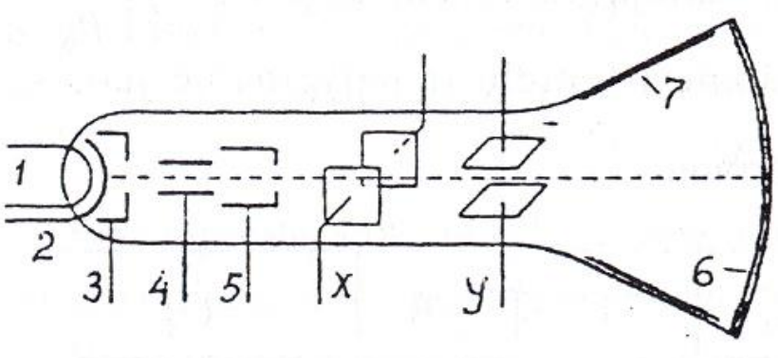
8.2. ELEKTRINIŲ DYDŽIŲ MATAVIMAS OSCILOGRAFU

Užduotys. 1. Išmatuoti įtampą oscilografu ir voltmetru. 2. Išmatuoti fazių skirtumą tarp srovės ir įtampos. 3. Išmatuoti kintamosios srovės dažnį laiko skleistinės ir Lisažu figūrų metodais.

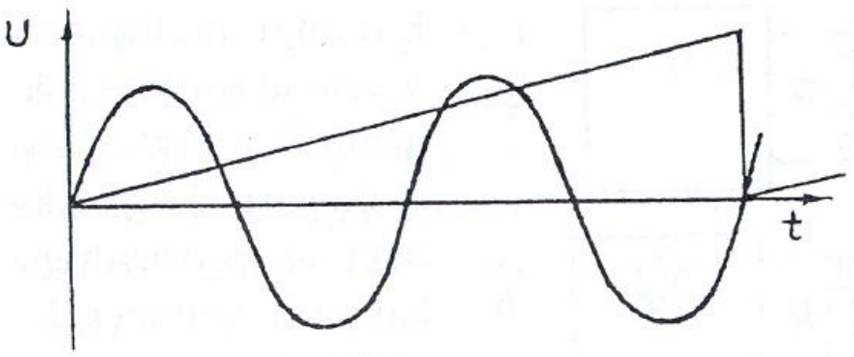
Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Elektroninio spindulio fokusavimo būdai. 2. Elektroninis oscilografas, elektroninio vamzdelio struktūra. 3. Elektroninio spindulio nuokrypio kreipiamųjų plokštelių lauke apskaičiavimas.

Elektroninis oscilografas. Elektroniniu oscilografu vadinamas prietaisas, skirtas dviejų arba daugiau dydžių, transformuotų į elektrinius signalus, tarpusavio funkcinio sąryšio vizualizavimui ir registravimui. Oscilografai plačiai naudojami dydžių kitimui laiko atžvilgiu registruoti. Dviejų dydžių tarpusavio priklausomybė vaizduojama oscilografo ekrane stačiakampėje koordinačių sistemoje. Šis vaizdas vadinamas oscilograma.

Pagrindinis oscilografo elementas – elektroninis vamzdis. Tai elektroninio pluošto gavimo, fokusavimo ir valdymo įrenginys. Oscilografuose dažniausiai naudojami elektroninės fokusavimo sistemos vamzdžiai. Tokios sistemos vamzdžio struktūrinė schema vaizduojama 67 pav. Kaitintuvu (1) kaitinamas katodas (2) apgaubtas cilindro su maža kiauryme pagrindo centre formos elektrodo (3), vadinamo tinkleliu. Katodo emituoti elektronai, pataikę į tinklelio angą, lekia pro cilndro formos anodus (4) ir (5) ekrano (6) link. Tinkleliui suteikiamas neigiamas potencialas katodo atžvilgiu. Jį keičiant reguliuojamas pluošto intensyvumas, o kartu ir elektronų sukeltos ekrano liuminescencijos intensyvumas. Elektrinis laukas tarp tinklelio ir pirmojo anodo (4) sudaro vadinamąjį objektyvinį lęšį, kuris surenka elektronus į vieną tašką. Elektronai toliau juda prasiskleidžiančiu pluoštu ir patenka į elektrinį lauką tarp pirmojo (4) ir antrojo (5) anodų. Šis laukas, vadinamas okuliariniu lęšiu, surenka elektronus į vieną tašką ties ekrano paviršiumi. Fokusuojama keičiant pirmojo anodo įtampą antrojo atžvilgiu.



67 pav. **Oscilografo elektroninio vamzdžio struktūrinė schema**



68 pav. **Pjūklinės ir tiriamo signalo įtampų grafikai**

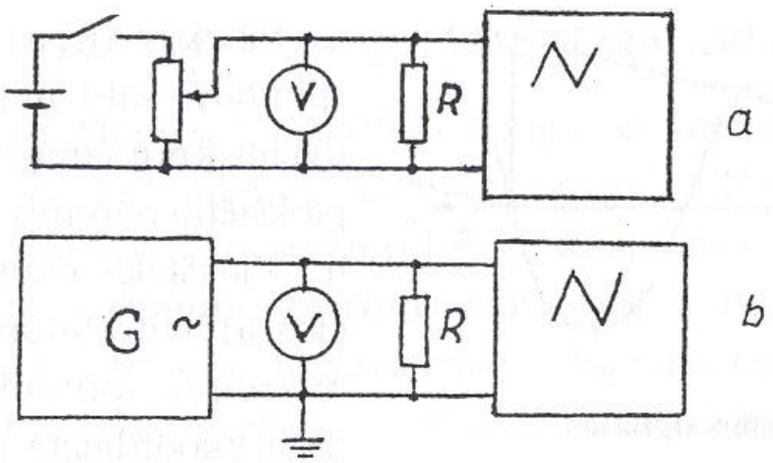
Elektroninis spindulys valdomas dviem kreipiamųjų plokštelių poromis x ir y. Plokštelės, esančios arčiau anodo, nukreipia spindulį pagal y koordinatę, o esančios toliau – pagal x koordinatę. Vamzdžio sienelės iš vidaus, nuo valdymo plokštelių iki ekrano, padengtos laidžiu sluoksniu, kuris surenka ekrano emituotus antrinius elektronus.

Dydžių kitimui laiko atžvilgiu stebėti į horizontalaus nuokrypio plokšteles siunčiama periodinė įtampa, tiesiškai priklausanti nuo laiko ir vadinama pjūkline. Tokiu atveju įtampa tiesiškai didėja ir per laiką, daug trumpesnį už jos periodą, sumažėja iki nulio. Jos grafikas vaizduojamas 68 pav. Veikiant tokiai įtampai, elektroninio spindulio dėmelė juda tolygiai x kryptimi ir staigiai grįžta į pradinę padėtį. Dėmelės judėjimo sparta apibūdinama skleistinės konstanta, parodančia, kokia dėmelės judėjimo trukmė atitinka vieną centimetrą, pavyzdžiui, 5 ms/cm.

Matavimai. Pradedant matavimus, kalibruojame y įėjimo stiprintuvą, sinchronizacijos režimų perjungiklį nustatome padėtyje „Kalibr“ ir sujungiame y įėjimą su kalibrinio signalo lizdu. Reguliuodami jautrį rankenėle „Stiprinimas“, nustatome elektroninio pėdsako pagal y koordinatę ilgį, numatytą prietaiso techniniame pase. Oscilografui CI – 54 šis ilgis lygus 4 cm. Jautrio diapazonų perjungikliu nustatome įtampos konstantą $k_y(V/cm)$, atitinkančią matuojamą įtampą.

Matuojame nuolatinę įtampą pagal 69 pav., a, pavaizduotą schemą. Tokiu atveju y įėjimo skiriamasis kondensatorius turi būti atjungtas. Įjungiame laiko skleistinę, kad būtų patogiau įvertinti elektroninio spindulio vertikalųjį poslinkį. Jeigu šis poslinkis lygus y, tai matuojamoji įtampa $U = k_y y$.

Kintamąją įtampą matuojame pagal 69 pav., b, pavaizduotą schemą, įjungę y įėjimo skiriamąjį kondensatorių ir laiko skleistinės režimą.



69 pav. **Įtampos matavimas oscilografu**

Kadangi matuojame harmoningai kintančią įtampą, tai elektroninio spindulio pėdsako aukštis y proporcingas dvigubai jos amplitudei. Jos efektinė vertė

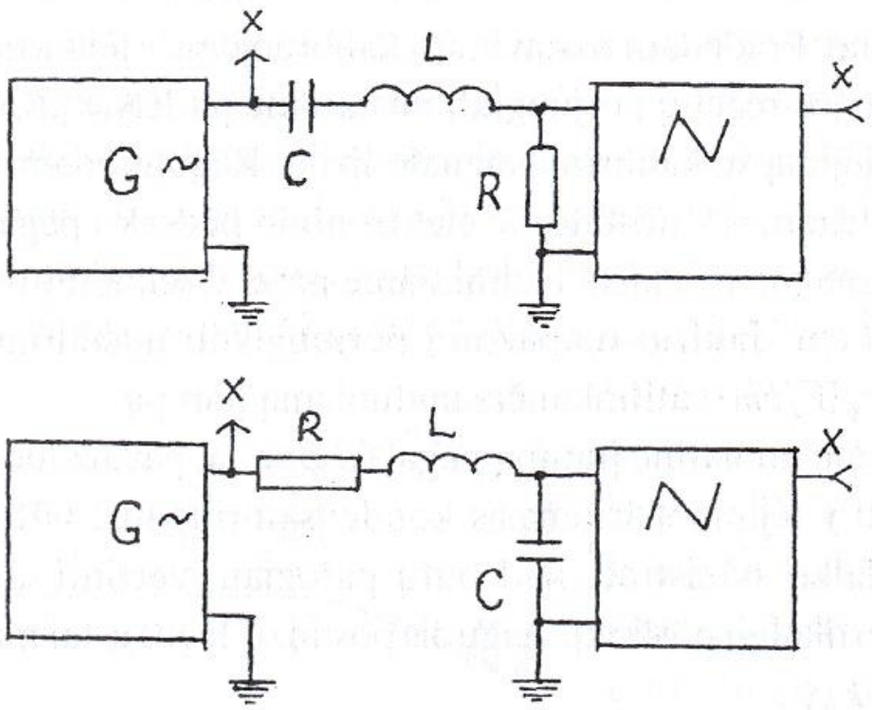
$$U = \frac{k_y y}{2\sqrt{2}}. \qquad (8.22)$$

Palyginame įtampų, išmatuotų voltmetru ir oscilografu, vertes. Pagal Omo dėsnį, žinodami varžos R reikšmę, apskaičiuojame srovės stiprį.

Fazių skirtumo tarp srovės ir įtampos RLC grandinėje matavimo schemos vaizduojamos 70 pav. Oscilografą nustatome darbo režimu „x stiprinimas“, kad ekrane matytume šviesų tašką. Į y įėjimą siunčiame įtampą U_a nuo ominės varžos arba įtampą U_C – nuo kondensatoriaus. Įtampos U_R ir srovės stiprio fazės sutampa, o U_C – atsilieka ketvirčiu periodo.

Panagrinėkime pirmąjį atvejį. Kadangi įtampos fazė atskaitoma srovės atžvilgiu, tai pagal pradinę sąlygą, atitinkančią $I = 0$, kai $t = 0$, užrašysime $I = I_0 \sin\omega t$; $U_R = U_{0R} \sin\omega t$ ir

$$y = y_0 \sin \omega t. \qquad (8.23)$$



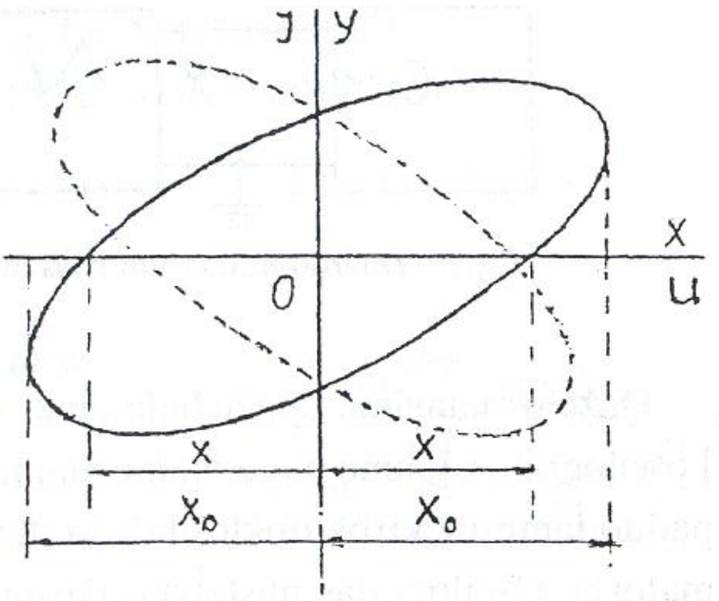
70 pav. **Fazių skirtumo matavimo statmenų svyravimų sudėties metodu schemos**

Į oscilografo x įėjimą patiekta generatoriaus gnybtų įtampa. Jeigu fazių skirtumas tarp srovės ir įtampos lygus φ, tai $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$ ir atitinkamai

$$x = x_0 \sin(\omega t + \varphi). \quad (8.24)$$

Oscilografo ekrane matysime elipsę (71 pav.).

Šiuo atveju pradinę sąlygą $t = 0$ atitinka $x = x_0 \sin\varphi$, todėl



71 pav. **Fazių skirtumo apskaičiavimo pagal elipsės parametrus schema**

$$\varphi = \arcsin\frac{x}{x_0}. \quad (8.25)$$

Esant tam tikram dažniui, $\varphi = 0$ ir elipsė virsta tiese. Tai galima panaudoti fazinio kampo ženklui nustatyti, nes didesnių dažnių srityje $\varphi > 0$, o mažesnių – $\varphi < 0$.

Kai į y įėjimą patiekta įtampa nuo kondensatoriaus, fazių skirtumas tarp jos ir generatoriaus įtampos lygus $\varphi + \pi/2$. Atitinkamas elektrinio spindulio poslinkis

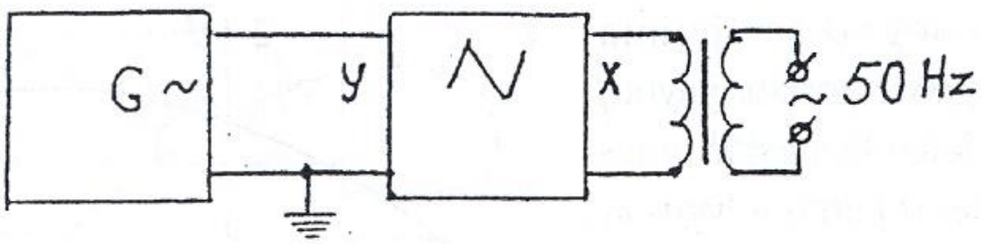
$$x = x_0 \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) = x_0 \cos(\omega t + \varphi). \quad (8.26)$$

Kai $t = 0, x = x_0 \cos\varphi$ ir $y = 0$. Taigi

$$\varphi = \arccos\frac{x}{x_0}. \quad (8.27)$$

Šiuo atveju elipsės ašių orientacija priklauso ne tik nuo φ dydžio, bet ir ženklo. Kai $\varphi = 0$, elipsės ašys orientuotos pagal abscisę ir ordinatę. Elipsės, pavaizduotos punktyru ir ištisine linija, atitinka priešingų ženklų fazių skirtumus.

Išmatuotą fazių skirtumą palyginame su apskaičiuotu pagal grandinės parametrus naudojant (6.20) formulę.



72 pav. **Dažnio matavimo Lisažu figūrų metodu schema**

Dažnio matavimo Lisažu figūrų metodu schema vaizduojama 72 pav. Į oscilografo *y* įėjimą paduodame matuojamo dažnio įtampą. Į *x* įėjimą paduodame elektros tinklo dažnio įtampą per žeminantįjį transformatorių. Oscilografas nustatytas darbo režimu „*x* stiprinimas“. Užrašome generatoriaus dažnių skalės vertes, ties kuriomis matome stabilias Lisažu figūras. Kai dažniai *x* ir *y* įėjimuose vienodi, ekrane matome elipsę arba apskritimą. Kai dažnis *y* įėjime dvigubai didesnis, matome gulsčią aštuoniukės formos figūrą. Didindami generatoriaus įtampos dažnį, įsitikiname, kad uždarų kontūrų *x* ašies kryptimi skaičius lygus šių dažnių santykiui. Kai dažnis *x* įėjime didesnis negu *y*, uždari kontūrai išsidėsto išilgai *y* ašies. Dažnių ir kontūrų skaičių vertes surašome į lentelę.

Matuojame dažnį laiko skleistinės metodu. Atjungę įtampą nuo *x* įėjimo, perjungiame oscilografą į laiko skleistinės režimą. Skleistinės trukmės tolydaus reguliavimo rankenėlę nustatome fiksuotoje padėtyje, pažymėtoje „Kalibr“. Tik šioje padėtyje galioja skleistinės konstantų vertės, užrašytos prie jų perjungiklių. Stabilų oscilogramos vaizdą gauname reguliuodami atitinkamomis rankenėlėmis skleistinės paleidimo įtampą (lygmenį) ir režimą. Išmatuojame dažnius, kuriems esant buvo gautos stabilios Lisažu figūros. Dažnį apskaičiuojame pagal formulę

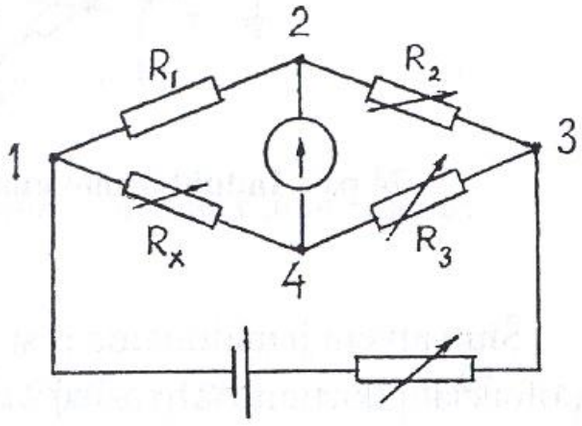
$$\nu = \frac{n}{xk_t}; \tag{8.28}$$

čia k_t – skleistinės konstanta, n – periodų skaičius, x – jį atitinkantis spindulio poslinkis *x* ašies kryptimi.

8.3. VARŽOS, INDUKTYVUMO IR TALPOS MATAVIMAS VITSTONO TILTELIU

Užduotys. Vitstono tilteliu išmatuoti ričių omines varžas bei induktyvumus ir kondensatorių talpas.

Pagrindiniai teoriniai klausimai.
1. Kirchhofo taisyklės nuolatinės ir kintamosios srovės grandinėms.
2. Fazių skirtumas tarp srovės ir įtampos kintamosios srovės grandinėje.
3. Talpinės ir induktyviosios varžų fizikinė prasmė.



73 pav. **Ominės varžos matavimo Vitstono tilteliu schema**

Tyrimo metodas. Vitstono tiltelio metodo esmę sudaro dviejų kontūro taškų potencialų sulyginimas. Tiltelio ominės varžos matavimo schema vaizduojama 73 pav. Tiltelio įtampą ir bendrą srovę I keičiame parinkdami varžą R. Varžą R_x reikia išmatuoti, o kintamųjų varžų R_1, R_2 ir R_3 vertės žinomos. Jos parenkamos tokios, kad potencialų tarp taškų 2 ir 4 skirtumas (įtampa) U_{24} būtų lygus nuliui. Jo nuliniu indikatoriumi gali būti bet koks jautrus nuolatinės srovės arba įtampos matavimo prietaisas. Kai $U_{24}=0$, tiltelis subalansuotas ir srovė atšaka, jungiančia taškus 2 ir 4, neteka. Tokiu atveju rezistoriais R_1 ir R_2 teka to paties stiprio srovė I_1, o R_x ir R_3– R_2. Taikydami antrąją Kirchhofo taisyklę kontūrams 1, 2, 4 ir 2, 3, 4, užrašysime

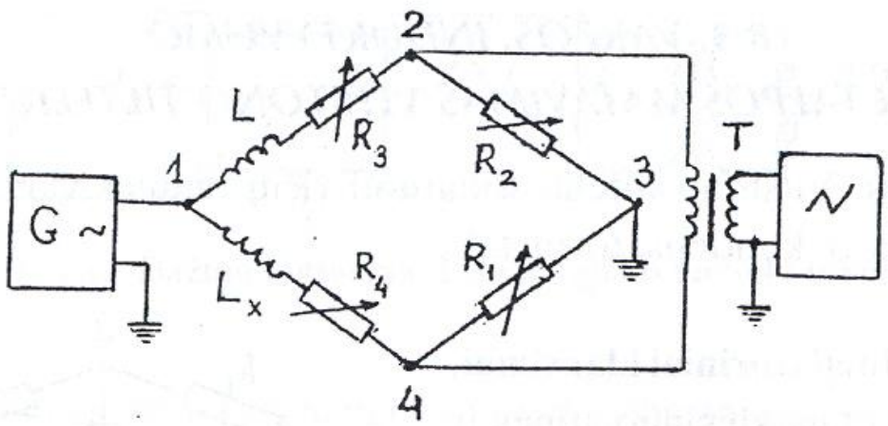
$$I_1R_1 = I_2R_x, \tag{8.29}$$

$$I_1R_2 = I_2R_3. \tag{8.30}$$

Taigi ieškoma varža

$$R_x = R_3\frac{R_1}{R_2}. \tag{8.31}$$

Induktyvumo matavimo schema vaizduojama 74 pav.



74 pav. **Induktyvumo matavimo Vitstono tilteliu schema**

Šiuo atveju ji maitinama iš sinusoidinės įtampos generatoriaus G, o potencialų skirtumo tarp taškų 2 ir 4 indikatorius yra oscilografas. Signalą į y ieįimą siunčiame per skiriamąjį transformatorių T. Taip išvengiame schemos trumpinimo per įžeminimą. L_x – ieškomas induktyvumas, o L – žinomas.

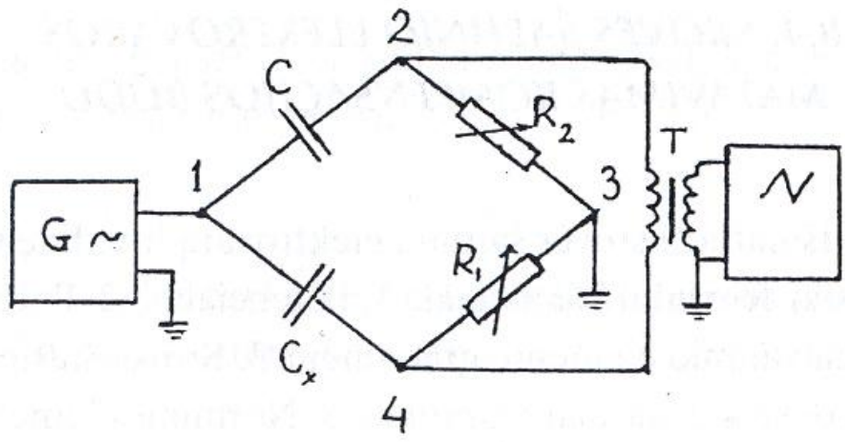
Kai tiltelis subalansuotas, įtampa tarp taškų 2 ir 4 turi būti lygi nuliui kiekvienu laiko momentu. Tokiu atveju įtampų tarp taškų 1, 2 ir 1, 4 **amplitudės ir fazės turi būti vienodos**. Varžų R_3 ir R_4 paskirtis – suvienodinti įtampą tarp taškų 1–2 ir 1–4 fazes. Tai pasiekiama, kai induktyviųjų ir ominių varžų santykiai šiose grandinės dalyse tampa vienodi. Pradedant matavimą, šios varžos nustatomos lygios nuliui ir atliekamas tilto balansavimas keičiant varžas R_1 ir R_2. Po to balansuojame didindami R_3 arba R_4 vertę ir patikslindami R_1 bei R_3 verčių parinkimą.

Kai srovės indikatoriaus grandinėje galima nepaisyti, tiltelį laikome subalansuotu. Balanso sąlygą išreikšime Kirchhofo lygtimis kontūrams 124 ir 342:

$$\dot{I}_1\left(R_4 + r_x + i\omega L_x\right) = \dot{I}_2\left(R_3 + r + i\omega L\right), \tag{8.32}$$

$$\dot{I}_1 R_1 = \dot{I}_2 R_2; \tag{8.33}$$

čia $\dot{I}_1$ ir $\dot{I}_2$ – srovių, tekančių grandinės atšakomis 143 ir 123, kompleksinės amplitudės, r_0 ir r_x – ričių L ir L_x ominės varžos. Įrašę (8.33) į (8.32), gausime



75 pav. **Kondensatoriaus talpos matavimo Vitstono tilteliu schema**

$$R_2\left(R_4 + r_x + i\omega L_x\right) = R_1\left(R_3 + r + i\omega L\right). \tag{8.34}$$

Lygybė galioja atskirai realiems ir menamiems nariams, todėl

$$R_2 i\omega L_x = R_1 t\omega L \tag{8.35}$$

arba

$$L_x = L\frac{R_1}{R_2}. \tag{8.36}$$

Talpos matavimą galima atlikti pagal paprastesnę schemą be varžų R_3 ir R_4 (75 pav.), kai nereikia atsižvelgti į dielektriko laidumą ir dielektrinius lauko energijos nuostolius. C_x yra matuojama talpa, o C – žinoma.

Tiltelio balanso sąlygą išreikšime Kirchhofo lygtimi kontūrui 124:

$$\dot{I}_1 \frac{1}{i\omega C_x} = \dot{I}_2 \frac{1}{i\omega C}. \tag{8.37}$$

Kontūrui 234 galioja (8.33) lygtis, todėl galime užrašyti

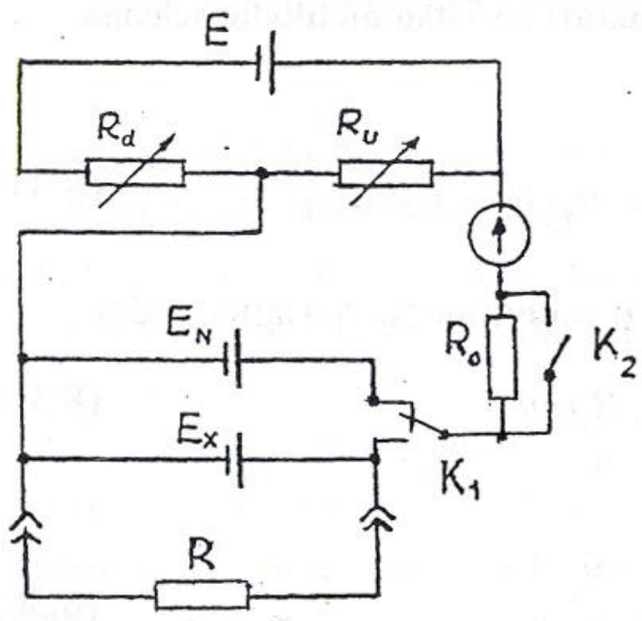
$$C_x = C\frac{R_2}{R_1}. \tag{8.38}$$

Kintamosios srovės tiltelis yra universalus, nes juo galima matuoti tiek reaktyviąsias, tiek omines varžas.

8.4. SROVĖS ŠALTINIO ELEKTROVAROS MATAVIMAS KOMPENSACIJOS BŪDU

Užduotis. Išmatuoti srovės šaltinio elektrovarą ir vidinę varžą.

Pagrindiniai teoriniai klausimai. 1. Potencialas. 2. Potencialo pasiskirstymas galvaninio elemento grandinėje. 3. Srovės šaltinio elektrovara. 4. Omo dėsnis uždarajai grandinei. 5. Norminis elementas.



76 pav. **Srovės šaltinio elektrovaros matavimo schema**

Matavimo metodas. Kompensacijos metodo esmę sudaro tai, kad matavimo metu srovė šaltiniu neteka. Principinė matavimo schema pavaizduota 76 pav. Jos pagrindiniai elementai: maitinimo šaltinis E, kintamosios varžos R_d ir R_u, nanoampermetras, žinomos elektrovaros ε_N šaltinis – norminis elementas E_N, ir nežinomos ε_x – E_x. Maitinimo šaltinio elektrovara turi būti didesnė už ε_N ir ε_x. Tarkime, jungiklis K_1 yra brėžinyje pavaizduotoje padėtyje. Tokiu atveju pagal Kirchhofo taisyklę

$$I_U R_U + I_N (r_N + r_A + R_0) = \varepsilon_N ; \qquad (8.39)$$

čia I_U ir I_N – srovių, tekančių varžos R_U ir šaltinio ε_N atšakomis, stipriai, r_N ir r_A – šaltinio ir nanoampermetro vidinės varžos, R_0 – papildoma varža srovės stipriui apriboti matavimo pradžioje. Šios lygties antrojo nario ženklas ir dydis priklauso nuo ε_N ir įtampos varžoje R_U skirtumo. Srovės stiprio I_N dydį ir kryptį keičiame parinkdami varžų R_d ir R_U santykį, kai jų suma pastovi. Tarkime, srovė šaltiniu neteka ($I_N = 0$), kai $R_U = R_I$ ir $I_U = I_I$. Tokiu atveju užrašysime

$$I_I R_I = \varepsilon_N . \qquad (8.40)$$

Įjunkime tiriamą šaltinį ir atlikime analogišką kompensaciją. Jeigu šiuo atveju srovė šaltiniu neteka, kai $R_U = R_2$, tai

$$I_1 R_2 = \varepsilon_x . \tag{8.41}$$

Srovės, tekančios varža, stipris I_1 abiem atvejais išlieka tas pats, nes suma $R_d + R_U$ yra pastovi. Iš (8.40) ir (8.41) lygčių gausime

$$\varepsilon_x = \varepsilon_N \frac{R_2}{R_1}. \tag{8.42}$$

Matavimo rezultatas nepriklauso nuo šaltinio vidinės varžos. Matuojant voltmetru, kurio varža R_V, teka tam tikro stiprio $I = \dfrac{\varepsilon}{r_x + R_V}$ srovė. Todėl gnybtų įtampa dydžiu $\Delta U = Ir_x$ mažesnė už elektrovarą.

Šaltinio vidinę varžą r rasime prijungę prie jo žinomą varžą R ir išmatavę jo gnybtų įtampą U kompensaciniu būdu. Jeigu šiuo atveju srovės indikatorius rodo nulį, kai $R_U = R_3$, tai

$$I_1 R_3 = U . \tag{8.43}$$

Iš (8.40) ir (8.43) lygčių gausime

$$U = \varepsilon_N \frac{R_3}{R_1}. \tag{8.44}$$

Kadangi $\varepsilon_x = I(R + r_x)$ ir $U = IR$, tai

$$r_x = R\left(\frac{\varepsilon_x}{U} - 1\right). \tag{8.45}$$

Eksperimentas. Kintamąsias varžas R_d ir R_U sudarome iš dviejų dekadinių varžynų. Žinomos elektrovaros šaltinio paskirčiai labiausiai tinka norminis elementas. Jis pasižymi ypatingu elektrovaros pastovumu, todėl ji žinoma net 10μV tikslumu. Pagrindiniai eksploatavimo reikalavimai – nenaudoti srovės, stipresnės už 10μA, ir laikyti tik vertikalioje padėtyje. Varža R_0 yra nanoampermetro jautrumui sumažinti pradedant kompensaciją. Kai nanoampermetro rodmenys artėja prie nulio, ją užtrumpiname jungikliu K_2. Varžų R_d ir R_U suma turi būti pastovi

ir ne mažesnė negu $10^5\Omega$, kad neviršytume srovės stiprio, leistino norminiam elementui.

Atliekant kompensaciją, palaikyti šių varžų sumos pastovumą bus daug patogiau, jeigu iš pradžių visas dekadas sustatysime ties verte, pažymėta skaičiumi 5. Varžas keičiame taip, kad tos pačios eilės dekadų verčių suma būtų lygi 10. Varžų R_d ir R_U paklaida lygi varžyno mažiausios dekados padalos reikšmei, į kurią dar reaguoja srovės indikatorius atliekant kompensaciją.

Įtampos matavimo kompensacijos būdu prietaisas vadinamas potenciometru. Įtampos kompensacija, kai jungiklis yra padėtyje E_N, vadinama darbo srovės nustatymu.

9. FIZIKINIŲ KONSTANTŲ LENTELĖS

1 lentelė. **Svarbiausios fizikinės konstantos**

Pavadinimas	*Simbolis*	*Reikšmė*
Gravitacinė konstanta	G	$(6{,}6720\pm0{,}0041)10^{-11}\ \mathrm{Nm^2kg^{-2}}$
Šviesos greitis vakuume	c	$(2{,}99792458\pm0{,}00000012)10^{8}\ \mathrm{ms^{-1}}$
Elektrono rimties masė	m_e	$(9{,}109534\pm0{,}000047)10^{-31}\ \mathrm{kg}$
Elektrono krūvis	e	$(1{,}6021892\pm0{,}0000046)\ 10^{-19}\ \mathrm{C}$
Planko konstanta	h	$(6{,}626176\pm0{,}000036)\ 10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}$
Universalioji dujų konstanta	R	$(8{,}31441\pm0{,}00026)\ \mathrm{J\cdot mol^{-1}\ K^{-1}}$
Bolcmano konstanta	k	$(1{,}380622\pm0{,}000044)10^{-23}\mathrm{JK^{-1}}$
Avogadro skaičius	N_A	$(6{,}022045\pm0{,}000031)10^{23}\mathrm{mol^{-1}}$
Idealiųjų dujų molio tūris normaliomis sąlygomis	V_m	$(2{,}241383\pm0{,}000070)\ 10^{-2}\mathrm{m^3mol^{-1}}$
Faradėjaus skaičius	F	$(9{,}648456\pm0{,}000027)\ 10^{4}\mathrm{C\cdot mol^{-1}}$
Stefano ir Bolcmano konstanta	σ	$(5{,}67032\pm0{,}00071)\ 10^{-8}\mathrm{Wm^{-2}K^{-4}}$
Vino konstanta	b	$(2{,}897790\pm0{,}000090)\ 10^{-3}\mathrm{mK}$
Elektrinė konstanta	ε_0	$1/36\pi\cdot10^{-9}\ \mathrm{F\cdot m^{-1}}$
Magnetinė konstanta	μ_0	$4\pi\cdot10^{-7}\ \mathrm{H\cdot m^{-1}}$

2 lentelė. **Kai kurių medžiagų tamprumo konstantos**

Medžiaga	$E, 10^{10}\ \mathrm{N/m^2}$	$G, 10^{10}\ \mathrm{N/m^2}$	σ
Aliuminis	7,05	2,63	0,345
Geležis	19–20	7,7–8,3	0,29
Konstantanas	16,3	6,11	0,32
Žalvaris	9,7–10,2	3,5	0,34–0,40
Varis	10,5–13,0	3,5–4,9	0,34
Plienas	20–21	7,9–8,9	0,25–0,33
Stiklas	5,1–7,1	3,1	0,17–0,32

3 lentelė. **Garso greičiai (v) įvairiose aplinkose**

Medžiaga	v, m/s	*Medžiaga*	v, m/s
Sausas oras (0°C)	331,46	Aliuminis	5240
Vandenilis (0°C)	1286,0	Geležis	5170
Vanduo (25°C)	1497	Lydytas kvarcas	5760
Glicerinas (25°C)	1930	Varis	3790
		Žalvaris	3130–3450

4 lentelė. **Kai kurių medžiagų fizikinės konstantos 20°C temperatūroje**

Dydžių žymėjimai: ρ – tankis, β – izobarinės plėtros koeficientas, $\gamma = C_P / C_V$ – savitųjų šilumų, esant pastoviam tūriui ir pastoviam slėgiui, santykis, C – savitoji šiluma, η – dinaminis klampos koeficientas, χ – šilumos laidumo koeficientas, q_L – savitoji garavimo šiluma, T_L – lydymosi temperatūra, Q_L – savitoji lydymosi šiluma, α – šiluminės plėtros koeficientas.

Dujos

Medžiaga	ρ, kg/m^3	$\beta \cdot 10^3$, K^{-1}	γ	η, μPa·s
Sausas oras	1,293	3,67	1,40	18,1
Azotas	1,250	3,67	1,40	17,4
Deguonis	1,429	3,67	1,40	20,0
Vandenilis	0,090	3,66	1,41	8,8
Anglies monoksidas	1,250	3,67	1,40	17
Anglies dioksidas	1,977	3,73	1,30	14

Skysčiai

Medžiaga	ρ, g/cm^3	C, J/g·K	χ, W/m·K	q_L, J/g	η, mPa·s	σ, mN/m
Vanduo	0,998	4,187	0,60	2259	1,00	72,7
Glicerinas	1,264	2,430	0,290	–	1495,0	63,4
Etilo alkoholis	0,789	2,510	0,184	855	1,20	22,7
Gyvsidabris	13,55	0,140	8,45	295,5	1,55	487

Kietieji kūnai

Medžiaga	ρ, g/cm^3	C, J/g·K	χ, W/m·K	T_L, K	Q_L, J/g	α, $10^{-6} \cdot$ K^{-1}
Aliuminis	2,7	0,122	207	933	53	22,6
Geležis	7,9	0,455	75	1803	277,8	12,1
Varis	8,9	0,389	395	135,6	2065	16,7
Žalvaris	8,4	0,380	110	1173	–	19,0
Alavas	7,3	0,250	66	505	59	21,0
Švinas	11,3	0,120	35	600	23	28,3
Ebonitas	1,2	1,680	0,17	–	–	84,0

5 lentelė. **Vandens fizikiniai parametrai įvairiose temperatūrose**

T°C	ρ, g/cm^3	σ, mN/m	η, mPa·s	C, kJ/kg·K
0	0,9999	75,62	1,788	4,2174
4	1,0000	–	–	–
10	0,9997	74,4	1,306	4,1919
20	0,9982	72,58	1,004	4,1816
30	0,9957	71,03	0,801	4,1782
40	0,9922	69,41	0,653	4,1783
50	0,9881	67,90	0,548	4,1804
60	0,9832	66,20	0,467	4,1841

6 lentelė. **Sočiųjų garų slėgio (p) ir tankio (ρ) priklausomybė nuo temperatūros**

T°C	*p, kPa*	ρ, g/cm^3	T°C	*p, kPa*	ρ, g/cm^3
5	0,869	6,8	21	2,479	18,3
6	0,932	7,3	22	2,636	19,4
7	0,998	7,8	23	2,801	20,6
8	1,070	8,3	24	2,975	21,8
9	1,144	8,8	25	3,158	23,0
10	1,224	9,4	26	3,351	24,4
11	1,308	10,0	27	3,554	25,8
12	1,398	10,7	28	3,768	27,2
13	1,493	11,4	29	3,993	28,7
14	1,594	12,1	30	4,230	30,3
15	1,700	12,8	31	4,479	32,1
16	1,812	13,6	32	4,740	33,9
17	1,931	14,5	33	5,015	35,7
18	2,058	15,4	34	5,304	37,6
19	2,191	16,3	35	5,606	39,6
20	2,331	17,3			

7 lentelė. **Vandens temperatūros esant įvairiems atmosferos slėgiams**

P, kPa	T°,C	*P*, kPa	T°,C
90	96,70	98	99,04
91	97,00	99	99,32
92	97,30	100	99,60
93	97,59	101,325	100,00
94	97,88	102	100,20
95	98,18	103	100,46
96	98,50	104	100,73
97	98,78	105	100,99

8 lentelė. **Psichrometriniai duomenys**

Drėgnojo termometro rodmenys °C	Sausojo ir drėgnojo termometrų rodmenų skirtumas, °C																				
	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10
	Santykinė oro drėgmė %																				
10	100	94	87	82	76	71	66	61	57	53	48	45	41	38	34	31	28	26	23	21	19
11	100	94	88	82	77	72	67	62	58	55	50	47	43	40	36	33	30	28	25	25	20
12	100	94	88	82	78	73	68	63	59	56	52	48	44	42	38	35	32	30	27	23	22
13	100	94	88	83	78	73	68	63	59	57	53	50	46	43	40	37	34	32	29	27	24
14	100	94	89	83	79	74	70	66	62	58	54	51	47	45	41	39	36	34	31	29	26
15	100	94	89	84	80	75	71	67	63	59	55	52	49	46	43	41	37	35	33	31	28
16	100	95	90	84	80	75	72	67	64	60	57	53	50	48	44	42	39	37	34	32	30
17	100	95	90	84	81	76	73	68	65	61	58	54	52	49	46	44	40	39	36	34	31
18	100	95	90	85	81	76	74	69	66	62	59	56	53	50	47	45	42	40	37	35	33
19	100	95	91	85	82	77	74	70	66	63	60	57	54	51	48	46	43	41	39	37	34
20	100	95	91	86	82	78	75	71	67	64	61	58	55	53	49	47	44	43	40	38	36
21	100	95	91	86	83	79	75	71	68	65	62	59	56	54	51	49	46	44	41	39	37
22	100	95	91	87	83	79	76	72	69	65	63	60	57	55	52	50	47	45	42	40	38
23	100	96	91	87	83	80	76	72	69	66	63	61	58	56	53	51	48	46	43	41	39
24	100	96	92	88	84	80	77	73	70	67	64	62	59	56	53	52	49	47	44	42	40
25	100	96	92	88	84	81	77	74	70	68	65	63	59	58	54	52	50	47	45	44	42
26	100	96	92	88	85	81	78	75	72	69	66	63	61	58	56	53	52	49	47	45	43
27	100	96	92	89	85	82	78	75	72	69	67	64	61	59	56	54	52	50	48	46	44
28	100	96	92	89	85	82	79	76	73	70	67	65	62	60	57	55	53	51	49	47	45
29	100	96	93	89	86	82	79	76	73	70	68	65	63	60	58	55	54	52	50	48	46
30	100	96	93	89	86	83	79	76	74	71	68	65	63	61	58	55	54	52	50	48	46
31	100	96	93	89	86	83	79	76	74	71	68	65	63	61	58	55	54	52	50	49	48

9 lentelė. **Metalinių vielų savitosios varžos (ρ) ir temperatūriniai varžos koeficientai (α) 18°C temperatūroje**

Medžiaga	ρ, μΩ·cm	α, 10^4 K^{-1}
Aliuminis	3,21	38
Geležis	12,0	62
Varis	1,78	42,8
Nikelis	11,8	27
Žalvaris	6–9	10
Konstantanas (40% Ni, 1,2% Mn, 58,8% Cu)	49	-0,4–0,1
Nichromas (67,5% Ni, 1,5% Mn, 16% Fe, 15% Cr)	110	1,7
Manganinas (3% Ni, 12% Mn, 85% Cu)	44,5	0,02–0,5

10 lentelė. **Kai kurių dielektrikų savitoji varža (ρ) ir dielektrinė skvarba (ε) 20°C temperatūroje**

Medžiaga	ρ, Ω·cm	ε
Getinaksas	10^{10}–10^{11}	5 – 6
Kvarcas	10^{14}–10^{15}	3,5 – 4,5
Parafinas	3^{18}	2 – 2,3
Organinis stiklas	10^{13}	3 5
Žėrutis	10^{16}	5,7 – 7
Stiklas	10^{8}–10^{17}	4 – 16
Gintaras	10^{17}–10^{20}	2,8
Distiliuotas vanduo	10^{5}–10^{6}	81
Ricinos aliejus	10^{11}	4,6 – 4,8
Transformatorinė alyva	10^{12}–10^{15}	2,2
Terpentinas	10^{13}	2,2

PAGRINDINĖS DIFERENCIJAVIMO FORMULĖS

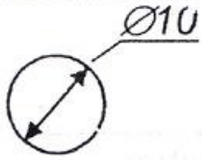
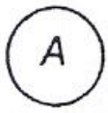
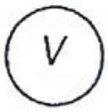
11 lentelė. **Elementariųjų funkcijų išvestinės**

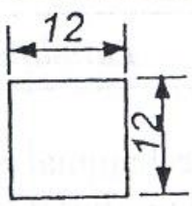
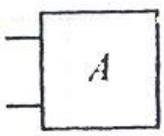
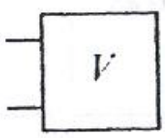
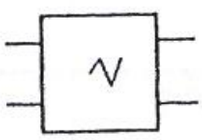
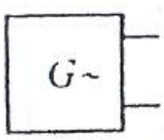
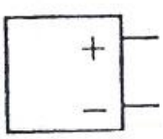
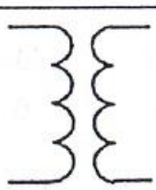
y	$\frac{dy}{dx}$	y	$\frac{dy}{dx}$
0	0	$\sin x$	$\cos x$
x	1	$\cos x$	$-\sin x$
x^n	nx^{n-1}	$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
a^x	$a^x \ln a$	$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
e^x	e^x	$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\log_a x$	$\frac{1}{x}\log_a e$	$\operatorname{arcctg} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$		

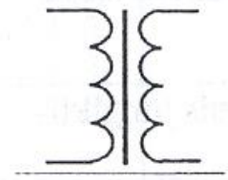
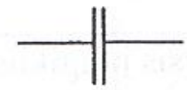
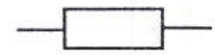
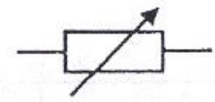
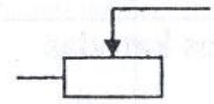
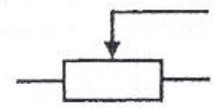
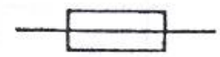
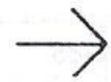
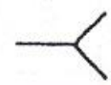
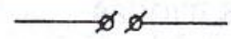
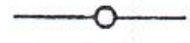
12 lentelė. **Sudėtingų funkcijų išvestinės**

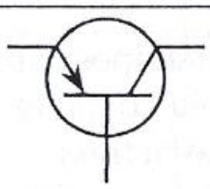
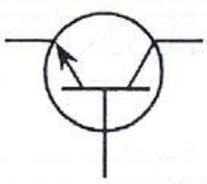
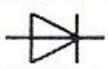
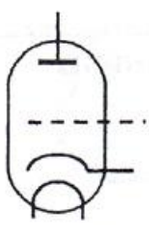
x	$\frac{dy}{dx}$
$cU(x)$	$c\frac{dU}{dx}$
$U(x)+V(x)$	$\frac{dU}{dx}+\frac{dV}{dx}$
$U(x)\cdot V(x)$	$V\frac{dU}{dx}+U\frac{dV}{dx}$
$\frac{U(x)}{V(x)}$	$\frac{1}{V^2}\left(V\frac{dU}{dx}-U\frac{dV}{dx}\right)$
$f(\varphi(U(x)))$	$\frac{df}{d\varphi}\cdot\frac{d\varphi}{dU}\cdot\frac{dU}{dx}$

13 lentelė. **Sutartiniai žymenys**

Pavadinimas	*Žymuo*
Elektromechaniniai elektrinių dydžių matavimo prietaisai	
Ampermetras	
Miliampermetras	
Voltmetras	
Milivoltmetras	
Ommetras	
Vatmetras	
Dažniamatis	
Fazometras	
Galvanometras	

Pavadinimas	*Žymuo*
Elektroniniai matavimo prietaisai	
Ampermetras	
Voltmetras	
Oscilografas	
Kintamosios srovės generatorius	
Nuolatinės srovės šaltinis	
Galvaninis elementas	
Induktyvumo ritė	
Keičiamo induktyvumo ritė	
Transformatorius be feromagnetinės šerdies	

Pavadinimas	*Žymuo*
Transformatorius su feromagnetine šerdimi	
Kondensatorius	
Keičiamos talpos kondensatorius	
Rezistorius	
Keičiamos varžos rezistorius	
Keičiamos varžos rezistorius su šliaužiančiuoju kontaktu (reostatas, radiopotenciometras)	
Rezistorinis įtampos daliklis su šliaužiančiuoju kontaktu (reostatas, radiopotenciometras)	
Išsilydantis saugiklis	
Kištukinė jungtis: Kištukas Lizdas	 
Srovės šaltinio gnybtai	
Išardoma jungtis	
Neišardoma jungtis	

Pavadinimas	*Žymuo*
Nesusijungiančių laidų sankryža	
Sujungiantysis jungiklis	
Atjungiantysis jungiklis	
Perjungiantysis jungiklis	
Kintamoji srovė	~
Nuolatinė srovė	=
Korpusas	
Įžeminimas	
Anodas	
Nekaitinamas katodas	
pnp tranzistorius	
npn tranzistorius	
Puslaidininkinis diodas	
Vakuuminis diodas	
Vakuuminis triodas	

14 lentelė. **Periodinė cheminių elementų sistema**

Periodai	Grupės										
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII			0
1	1 H 1,00797 Vandenilis					-					2 He 4,0026 Helis
2	3 Lt 6,939 Litis	4 Be 9,0122 Berilis	5 B 10,811 Boras	6 C 12,01115 Anglis	7 N 14,0067 Azotas	8 O 15,9994 Deguonis	9 F 18,9984 Fluoras				10 Ne 20,183 Neonas
3	11 Na 22,9898 Natris	12 Mg 24,312 Magnis	13 Al 26,9815 Aliuminis	14 Si 28,086 Silicis	15 P 30,9738 Fosforas	16 S 32,064 Siera	17 Cl 35,453 Chloras				18 Ar 39,948 Argonas
4	19 K 39,102 Kalis	20 Ca 40,08 Kalcis	21 Sc 44,956 Skandis	22 Ti 47,90 Titanas	23 V 50,996 Vanadis	24 Cr 51,996 Chromas	25 Mn 54,9381 Manganas	26 Fe 55,847 Geležis	27 Co 58,9332 Kobaltas	28 Ni 58,71 Nikelis	
	29 Cu 63,54 Varis	30 Zn 65,37 Cinkas	31 Ga 69,72 Galis	32 Ge 72,59 Germanis	33 As 74,9216 Arsenas	34 Se 78,96 Selenas	35 Br 79,909 Bromas				36 Kr 83,80 Kriptonas
5	37 Rb 85,47 Rubidis	38 Sr 87,62 Stroncis	39 Y 88,905 Itris	40 Zr 91,22 Cirkonis	41 Nb 92,906 Niobis	42 Mo 95,94 Molibdenas	43 Tc (99) Technicis	44 Ru 101,07 Rutenis	45 Rh 102,905 Rodis	46 Pd 106,4 Paladis	
	47 Ag 107,870 Sidabras	48 Cd 112,40 Kadmis	49 In 114,82 Indis	50 Sn 118,69 Alavas	51 Sb 121,75 Stibis	52 Te 127,60 Telūras	53 J 126,9044 Jodas				54 Xe 131,30 Ksenonas

14 lentelės tęsinys

Periodai	Grupės										
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII			0
1	1 H 1,00797 Vandenilis										2 He 4,0026 Helis
2	3 Lt 6,939 Litis	4 Be 9,0122 Berilis	5 B 10,811 Boras	6 C 12,01115 Anglis	7 N 14,0067 Azotas	8 O 15,9994 Deguonis	9 F 18,9984 Fluoras				10 Ne 20,183 Neonas
3	11 Na 22,9898 Natris	12 Mg 24,312 Magnis	13 Al 26,9815 Aliuminis	14 Si 28,086 Silicis	15 P 30,9738 Fosforas	16 S 32,064 Siera	17 Cl 35,453 Chloras				18 Ar 39,948 Argonas
4	19 K 39,102 Kalis	20 Ca 40,08 Kalcis	21 Sc 44,956 Skandis	22 Ti 47,90 Titanas	23 V 50,996 Vanadis	24 Cr 51,996 Chromas	25 Mn 54,9381 Manganas	26 Fe 55,847 Geležis	27 Co 58,9332 Kobaltas	28 Ni 58,71 Nikelis	
	29 Cu 63,54 Varis	30 Zn 65,37 Cinkas	31 Ga 69,72 Galis	32 Ge 72,59 Germanis	33 As 74,9216 Arsenas	34 Se 78,96 Selenas	35 Br 79,909 Bromas				36 Kr 83,80 Kriptonas
5	37 Rb 85,47 Rubidis	38 Sr 87,62 Stroncis	39 Y 88,905 Itris	40 Zr 91,22 Cirkonis	41 Nb 92,906 Niobis	42 Mo 95,94 Molibdenas	43 Tc (99) Technicis	44 Ru 101,07 Rutenis	45 Rh 102,905 Rodis	46 Pd 106,4 Paladis	
	47 Ag 107,870 Sidabras	48 Cd 112,40 Kadmis	49 In 114,82 Indis	50 Sn 118,69 Alavas	51 Sb 121,75 Stibis	52 Te 127,60 Telūras	53 J 126,9044 Jodas				54 Xe 131,30 Ksenonas

Literatūra

1. Medeišis A. Fizikos praktikumo įvadas. – Vilnius : Vilniaus universiteto leidykla, 1998. – 36 p.

2. Medeišis A. Mechanika. Fizikos praktikumas. – Vilnius : Vilniaus universiteto leidykla, 1986. – 115 p.

3. Matvejevas A. Mechanika ir reliatyvumo teorija. – Vilnius : Mokslas, 1982. – 334 p.

4. Saveljev I. B. Kurs fiziki. T. 1, mechanika i molekuliarnaja fizika. – Moskva : Nauka, 1989. – 350 s.

5. Džankoli D. Fizika. T. 1. – Moskva : Mir, 1989. – 653 s.

6. Kalašnikov S. G. Električestvo. – Moskva : Nauka, 1985. – 576 s.

7. Matvejevas A. Elektra ir magnetizmas. – Vilnius : Mokslas, 1991. – 367 p.

8. Kunce Ch. I. Metody fizičeskich izmerenij. – Moskva : Mir, 1989. – 214 s.

9. Medeišis A. Tamprumas, svyravimai ir tampriosios bangos. – Vilnius : Vilniaus universiteto leidykla, 1989. – 73 p.

10. Medeišis A. Molekulinės fizikos praktikumas. – Vilnius : Vilniaus universiteto leidykla, 1993. – 70 p.

11. Medeišis A. Elektromagnetizmo praktikumas. – Vilnius : Vilniaus universiteto leidykla, 1992. – 94 p.

12. Neuilly M. Modelling and estimation of measurement errors. – Paris : Lavoiser Publishing Inc., 1999. – 694 p.

Algirdas M e d e i š i s

MECHANIKA
MOLEKULINĖ FIZIKA
ELEKTRA IR MAGNETIZMAS

Fizikos praktikumas

Redaktorė *Jolanta Storpirštienė*
Dailininkas *Gediminas Markauskas*

2000 06 22. 21,8 leidyb. apsk. l. Tiražas 200. Užsakymas 75
Išleido Vilniaus universiteto leidykla
Spausdino Vilniaus universiteto leidyklos spaustuvė
S. Skapo g. 7, 2734 Vilnius

El. paštas: leidykla@leidykla.vu.lt
http://www.leidykla.vu.lt

Kaina sutartinė